Zeitschrift: Helvetica Physica Acta

Band: 29 (1956)

Heft: [4]: Supplementum 4. Fünfzig Jahre Relativitätstheorie = Cinquantenaire de la Théorie de la Relativité = Jubilee of Relativity Theory

Artikel: Espaces homogènes et isotropes de la Relativité

Autor: Tits, J.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-112718

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Espaces homogènes et isotropes de la Relativité

par J. Tits (Bruxelles)

1. Soit V_4 une variété à 4 dimensions munie d'une métrique de Riemann de signature $+ - - -$. V_4 est *homogène* si elle possède un groupe transitif d'isométries. Nous dirons qu'elle est *isotrope* (sous-entendu: pour les directions lumineuses) en un point p donné si les isométries conservant p sont transitives sur les directions lumineuses ($ds^2 = 0$) issues de ce point; on peut voir que cette condition est équivalente à la suivante (*isotropie d'espace*): il existe en p un élément plan ω à 3 dimensions de genre espace tel que les isométries conservant p et ω soient transitives sur les directions issues de p dans ω.

2. Les seules V_4 homogènes et isotropes sont

l'espace de de Sitter D_4, c'est-à-dire l'extérieur d'une hyperquadrique de signature $+ - - - -$ dans l'espace projectif P_4 à 4 dimensions muni de la métrique cayleyenne, et son revêtement double $D_4^{(2)}$;

l'«intérieur» C_4 d'une hyperquadrique de signature $+ + - - -$ dans P_4 muni de la métrique cayleyenne, et ses divers revêtements (revêtements finis $C_4^{(n)}$ et revêtement universel $C_4^{(\infty)}$);

les produits $M_4 = K_3 \cdot L$, où K_3 est un espace euclidien E_3, elliptique F_3, sphérique S_3 ou hyperbolique H_3 à 3 dimensions, et où L est l'ensemble R des nombres réels ou l'ensemble R_a des nombres réels modulo a (a donné), M_4 étant muni de la métrique $-ds_K^2 + dt^2$, où ds_K est la métrique sur K_3 et t est une variable dans L (en particulier, $E_3 \cdot R$ est l'espace de Minkowski);

l'espace A_4 des variables x, y, z, t muni de la métrique $-a^t \cdot (dx^2 + dy^2 + dz^2) + dt^2$ (identique à l'espace de de Sitter dont on a retiré un hyperplan tangent à l'absolu);

l'espace B_4 obtenu à partir de $S_3 \cdot R_a$ défini plus haut en identifiant les couples de points «diamétralement opposés» (p, t) et $(p', t + a/2)$ (p et p' = points diamétralement opposés sur S_3).

3. Parmi les espaces précités, seuls D_4, $D_4^{(2)}$, $C_4^{(\infty)}$, $K_3 \cdot R$ et A_4 sont infinis dans le sens du temps (non-existence de ligne de temps fermée).

4. Des définitions de l'homogénéité et de l'isotropie analogues à celles du n^0 1 peuvent être données pour les variétés V_4 munies seulement d'un champ de cônes quadratiques $ds^2 = 0$ de signature $+ - - -$, en remplaçant les isométries par les transformations conservant ce champ (transformations conformes). Les espaces homogènes et isotropes ainsi définis sont, en plus de ceux obtenus par abstraction à partir des espaces du n⁰ 2, l'«espace de MINKOWSKI conforme» (surface d'une hyperquadrique de signature $+ + - - - -$ dans l'espace projectif P_5) et ses divers revêtements (finis et universels).

5. En recherchant les V_3 riemanniennes de signature $+ - -$ qui sont homogènes et isotropes dans un sens analogue à celui du n⁰ 1, on trouve, outre les équivalents tridimensionnels des espaces du n⁰ 2, des espaces nouveaux $N(K_2, L, b)$ qui peuvent être caractérisés comme suit: $N(K_2, L, b)$ est fibré de base $K_2 = E_2$, S_2 ou H_2 (cf. n⁰ 2) et de fibre $L = R$ ou R_a, et si U désigne un voisinage de coordonnées dans K_2, la métrique de N dans $U \cdot L$ est donnée par $ds^2 = -ds_K^2 + (dt + b\,\varphi_K)^2$, où b est une constante donnée et φ_K est une forme de PFAFF dans U dont l'intégrale le long de la frontière d'un domaine quelconque mesure l'aire de ce domaine. Lorsque $K_2 = S_2$, on doit avoir $L = R_a$, et a/b doit être un sous-multiple de l'aire totale de K_2.