Zeitschrift: Helvetica Physica Acta
Band: 35 (1962)
Heft: VI

Artikel: Interaction nucléon-nucléon aux basses énergies
Autor: Houriet, A. / Héritier, C.-A.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-113283

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 12.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Interaction nucléon-nucléon aux basses énergies

par **A. Houriet** et **C.-A. Héritier**
(Institut de Physique Théorique, Université Fribourg)

(8. III. 1962)

L'étude du système de deux nucléons aux basses énergies est effectuée en reconsidérant l'influence de la première résonance pion-nucléon. Les constantes caractéristiques calculées sont proches des valeurs expérimentales. La constante de couplage renormalisée se situe dans le même domaine que celle que fournit la diffusion pion-nucléon.

1. Introduction

Le calcul du potentiel entre nucléons paraît inextricable en raison du nombre élevé de termes nécessaires à une approximation valable. Et pourtant, une théorie satisfaisante de la diffusion P pion-nucléon et du potentiel entre nucléons paraissait acquise il y a quelques années[1]). Mais ce même potentiel donne une énergie fortement positive pour le noyau A^3 [2]). Cette situation décevante incite à rechercher une solution d'ensemble qui ne se limite pas aux basses énergies. On peut aussi admettre qu'une analyse constructive des difficultés soit utile. C'est ce que l'on a tenté de faire ici.

Les travaux récents ont situé un des points critiques de l'interaction nucléon-nucléon. Les états $j = t = 3/2$ du nucléon + champ mésonique, bien connus par la diffusion des mésons π, ont une influence très importante sur l'interaction[3]). Les corrections qui en résultent affectent notablement les états singulets-pairs et triplets-impairs. Mais le calcul est plus qualitatif que quantitatif.

Lorsqu'on introduit les potentiels calculés dans l'équation de SCHRÖDINGER de deux nucléons, la caractéristique est une probabilité p_D élevée – elle se situe souvent entre 7 et 10%. Sans méconnaître les arguments destinés à concilier ces chiffres avec la probabilité expérimentale fournie par le moment magnétique du deuton, soit 4%, il nous semble que l'écart est significatif. On sait qu'un potentiel à probabilité p_D élevée dans le deuton a pour conséquence un pourcentage de fonctions D élevé dans les noyaux $A = 3$.

Nous nous sommes demandé si, dans les calculs du potentiel, on pouvait tenir compte différemment des états $j = t = 3/2$. Les théories à couplage fort conduisent bien à des problèmes de ce type[4]). Mais les cons-

tantes de couplage expérimentales ne sont ni faibles ni fortes, et il n'y a pas d'isobares stables. On sait que la diffusion de résonance des mésons π est représentable par la méthode de TAMM-DANCOFF[5]), – et par toute méthode qui limite le nombre des mésons du champ mésonique. Par contre, le calcul de l'état fondamental du nucléon par FRIEDMAN, LEE et CHRISTIAN[6]) (travail désigné par F. L. C.), montre que le couplage intermédiaire de TOMONAGA conduit à l'énergie la plus faible pour le nucléon[7]), – ce qui ne légitime d'ailleurs pas cette approximation pour le calcul de la diffusion méson nucléon. De plus, les valeurs numériques des matrices calculées par F. L. C. sont voisines des valeurs fournies par un couplage fort. Il est donc manifeste que dans ce cas le couplage intermédiaire peut être utilisé. Or l'énergie d'interaction entre deux nucléons est directement liée à l'énergie propre de leur système. On peut présumer que son calcul relève d'un couplage intermédiaire, – qui s'avère d'ailleurs proche d'un couplage fort.

Sans présenter ici les résultats numériques de cette étude, qui sont réunis plus loin, disons que l'accord des valeurs théoriques et expérimentales est bon. De plus, la constante de couplage renormalisée tirée du système de deux nucléons est voisine de celle que fournit la diffusion pion-nucléon.

2. Le potentiel entre deux nucléons

Ce potentiel, calculé par la méthode de TOMONAGA, est très proche de celui que donne un couplage fort. Le calcul de l'énergie propre du nucléon de F. L. C. sert de point de départ. Il permet de calculer l'énergie propre d'un système de deux nucléons. Les traits essentiels en sont exposés, joints à un examen de la précision obtenue.

Le nucléon situé à l'origine est représenté par une fonction de forme normée $U(r)$ et par ses matrices de spin σ_k et de spin isobarique τ_α. On utilise l'hamiltonien de F. L. C., soit:

$$H = H_0 + H_{\text{int.}} \tag{2.1}$$

avec

$$H_0 = \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^{3} \int dv \left\{ \pi_\alpha^2 + \varphi_\alpha (\mu^2 - \Delta) \varphi_\alpha \right\} \tag{2.2}$$

$$H_{\text{int}} = \sqrt{4\pi} \frac{f}{\mu} \sum_{\alpha, k=1}^{3} \int dv\, U(r)\, \sigma_k \tau_\alpha \frac{\partial \varphi_a}{\partial x_k} = \\ = -\sqrt{4\pi} \frac{f}{\mu} \sum_{\alpha, k=1}^{3} \int dv \frac{\partial U}{\partial x_k} \sigma_k \tau_\alpha \varphi_\alpha \tag{2.3}$$

dont on recherche l'état fondamental $| E)$ d'énergie E.

$$H \,|\, E) = E \,|\, E) \tag{2.4}$$

E désigne ici le minimum de l'énergie, soit l'énergie propre du nucléon.

L'interaction ne couple que les états mésoniques P avec le nucléon. On développe φ_α en ondes partielles S, P, D, etc. autour de l'origine. H est alors séparé:

$$H = H_p + \sum_{L=S,D\ldots} H_L \tag{2.5}$$

$$H_L = \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^{3} \int dv \, \{\pi_{\alpha,L}^2 + \varphi_{\alpha,L} \, (\mu^2 - \Delta) \, \varphi_{\alpha,L}\} \tag{2.6}$$

$$H_P = \frac{1}{2} \sum_{\alpha=1}^{3} \int dv \, \{\pi_{\alpha,P}^2 + \varphi_{\alpha,P} \, (\mu^2 - \Delta) \, \varphi_{\alpha,P}\} -$$

$$- \sqrt{4\pi} \, \frac{f}{\mu} \sum_{\alpha=1}^{3} \int dv \, \frac{\partial U}{\partial x_k} \, \sigma_k \, \tau_\alpha \, \varphi_{\alpha,P} \tag{2.7}$$

On ignore les états $L =$ S, D, etc., solutions de H_0. Résoudre (2.4) revient à calculer l'état fondamental $| E_P)$ de H_P.

$$H_P \, | E_P) = E_P \, | E_P) \tag{2.8}$$

E_P désigne dans ce qui suit l'énergie minimale de H_P.

On développe les états P suivant les solutions P sans interaction de H_0. Chacune est désignée par k (module du vecteur d'onde) et sa polarisation $j = 1, 2, 3$. Les solutions exactes de (2.8) sont inconnues, et ne sont accessibles qu'à l'aide d'approximations. Celle de TOMONAGA suppose tous les mésons virtuels dans le même état. Elle s'exprime mathématiquement en remplaçant l'état exact $| E_P)$ par l'état approché de TOMONAGA $| E_P^T)$ défini par:

$$| E_P^T) = \sum_{n_1, n_2, n_3 = 0}^{\infty} \beta_{n_1, n_2, n_3} (a_1^*)^{n_1} \, (a_2^*)^{n_2} \, (a_3^*)^{n_3} \, | o_P) \tag{2.9}$$

où $| o_P)$ désigne l'état standard des mésons P (aucun méson P), et

$$a_i^* = \int d^3 k \, f(k) \, a_i^*(k) \tag{2.10}$$

$a_i^*(k)$ étant l'opérateur de création d'un méson P d'état (k, i). La fonction $f(k)$ représente l'état privilégié des mésons et est normée:

$$\int d^3 k \, | f(k) |^2 = 1 \tag{2.11}$$

Les coefficients β comme la fonction $f(k)$ sont déterminés par variation de l'énergie E_P.

L'étude critique de la méthode de TOMONAGA[8]) a montré qu'à la limite $f \to \infty$, on a:

$$\lim_{f \to \infty} | E_P^T) = | E_P) + \frac{\text{Const.}}{f} \, | E_P') \tag{2.12}$$

$|E'_P)$ désignant un état orthogonal à $|E_P)$. On doit aussi rappeler ici que l'approximation de TOMONAGA s'identifie au couplage fort pour $f = \infty$. Enfin, on sait construire des solutions $|E_P^{T'})$ approchées pour $|E_P^T)$[8][9]) qui sont telles que:

$$\lim_{f \to \infty} |E_P^{T'}) = |E_P^T) + \frac{\text{Const.}}{f^2} |E''_P) \tag{2.13}$$

avec

$$(E''_P \mid E_P^T) = 0$$

Ces connaissances fournissent une assise solide pour l'étude de l'interaction de deux nucléons, étude que nous développerons schématiquement ici.

Chacun des deux nucléons situés en $\boldsymbol{x}_1$ et $\boldsymbol{x}_2$ sera décrit par la fonction de forme $U(\boldsymbol{r})$ avec les notations:

$$U(r_l) = U(|\boldsymbol{x} - \boldsymbol{x}_l|) \qquad l = 1, 2 \tag{2.14}$$

$\sigma_k^{(l)}$, $\tau_\alpha^{(l)}$ = spin, spin isobarique du nucléon l.
L'hamiltonien du système vaut:

$$H = H_0 + \sum_{l=1}^{2} \sqrt{4\pi}\, \frac{f}{\mu} \sum_{\alpha, k=1}^{3} \int dv\, U(r_l)\, \sigma_k^{(l)}\, \tau_\alpha^{(l)}\, \frac{\partial \varphi_\alpha}{\partial x_k} \tag{2.15}$$

On doit en déterminer l'état fondamental, noté $|E(\boldsymbol{r}))$, d'énergie $E(\boldsymbol{r})$ où $r = |\boldsymbol{x}_2 - \boldsymbol{x}_1|$:

$$H\, |E(\boldsymbol{r})) = E(\boldsymbol{r})\, |E(\boldsymbol{r})) \tag{2.16}$$

L'énergie $E(\boldsymbol{r})$ qui dépend de la distance entre les deux nucléons conduit au potentiel $V(\boldsymbol{r})$:

$$V(r) = E(r) - 2\, E_P^T \tag{2.17}$$

La méthode de TOMONAGA s'applique au calcul de $E(\boldsymbol{r})$. On décompose le champ mésonique en deux systèmes d'ondes partielles S, P, D, etc., centrées les unes sur le premier nucléon, les autres sur le second. Seuls les états P sont retenus (par analogie avec F. L. C.). On conserve aussi la distribution $f(k)$. Comparé à F. L. C., le nombre des variables du champ mésonique passe de 9 à 18; il s'ensuit un calcul numérique laborieux dont nous donnons les résultats. Comme dans F. L. C., il s'agit d'un couplage intermédiaire voisin du couplage fort. Tous les éléments de matrices nécessaires à la détermination du potentiel entre nucléons sont numériquement voisins de ceux que donne le couplage fort. Les états de diffusion, distribués de façon continue dans la solution exacte du problème, sont remplacés par un état virtuel $t = j = 3/2$. L'énergie de cet état correspond à la première énergie de résonance des pions, soit ~ 320 MeV.

Il convient de se reporter ici à (2.12). L'approximation de TOMONAGA n'est pas une solution exacte. Comme dans d'autres cas de la physique actuelle, la valeur de cette approximation n'est pas connue exactement. Elle ne peut l'être qu'en fonction des résultats numériques précis qu'elle permet de calculer. Nous avons choisi comme test le calcul des caractéristiques du système nucléon – nucléon aux basses énergies. Ce test a été conduit avec le potentiel du couplage fort, de manière à simplifier les calculs.

En accord avec les idées actuelles, nous admettrons que le potentiel n'a pas de valeur significative à l'intérieur d'un cœur nucléonique de dimension voisine de 0,5 f. Il y sera remplacé par un potentiel répulsif infini.

Avec les notations de PAULI[10]) on aura:

$$V(r) = -\left(\frac{f}{\mu}\right)^2 \sum_{\alpha=1}^{3} (\boldsymbol{e}_\alpha^{(1)} \cdot \boldsymbol{\nabla}^{(1)})\,(\boldsymbol{e}_\alpha^{(2)} \cdot \boldsymbol{\nabla}^{(2)})\,\frac{e^{-\mu r}}{\mu r} \quad \text{si} \quad r > r_c$$

$$V(r) = \infty \quad \text{si} \quad r < r_c \tag{2.18}$$

Ce potentiel est décomposé en potentiels central et tensoriel

$$z = \mu r \qquad \boldsymbol{z} = \mu\,(\boldsymbol{x}_2 - \boldsymbol{x}_1)$$

$$V(z) = \mu\,\frac{f^2}{9}\,\{3\,\Omega\,f(z) + 9\,\Theta\,g(z)\} \tag{2.19}$$

avec

$$\Omega = \sum_{\alpha=1}^{3} (\boldsymbol{e}_\alpha^{(1)} \cdot \boldsymbol{e}_\alpha^{(2)}) \tag{2.20}$$

$$\Theta = \sum_{\alpha=1}^{3} \left\{ \frac{(\boldsymbol{e}_\alpha^{(1)} \cdot \boldsymbol{z})\,(\boldsymbol{e}_\alpha^{(2)} \cdot \boldsymbol{z})}{z^2} - \frac{\Omega}{3} \right\} \tag{2.21}$$

$$f(z) = \frac{e^{-z}}{z} \qquad g(z) = \frac{e^{-z}}{z}\left(1 + \frac{3}{z} + \frac{3}{z^2}\right). \tag{2.22}$$

Dans les notations de FIERZ[11]), on a:

$$e_{\alpha,k} \equiv x_{\alpha,k} \quad \text{et} \quad \Theta = T - \frac{\Omega}{3} \tag{2.23}$$

Rappelons enfin que la constante renormalisée d'un couplage fort f_r^2 vaut:

$$f_r^2 = \frac{f^2}{9} \tag{2.24}$$

3. Le deuton et l'état triplet

Le potentiel $V(r)$ (2.19) et les états excités $j = t = 3/2$ des nucléons de masse M conduisent à l'équation de SCHRÖDINGER suivante:

$$\left\{\omega^{(1)} + \omega^{(2)} - \frac{\hbar^2}{M}\Delta + V(r)\right\} |\psi) = \varepsilon\, |\psi) \tag{3.1}$$

les opérateurs $\omega^{(l)}$ étant définis par:

$$\omega^{(l)}\, |\ldots, j^{(l)} = 3/2, \ldots) = E_r\, |\ldots, j^{(l)} = 3/2, \ldots)$$

$$\omega^{(l)}\, |\ldots, j^{(l)} = 1/2, \ldots) = 0 \quad l = 1, 2 \tag{3.2}$$

avec E_r = énergie de résonance des pions.

Cette équation a été étudiée par VILLARS[12]) pour des potentiels carrés. Ici, les $\omega^{(l)}$ remplacent l'opérateur usuel des isobares. On ajuste la constante de couplage f_r^2 de manière à ce que l'énergie de l'état fondamental de (3.1) soit égale à l'énergie de liaison expérimentale du deuton, soit 2,23 MeV. On traite le rayon du cœur nucléonique r_c et l'énergie E_r comme des paramètres auxquels on donne successivement différentes valeurs.

La nomenclature du système de deux nucléons est ainsi choisie: chaque nucléon possède 4 états $j = t = 1/2$ et 16 états $j = t = 3/2$, dont l'énergie d'excitation vaut E_r. On désigne $\boldsymbol{S} = \boldsymbol{j}_1 + \boldsymbol{j}_2$ et $\boldsymbol{T} = \boldsymbol{t}_1 + \boldsymbol{t}_2$. L est le moment orbital des nucléons relativement au centre de gravité, $\boldsymbol{J} = \boldsymbol{L} + \boldsymbol{S}$ le moment cinétique total du système.

La composition des états triplet et singulet de (3.1) est connue[11])[12]). L'état triplet correspond à $J = 1$, $T = 0$, $j_1 = j_2$. On a:

$$|\psi) = \sum_{S L j_1} \frac{F_{S,L,j_1}(r)}{r}\, |S, L, j_1 = j_2) \tag{3.3}$$

$|\psi)$ possède cinq composantes significatives qui sont:

$$F_1 = F_{1,0,1/2}(r) = u(r) \qquad F_2 = F_{1,2,1/2}(r) = w(r)$$

$$F_3 = F_{1,2,3/2}(r) \qquad F_4 = F_{3,2,3/2}(r) \qquad F_5 = F_{1,0,3/2}(r) \tag{3.4}$$

Les deux premières $u(r)$ et $w(r)$ sont les composantes habituelles du deuton. Le calcul numérique montre que la probabilité de $F_{1,0,3/2}$ est inférieure à 0,005%; cette fonction sera ignorée. Si l'on encadre l'équation (3.1) par les quatre fonctions F_1, F_2, F_3, F_4, on peut lui donner la forme matricielle suivante:

$$F = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \\ F_3 \\ F_4 \end{pmatrix} \tag{3.5}$$

$$K\, F = \lambda\, W\, F \tag{3.6}$$

où:

$$K = \begin{pmatrix} -\frac{d^2}{dz^2} + \eta^2 & & & \\ & -\frac{d^2}{dz^2} + \frac{6}{z^2} + \eta^2 & & 0 \\ & & -\frac{d^2}{dz^2} + \frac{6}{z^2} + \eta^2 + \varkappa^2 & \\ 0 & & & -\frac{d^2}{dz^2} + \frac{6}{z^2} + \eta^2 + \varkappa^2 \end{pmatrix} \tag{3.7}$$

Avec les abréviations $z = \mu\, r$, $\eta^2 = M \mid \varepsilon_D \mid / \hbar^2 \mu^2$, $\varepsilon_D =$ énergie du deuton

$$\varkappa^2 = \frac{2\, E_r\, M}{\hbar^2\, \mu^2} \qquad \lambda = \frac{m_\pi\, c^2}{\hbar^2\, \mu^2 / M}\, f_r^2$$

et

$$W = f(z) \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \sqrt{5} & 0 \\ 0 & \sqrt{5} & \frac{11}{5} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{9}{5} \end{pmatrix} +$$

$$+\, g(z) \begin{pmatrix} 0 & -2\sqrt{2} & \sqrt{\frac{2}{5}} & -3\sqrt{\frac{7}{5}} \\ -2\sqrt{2} & 2 & -\sqrt{\frac{1}{5}} & 3\sqrt{\frac{2}{35}} \\ \sqrt{\frac{2}{5}} & -\sqrt{\frac{1}{5}} & \frac{34}{25} & -\frac{12}{25}\sqrt{\frac{2}{7}} \\ -3\sqrt{\frac{7}{5}} & 3\sqrt{\frac{2}{35}} & -\frac{12}{25}\sqrt{\frac{2}{7}} & \frac{432}{175} \end{pmatrix} \tag{3.8}$$

Les éléments de la matrice W (respectivement de Ω et Θ) relativement aux états $\mid S, L, j_1)$ se trouvent dans FIERZ[11]), et conduisent directement à (3.8).

Dans la perspective adoptée il s'agit de résoudre (3.6) pour un cœur r_c et une énergie E_r préalablement choisis. Cela revient à trouver la valeur de λ et les quatre fonctions F_k correspondant à $\varepsilon_D = -2{,}23$ MeV. Remarquons que les conditions aux limites des quatre composantes de F sont homogènes:

$$F(\infty) = F(r_c) = 0 \tag{3.9}$$

Cela permet de construire l'opérateur K^{-1} tel que $K^{-1}.\, K = 1$. On a:

$$K^{-1} = \begin{pmatrix} -\int dz'\, G_1(z, z') & & & 0 \\ & -\int dz'\, G_2(z, z') & & \\ & & -\int dz'\, G_3(z, z') & \\ 0 & & & -\int dz'\, G_4(z, z') \end{pmatrix} \tag{3.10}$$

où les $G(z, z')$ sont les fonctions de GREEN des différents éléments de K:

$$-\frac{d^2}{dz^2} G_1 + \eta^2 G_1 = \delta(z, z') \qquad -\frac{d^2}{dz^2} G_2 + \left(\frac{6}{z^2} + \eta^2\right) G_2 = \delta(z, z')$$

$$-\frac{d^2}{dz^2} G_k + \left(\frac{6}{z^2} + \eta^2\right) G_k + \varkappa^2 G_k = \delta(z, z') \qquad k = 3, 4 \tag{3.11}$$

Ces fonctions sont:

$$G_1(z, z') = \frac{1}{\eta} \sinh \eta\,(z_< - z_c)\, e^{-\eta(z_> - z_c)}$$

$$G_2(z, z') = \frac{1}{\eta} \left[\left\{\sinh \eta\, z_< \left(1 + \frac{3}{\eta^2 z_<^2}\right) - \frac{3}{\eta\, z_<} \cosh \eta\, z_<\right\} + \right.$$

$$\left. + C \left\{1 + \frac{3}{\eta\, z_<} + \frac{3}{\eta^2 z_<^2}\right\}\right] \left[\left\{1 + \frac{3}{\eta\, z_>} + \frac{3}{\eta^2 z_>^2}\right\} e^{-\eta z_>}\right]$$

$$G_k(z, z') = \frac{1}{\sigma} \left[\left\{\sinh \sigma\, z_< \left(1 + \frac{3}{\sigma^2 z_<^2}\right) - \frac{3}{\sigma\, z_<} \cos \sigma\, z_<\right\} + \right.$$

$$\left. + C' \left\{1 + \frac{3}{\sigma\, z_<} + \frac{3}{\sigma^2 z_<^2}\right\} e^{-\sigma z_<}\right] \left[\left\{1 + \frac{3}{\sigma\, z_>} + \frac{3}{\sigma^2 z_>^2}\right\} e^{-\sigma z_>}\right] \qquad k = 3, 4 \tag{3.12}$$

où: $\sigma^2 = \varkappa^2 + \eta^2$ et $z_<$ = la plus petite des deux variables z et z';
$z_>$ = la plus grande des deux variables z et z';
C et C' sont des constantes telles que $G(z_c, z') = 0$
où $z_c = \mu\, r_c$

Avec K^{-1} on transforme le système d'équations différentielles (3.6) en un système d'équations intégrales homogènes:

$$F = \lambda\, K^{-1}\, W\, F \tag{3.13}$$

Ce système d'équations intégrales permet d'appliquer la méthode très efficace de l'itération pour le calcul de λ et des F_k. On peut ainsi programmer une calculatrice électronique, en l'occurence le calculateur IBM 709 du CERN. On a ainsi pu confirmer la validité des résultats obtenus préalablement par des méthodes moins raffinées. Les autres grandeurs caractéristiques du triplet et du deuton, soient la portée effective et le moment quadrupolaire[11]) sont accessibles par des sous-programmes. On trouvera l'ensemble des résultats et leur critique au § 5.

4. L'état singulet

L'état singulet correspond à $J = 0$, $T = 1$, $L = S$ pairs et comporte deux composantes principales caractérisées, la première par $L = S = 0$ et $j_1 = j_2 = 1/2$, la seconde par $L = S = 2$ (et symétrique en $j_1 = 1/2$, $j_2 = 3/2$ et $j_1 = 3/2$, $j_2 = 1/2$). Ces deux états seront notés:

$$\left| 0, 0, \frac{1}{2} \right) \quad \text{et} \quad | 2, 2, s) \tag{4.1}$$

Pour le singulet, la solution de l'équation (3.1) s'écrit:

$$| \psi_s) = \frac{F_{0,0,1/2}(r)}{r} \left| 0, 0, \frac{1}{2} \right) + \frac{F_{2,2,s}(r)}{r} \, | 2, 2, s) \tag{4.2}$$

L'état excité $| 2, 2, s)$ a une énergie égale à E_r. On choisit les solutions correspondant à $\varepsilon = 0$ pour aboutir aux calculs classiques de la longueur de diffusion et de la portée effective r_{0s}.

On procède alors comme pour le triplet en introduisant:

$$F_s = \begin{pmatrix} F_{0,0,1/2}(r) \\ F_{2,2,s}(r) \end{pmatrix} \tag{4.3}$$

qui satisfait à l'équation:

$$K' F_s = \lambda W' F_s \tag{4.4}$$

avec

$$K' = \begin{pmatrix} -\dfrac{d^2}{dz^2} & 0 \\ 0 & -\dfrac{d^2}{dz^2} + \dfrac{6}{z^2} + \varkappa_s^2 \end{pmatrix} \tag{4.5}$$

où

$$\varkappa_s^2 = \frac{E_r M}{\hbar^2 \mu^2},$$

$$W' = f(z) \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -\dfrac{1}{2} \end{pmatrix} + g(z) \begin{pmatrix} 0 & 4 \\ 4 & \dfrac{5}{2} \end{pmatrix} \tag{4.6}$$

On pourrait calculer la longueur de diffusion a_s et la portée effective qui correspondent à la valeur de λ obtenue par le triplet. On préfère ajuster une nouvelle fois λ, mais de manière à ce que la longueur de diffusion théorique a_s soit égale à la valeur expérimentale $a_s^{\exp} = -23{,}7\ f$; puis on détermine la portée effective théorique r_{0s}.

Du point de vue technique on obtient la solution de (4.4) par une méthode analogue à celle déjà exposée pour le triplet. On transforme (4.4) en une équation intégrale, ce qui permet l'usage de la calculatrice électronique. Les résultats sont reportés dans le paragraphe suivant.

5. Résultats et conclusions

Les calculs ont été faits pour trois valeurs de r_c, soient 0,4 f, 0,5 f et 0,6 f, et deux valeurs de E_r: 300 et 330 MeV. Les résultats sont reportés dans deux tableaux relatifs aux états triplet et singulet. C'est la valeur de la constante de couplage renormalisée (2.24) qui est indiquée.

Triplet

La constante f_r^2 est ajustée de manière à donner l'énergie de liaison correcte du deuton.

r_c	E_r	f_r^2	Q (10^{-27} cm^2)	r_t	p_w	p_{F_4}	p_{F_3}
0,4 f	300 MeV	0,0499	1,65	1,43 f	4,48 %	0,70 %	0,017 %
	330 MeV	0,0503	1,66	1,38 f	4,53 %	0,65 %	0,016 %
0,5 f	300 MeV	0,0680	2,39	1,66 f	5,43 %	0,63 %	0,016 %
	330 MeV	0,0686	2,40	1,64 f	5,50 %	0,58 %	0,015 %
0,6 f	300 MeV	0,0888	2,94	1,84 f	6,28 %	0,56 %	0,015 %
	330 MeV	0,0895	2,95	1,84 f	6,37 %	0,52 %	0,014 %

Les valeurs expérimentales de Q et r_t sont $Q = (2{,}738 \pm 0{,}016) \cdot 10^{-27}\,\mathrm{cm}^2$ et $r_t = (1{,}704 \pm 0{,}030)\ f$.

Singulet

La constante de couplage renormalisée est ajustée de manière à reproduire correctement la longueur expérimentale de diffusion a_s.

r_c (f)	E_r (MeV)	f_r^2	r_{os} (f)
0,4	300	0,052	2,58
	330	0,053	2,12
0,5	300	0,0715	2,62
	330	0,073	2,49
0,6	300	0,095	2,52
	330	0,0975	2,36

La valeur expérimentale de r_{0s} est $r_{0s} = (2{,}5 \pm 0{,}2)\ f$.

Ces résultats ont les caractéristiques suivantes:

1° l'écart entre la constante de couplage du triplet et celle du singulet est d'environ 10%, ce qui est comparable avec les résultats de GARTENHAUS[1]);

2° la probabilité p_D est fortement réduite;

3° malgré une probabilité inférieure à 1%, dans le triplet, les états excités du nucléon modifient très profondément la structure des états triplet et singulet;

4° pour des cœurs r_c compris entre 0,5 et 0,6 f, (et qui correspondent aux coupures usuelles faites aux environs de 6 μ[1])), les constantes de couplage renormalisées se situent entre 0,07 et 0,09. Il est intéressant de noter que ce domaine recouvre les valeurs trouvées par CHEW et LOW[13]), soit 0,07 à 0,08, à partir de la diffusion méson-nucléon et de la production photomésonique aux basses énergies;

5° pour r_c compris entre 0,5 et 0,6 f, toutes les caractéristiques calculées du système nucléon-nucléon sont voisines des valeurs expérimentales. Il serait souhaitable de calculer les noyaux $A = 3$ à l'aide de l'interaction choisie dans ce travail. La forte réduction que subit p_D permet d'espérer des résultats favorables.

Le Fonds National Suisse, Commission Atomique, a accordé son appui à ce travail. Nous l'en remercions et exprimons aussi notre vive reconnaissance à IBM Extension Suisse qui a mis à notre disposition le calculateur IBM 709 du CERN.

Bibliographie

1) S. GARTENHAUS, Phys. Rev. *100*, 900 (1955).
2) C. WERNTZ, Phys. Rev. *121*, 849 (1961).
3) A. KLEIN, B. MCCORMICK, Phys. Rev. *104*, 1747 (1956); KONUMA, MIYAZAWA et OTSUKI, Phys. Rev. *107*, 320 (1957).
4) W. PAULI et S. M. DANCOFF, Phys. Rev. *62*, 85 (1942); G. WENTZEL, Helv. Phys. Acta *16*, 551 (1943); A. PAIS et R. SERBER, Phys. Rev. *105*, 1636 (1957).
5) G. F. CHEW, Phys. Rev. *95*, 285 et 1669 (1954).
6) M. FRIEDMAN, T. D. LEE et R. CHRISTIAN, Phys. Rev. *100*, 1494 (1955).
7) R. STROFFOLINI, Phys. Rev. *104*, 1146 (1956).
8) J. MANDELBROJT, Nuovo Cimento *XIV*/1, 623 (1959).
9) M. LÉVY, Nuovo Cimento *VIII*, 92 (1958).
10) W. PAULI, *Meson Theory of Nuclear Forces*, chap. VI, Int. Pub. 1946.
11) M. FIERZ, Helv. Phys. Acta *17*, 181 (1944) et *18*, 158 (1945).
12) F. VILLARS, Helv. Phys. Acta *19*, 323 (1946).
13) G. F. CHEW, F. E. LOW, Phys. Rev. *101*, 1571 et 1579 (1956).