Kritische Feldstärke supraleitender Hohlzylinder im transversalen Magnetfeld

Autor(en): **Jaggi, R. / Müller, J. / Sommerhalder, R.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Helvetica Physica Acta**

Band (Jahr): **31 (1958)**

Heft VI

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-112926

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Kritische Feldstärke supraleitender Hohlzylinder im transversalen Magnetfeld

von **R. Jaggi, J. Müller** und **R. Sommerhalder**
Laboratorium für Festkörperphysik ETH

(17. VII. 1958)

I. Theorie

Im Zusammenhang mit der Messung der Eindringtiefe an supraleitenden Hohlkörpern[1]) haben wir die Lösung der Londonschen Gleichungen für einen unendlich langen supraleitenden Hohlzylinder (innerer Radius R_i, äusserer Radius R_a) im homogenen transversalen Magnetfeld H_0 berechnet. Führt man Zylinderkoordinaten (r, δ, z) ein und legt das Magnetfeld H_0 in die Richtung der positiven x-Achse $(\delta = 0)$, so ergibt sich für den Feldverlauf

$$r \geqslant R_a: \qquad H_r = H_0 \left(1 - \frac{a}{r^2}\right) \cos \delta$$

$$H_\delta = -H_0 \left(1 + \frac{a}{r^2}\right) \sin \delta$$

$$r \leqslant R_i: \qquad H_r = H_i \cos \delta$$

$$H_\delta = -H_i \sin \delta$$

$$R_i \leqslant r \leqslant R_a: \quad H_r = -\frac{1}{\beta^2 r} \left[c i \boldsymbol{J}_1 (i \beta r) + d \boldsymbol{H}_1^1 (i \beta r)\right] \cos \delta$$

$$H_\delta = -\frac{c}{\beta} \left[\boldsymbol{J}_0 (i \beta r) - \frac{\boldsymbol{J}_1 (i \beta r)}{i \beta r}\right] \sin \delta$$

$$+ \frac{d}{\beta} \left[i \boldsymbol{H}_0^1 (i \beta r) - \frac{\boldsymbol{H}_1^1 (i \beta r)}{\beta r}\right] \sin \delta$$

wobei $\beta = 1/\lambda$ die reziproke Eindringtiefe, J_0, J_1, H_0^1, H_1^1 die Besselsche bzw. Hankelsche Zylinderfunktion 1. Art und 0. bzw. 1. Ordnung bedeuten. a, c, d und H_i sind Konstanten, die sich aus den Randbedingungen ergeben. Für makroskopische Hohlzylinder $(\beta R_a \gg \beta R_i \gg 1)$ wird unabhängig von der Wandstärke

$$a \approx R_a^2 \quad \text{und} \quad H_i \approx 0 .$$

Der Feldverlauf innerhalb und ausserhalb des Hohlzylinders ist demnach

praktisch derselbe wie beim Vollzylinder und das kritische äussere Feld, bei dem die Supraleitung zerstört wird, unabhängig von der Wandstärke des Hohlzylinders $H_0 = H_c/2$.

Auf Grund thermodynamischer Betrachtungen, die sich auf den unendlich langen Hohlzylinder beziehen und die den Zwischenzustand vernachlässigen, finden SERIN, GITTLEMAN und LYNTON[2]), dass bei genügend dünnwandigen Hohlzylindern ($R_i/R_a > 1/\sqrt{2}$) die freie Energie des normalleitenden Zustandes diejenige des supraleitenden Zustandes bereits bei elektrodynamisch unterkritischen Feldstärken $H^+ < H_c/2$ unterschreiten soll. Sie interpretieren die Diskrepanz zwischen den thermodynamisch und elektrodynamisch gefundenen kritischen Feldstärken H^+ und $H_c/2$ in der Weise, dass sie den supraleitenden Zustand des Hohlzylinders im elektrodynamisch unterkritischen, thermodynamisch jedoch bereits überkritischen Transversalfeld als metastabil ansehen. Der Hohlzylinder soll beliebig lange im metastabilen Zustand verharren können, wenn das Magnetfeld an der Oberfläche des Körpers lokal nirgends H_c überschreitet. Andernfalls sollen solche Stellen (z. B. die Enden des Hohlzylinders im Magnetfeld) als Keime wirken können, die die Umwandlung vom supraleitenden in den stabilen, normalleitenden Zustand (bzw. den Zwischenzustand) herbeiführen.

Wir sind der Ansicht, dass die thermodynamische und die elektrodynamische Behandlung des Problems das gleiche kritische Feld liefern, dass also kein metastabiler Zustand existiert. Es ist nämlich zu beachten, dass die thermodynamischen Variabeln – Temperatur T und angelegtes Magnetfeld H_0 – den Zustand des Systems, welches aus dem Hohlkörper und seinem Inneren besteht, nicht eindeutig festlegen: Wird der supraleitende Zustand durch Abkühlung im angelegten Magnetfeld erzeugt*), so friert der Hohlkörper beim Phasenübergang einen beträchtlichen Teil des magnetischen Flusses im Inneren ein, während bei Abkühlung ohne äusseres Magnetfeld das Innere feldfrei bleibt.

Die Konsequenzen für die thermodynamische Rechnung lassen sich bereits am einfacheren Fall des Hohlzylinders im longitudinalen Magnetfeld überblicken, wo kein Zwischenzustand auftritt. Im normalleitenden Zustand ist die Gibbssche freie Energie G_n des Systems pro Längeneinheit

$$G_n = g_n \cdot \pi \, (R_a^2 - R_i^2) - \frac{\mu_0}{2} \cdot H_0^2 \cdot \pi R_a^2 \tag{1}$$

wo g_n den temperaturabhängigen Anteil der freien Energie der Materie pro Volumeneinheit bedeutet.

---

*) Genau genommen handelt es sich um einen Zwischenzustand, der aber rechnerisch nicht erfasst wird.

Im supraleitenden Zustand ist die freie Energie G_s des Systems pro Längeneinheit nur definiert, wenn als Nebenbedingung die magnetische Feldstärke im Innern des Hohlkörpers festgelegt ist[3]). Der isotherme Phasenübergang verläuft nur dann reversibel (ohne Entwicklung Joulescher Wärme als Folge von Induktionsströmen), wenn man vom supraleitenden Zustand des Hohlzylinders ausgeht, der bereits das Feld H_c im Loch enthält. Hierfür wird die Gibbssche freie Energie

$$G_s = g_s \cdot \pi \, (R_a^2 - R_i^2) - \frac{\mu_0}{2} \cdot H_c^2 \cdot \pi R_i^2 \tag{2}$$

wo g_s die temperaturabhängige freie Energie der Materie pro Volumeneinheit bedeutet. Mit

$$g_n - g_s = \frac{\mu_0}{2} \cdot H_c^2 \tag{3}$$

findet man dann aus (1) und (2)

$$G_n - G_s = \frac{\mu_0}{2} \cdot \pi R_a^2 \, (H_c^2 - H_0^2)$$

d. h. die kritische Feldstärke ist unabhängig von der Wandstärke des Hohlzylinders.

Den Enden des Hohlzylinders, die sich im Magnetfeld befinden, kommt mehr als die Bedeutung von «Keimen» zu, denn das kritische Feld hängt wesentlich von der speziellen Form der Enden ab. Mittels passend gewählter Randformen ist es denn auch gelungen, sowohl grössere als auch kleinere kritische Feldstärken zu messen als die von SERIN, GITTLEMAN und LYNTON[2]) bestimmten.

II. Experimente

Wir haben die kritischen Felder chemisch reiner Sn-Hohlzylinder (Länge 50 mm, $R_i = 4{,}0$ mm, $R_a = 4{,}4$ mm) mit verschieden geformten Enden im Transversalfeld bei zwei Temperaturen gemessen. Das äussere Feld wurde ein- und ausgeschaltet und der ins Innere des Hohlzylinders eindringende Fluss mit Hilfe einer Induktionsspule über einen ballistischen Verstärker gemessen.

Die Randbedingungen des unendlich langen Hohlzylinders lassen sich im Experiment realisieren durch Anbringen halbkugelförmiger Abschlusskappen. Das kritische Feld wurde zu $H_0 = H_c/2$ bestimmt (Tab. I). Die Messungen von BABISKIN[4]) an einer Hohlkugel lassen dies auch erwarten. Damit die Kappen wirksam sind, müssen sie dicht aufgelötet sein. Vorversuche mit mechanisch aufgepressten und überdrehten Kappen ergaben innerhalb der Fehlergrenzen gleiche kritische Felder wie ohne Kappe.

Tabelle I

Probe	T °K	H_0 Oersted	$H_c/2$ Oersted[5])
mit Abschlusskappen	1,92	110	109
	2,89	57	55
ohne Kappen, Enden plan abgedreht	1,92	68	109
	2,87	34	55

Hohlzylinder mit plan abgedrehten Enden, die sich im Magnetfeld befanden, zeigten kritische Felder, die mit den nach Serin, Gittleman und Lynton[2]) interpolierten Werten zusammenfallen. Durch Herstellen konisch zugespitzter Ränder kann man sie wesentlich unterbieten. Weil dadurch gleichzeitig das Verhältnis von Hohlzylinderlänge zu Hohlzylinderradius verkleinert wird, haben wir im Anschluss an diese Messungen die Enden erneut plan abgedreht und das kritische Feld kontrolliert. Die Resultate sind in Tabelle II zusammengestellt.

Tabelle II

Probenenden	Totale Probenlänge mm	T °K	H_0 Oersted
plan abgedreht	50	1,92	68
		2,93	33
1 Ende plan, 1 Ende konisch, Konuslänge 3 mm	45	1,93	48
		2,93	22
plan	41	1,92	58
		2,94	29

Herrn Prof. Dr. G. Busch danken wir für die Unterstützung dieser Arbeit, ebenso dem Schweiz. Nationalfonds zur Förderung der wissenschaftlichen Forschung für finanzielle Hilfe.

Literatur

[1]) R. Jaggi und R. Sommerhalder, Helv. Phys. Acta *31*, 292 (1958).
[2]) B. Serin, J. Gittleman, E. A. Lynton, Phys. Rev. *92*, 566 (1953).
[3]) M. von Laue, Theorie der Supraleitung, Springerverlag 2. Aufl. (1949), p. 76.
[4]) J. Babiskin, Phys. Rev. *85*, 104 (1952).
[5]) D. Shoenberg, Superconductivity, Cambridge Univ. Press 2nd Ed. 1952.