Zeitschrift: Helvetica Physica Acta

Band: 49 (1976)

Heft: 5

Artikel: Passage de particules chargées à travers un cristal en présence d'un champ magnétique quantique

Autor: Andreiev, S.P.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-114790

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 09.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Passage de Particules Chargées à Travers un Cristal en Présence d'un Champ Magnétique Quantique

par **S. P. Andreiev**[1])

Département de Physique Théorique, Université de Genève,
CH-1211 Genève 4, Suisse

(17. III. 1976)

Abstract. In this article we solve the problem of the passage of charged particles through a crystal in the presence of a quantum magnetic field. We find the solution of a quantum mechanical equation which describes the motion of a flux of slow particles inelastically scattered by optical phonons. We calculate the electron energy loss per unit length travelled inside the crystal. We also calculate the characteristic length of energy loss due to interactions with optical phonons.

1. Les processus cinétiques se produisant dans un milieu quelconque en présence de champs électriques et magnétiques s'étudient intensivement (voir [1–3]). Dans ce cadre des questions se posent, à propos du mouvement des particules chargées dans un milieu en présence du champ magnétique quantique. La diffusion élastique des particules chargées dans le champ magnétique fort est déjà résolue [4]. Mais, pour les particules lentes, il est nécessaire de prendre en considération les processus inélastiques de leur mouvement à travers le milieu. Cet article est consacré au calcul de la perte d'énergie des électrons dans le cristal, perte qui est liée à leur interaction avec des phonons optiques, dans un champ magnétique quantique. Les collisions élastiques des électrons avec des atomes d'impuretés et des phonons acoustiques ne sont pas prises en considération, afin de simplifier le résultat final, mais on peut les calculer simplement [4].

La solution de problème est très aisée par la méthode de l'équation cinétique quantique. Des équations semblables, dans le cas des collisions électrons-phonons en présence des champs magnétique et électrique ont été obtenues par un nombre d'auteurs (voir par exemple [5]). Cependant, le choix de la jauge du champ électromagnétique dont dépendent formellement les intégrales de collisions rendent ces équations difficiles à manier.

Récemment Levinson avec ses collaborateurs [6], et Gurvich [7] ont proposé indépendamment une méthode tenant compte des processus cinétiques dans un champ magnétique, méthode qui permet d'éviter ces difficultés. L'idée est d'utiliser les fonctions de Green [6], ou la matrice de densité [7] dépendantes de l'impulsion généralisée de la particule $[\vec{p} - (e/c)\vec{A}]$ et non pas des fonctions dépendantes séparément de $\vec{p}$ et $(e/c)\vec{A}$. Ce qui permet de simplifier remarquablement les calculs. Nous utiliserons la méthode de l'article [7] pour obtenir nos résultats.

---

[1]) Adresse permanente: Département de Physique Théorique, Institut des Ingénieurs Physiciens, Moscou.

Examinons maintenant le processus physique du mouvement des électrons dans un cristal en présence du champ magnétique quantique $\vec{H}\|z$. Admettons que les électrons incidents qui bombardent le cristal soient dans l'état fondamental de Landau. L'énergie des électrons au niveau Landau (K) dans le champ magnétique, est:

$$E_{P_z,K} = \frac{P_z^2}{2m} + \hbar\omega_H(K + \tfrac{1}{2}), \qquad K = 0, 1, 2, \ldots \tag{1.1}$$

$\omega_H = eH/mc$ – fréquence du cyclotron, e – est la charge de l'électron, m – sa masse, c – la vitesse de lumière. P_z – est la composante z de l'impulsion des électrons. Pour l'état fondamental $K = 0$.

L'électron en interaction avec le réseau peut créer ou absorber des phonons. De même que dans l'article [8], nous nous restreindrons par les conditions suivantes:

1) Les phonons optiques n'ont pas de dispersion.
2) L'interaction électron-phonon est faible.
3) La température du cristal est suffisamment basse $T \ll h\omega_0$ (ω_0 – la fréquence des phonons optiques) de façon que les processus d'absorption des phonons sont négligeables.
4) La concentration des électrons est tellement petite qu'on peut négliger l'interaction électrons-électrons et l'influence des électrons sur le spectre des phonons.

Soit τ, le temps caractéristique d'interaction électronphonon. L'incertitude sur l'énergie électronique est d'environ h/τ. Si l'inégalité

$$\hbar/\tau \ll E_{P_z,0} \tag{1.2}$$

est correcte, ou $L_{\text{eff}} \equiv \tau P_z/m \gg \lambda_{\text{el}}$ (λ_{el} – longueur d'onde de l'électron), la création de deux phonons est indépendante et prend un caractère consécutif, c'est-à-dire que la condition (1.2) nous permet de négliger l'émission simultanée de plus d'un phonon. En ce cas l'électron en traversant le cristal perd de l'énergie exclusivement par des émissions consécutives de phonons, dont l'énergie est $h\omega_0$.

On suppose que l'énergie électronique (1.1) soit telle que l'électron ne puisse créer qu'un phonon, c'est-à-dire:

$$\hbar\omega_0 < P_z^2/2m < 2\hbar\omega_0. \tag{1.3}$$

La création du phonon s'accompagne de transition de l'électron sur les différents niveaux excités de Landau, ce qui donne comme résultat un changement de la composante d'impulsion $P_z\|\vec{H}$. Cette composante peut prendre les valeurs suivantes:

$$\begin{aligned} &P'_z = \pm P'_n; \quad \frac{P'^2_n}{2m} = \frac{P'^2}{2m} - n\hbar\omega_H = \frac{P_z^2}{2m} - \hbar\omega_0 - n\hbar\omega_H, \\ &P' = \sqrt{P_z^2 - 2m\hbar\omega_0}; \qquad n = 0, 1, 2, \ldots \end{aligned} \tag{1.4}$$

Le signe (+) dans la formule (1.4) correspond aux électrons qui suivent la direction du champ magnétique, le signe (−) correspond aux électrons qui se déplacent dans la direction inverse.

La probalilité de transition à l'état caractérisé par P'_n minimale (ou la densité d'états est grande [8]), est maximale. L'expression (1.4) pour l'énergie de l'électron,

correspondante à un mouvement dans la direction du champ magnétique existe si les inégalités

$$P_n'^2/2m \gg \hbar/\tau, \qquad \omega_H\tau \gg 1 \tag{1.5}$$

sont vérifiées.

En ce cas le flux d'électrons en un point quelconque du cristal est la somme des flux d'électrons avec des impulsions P_z et $\pm P_n'$.

Si les inégalités (1.5) ne sont pas remplies, la notion de l'état électronique pur n'est pas correcte, et alors l'apparition d'états liés électrons-phonons est rendue possible [9]. L'étude de ce problème sera faite séparément.

2. Définissons la matrice densité électronique dans l'espace de Wigner $F(\vec{k}; \vec{r}; t)$ sous la forme [7]:

$$F(\vec{k}, \vec{r}, t) = V^{-1} \int d^3\varkappa \exp(i\vec{k}\varkappa)\rho\left(r - \frac{\vec{\varkappa}}{2}, \vec{r} + \frac{\vec{\varkappa}}{2}, t\right) \exp(-il^{-2}y\vec{\varkappa}_x) \tag{2.1}$$

ou $\rho(\vec{r}_1, \vec{r}_2, t)$ – est la matrice densité dans l'espace des coordonnées. $l^2 \equiv ch/|e|H$; V – est le volume du cristal, et le potentiel vecteur du champ électromagnétique est de la forme: $A_x = -Hy$; $A_y = A_z = 0$.

L'introduction de $\exp(-il^{-2}y\varkappa_x)$ dans (2.1) permet d'éviter les problèmes dus à la jauge du champ électromagnétique.

La valeur moyenne quantique d'une grandeur physique quelconque peut être calculée à l'aide de la fonction F. Par exemple, la densité d'électrons et la densité de courant se calculent par les formules [2]:

$$n_{\text{el}}(\vec{r}, t) = \sum_{\vec{k}} F(\vec{k}, \vec{r}, t); \quad \vec{j}(\vec{r}, t) = \frac{e\hbar}{m} \sum_{\vec{k}} \vec{k} \cdot F(\vec{k}, \vec{r}, t). \tag{2.2}$$

L'équation cinétique pour la fonction $F(\vec{k}, \vec{r}, t)$ (fonction pour laquelle on a tenu compte des phonons) a été obtenue par [3]. Nous n'écrirons pas cette équation car elle est très compliquée dans le cas général, et nous nous limitons à l'étude du problème stationnaire du passage d'électrons à travers le cristal (l'épaisseur du cristal L: $0 < z < L$, $-\infty < x, y < +\infty$).

Dans ce cas l'équation pour la fonction F peut être écrite sous la forme:

$$\frac{\hbar k_z}{m} \nabla_z F(\vec{k}, z) = \frac{1}{\hbar^2\omega_H} \sum_{\vec{q}} |C_{\vec{q}}|^2 (\hat{T}^+_{\vec{k}\vec{q}} - \hat{T}^-_{\vec{k}\vec{q}}) \int_{-\infty}^{\phi} d\phi' G^\nu(\phi, \phi')$$
$$\cdot [(\bar{N} + 1)\hat{T}^+_{\vec{k}\vec{q}} - \bar{N}\hat{T}^-_{\vec{k}\vec{q}}] F(\vec{k}', z). \tag{2.3}$$

$$G^\nu(\phi, \phi') = 2 \operatorname{Re} \exp\{i(l^2 k_z q_z - \nu + i\delta)(\phi - \phi') + il^2[\vec{k}_\perp - k'_\perp; q_\perp]_z\} \tag{2.4}$$
$$\delta = +0; \quad \nu \equiv \omega_H/\omega_0; \quad \vec{k} = \{k_z, k_\perp; \phi\}; \quad \vec{k}'_\perp = \{k_\perp; \phi'\}.$$

$C_{\vec{q}}$ – est la constante d'interaction électron-phonon $\hat{T}^\pm_{\vec{k}\vec{q}} \equiv \exp\{\pm\vec{q}\nabla_{\vec{k}}/2\}$. $\bar{N}$ – est la fonction de Bose de distribution des phonons.

La fonction $F(\vec{k}, z)$ en l'absence des collisions a été calculée par [4] et pour l'état fondamental, elle peut être écrite:

$$F_0(\vec{k}, z) = V^{-1} n^0_{\text{el}} 8\pi^2 l^2 \delta\left(k_z - \frac{P_z}{\hbar}\right) \exp(-k_\perp^2 l^2). \tag{2.5}$$

n^0_{el} – la densité d'électrons en l'absence de collisions.

En accord avec l'hypothèse que la température est suffisamment basse ($T \ll h\omega_0$), le nombre de phonons $\bar{N}$ a une valeur négligeable: $\bar{N} \ll 1$. Par conséquent, nous négligerons dans (2.3) les membres proportionnels à $\bar{N}$. En effectuant le changement de variables $\phi' - \phi \to \phi_1$ dans l'équation (2.3) et intégrant sur ϕ_1 on obtient l'équation:

$$\frac{\hbar k_z}{m} \nabla_z F(\vec{k}, z) = \frac{i}{2\pi} \frac{1}{\hbar^2 \omega_H} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{\vec{q}} |C_{\vec{q}}|^2 \{\hat{T}^{+}_{\vec{k}\vec{q}} - \hat{T}^{-}_{\vec{k}\vec{q}}\} L_n, \tag{2.6}$$

$$L_n = \int_0^{2\pi} d\phi_{\vec{q}'} F\left(\vec{k} + \frac{\vec{q}'}{2}; z\right) I_n(\vec{k}; \vec{q}_\perp; \vec{q}'_\perp) \tag{2.7}$$

$$I_n(\vec{k}; \vec{q}_\perp; \vec{q}'_\perp) = \frac{\exp\{in(\phi'_{\vec{q}} - \phi_{\vec{q}}) + il^2[\vec{k}_\perp, \vec{q}_\perp - \vec{q}'_\perp]_z\}}{l^2 k_z q_z - \nu - n + i\delta} - C \cdot C \tag{2.8}$$

$$\vec{q} = \{q_z; q_\perp; \phi_{\vec{q}}\}, \quad \vec{q}'_\perp = \{q_\perp; \phi'_{\vec{q}}\}; \qquad n = 0, 1, 2, \ldots$$

Si après la création du phonon l'énergie de l'électron est suffisamment petite:

$$\frac{P'^2}{2m} < \hbar\omega_H \tag{2.9}$$

l'électron restera dans le niveau fondamental. Dans ce cas, l'inégalité (1.5) aura la forme

$$\left| \frac{P'^2}{2m} - \hbar\omega_H \right| \gg \hbar/\tau. \tag{2.10}$$

3. L'inégalité (2.10) nous permet de ne conserver que le terme avec $n = 0$, dans la somme sur n (2.5). Ensuite on introduit l'Ansatz

$$F(\vec{k}; z) = \exp(-k_\perp^2 l^2) \cdot f(k_z; z) \tag{3.1}$$

dans (2.6–2.8); changeant la sommation par rapport à $\vec{q}$ en intégration sur $\vec{q}$, on trouvera (après l'intégration sur les coordonnées angulaires $\phi_{\vec{q}}$ et $\phi_{\vec{q}'}$), l'équation pour la fonction f:

$$\nabla_z f(k_z; z) = \frac{1}{k_z} \int_{-\infty}^{+\infty} dq_z \alpha(q_z) \{f(k_z + q_z, z)\delta[(k_z + q_z)^2 - k_+^2] - f(k_z; z)\delta[(k_z + q_z)^2 - k_-^2]\} \tag{3.2}$$

$$\alpha(q_z) = \frac{ml^{-2}V}{2\pi\hbar^3\omega_H} \int_0^\infty q_\perp \, dq_\perp \exp\left(-\frac{q_\perp^2 l^2}{2}\right) |C_{\vec{q}}|^2 \tag{3.3}$$

$$k_\pm^2 = k_z^2 \pm \frac{2m}{\hbar} \omega_0. \tag{3.4}$$

Les conditions aux limites pour l'équation (3.2) sont l'absence de flux d'électrons avec impulsion $-p'$ sur le côté droit ($z = L$) du cristal, et l'absence du flux d'électrons avec des impulsions p' sur le côté gauche ($z = 0$) du cristal.

En résolvant l'équation (3.2) avec ces conditions aux limites, nous trouvons:

$$f(k_z, z) = A_0\left\{e^{-\Delta\cdot z}\delta\left(k_z - \frac{P_z}{\hbar}\right) + \frac{P_z}{P'}\left[\frac{\beta_1}{\Delta}(1 - e^{-\Delta\cdot z})\cdot\delta\left(k_z - \frac{P'}{\hbar}\right)\right.\right.$$
$$\left.\left. + \frac{\beta_2}{\Delta}(e^{-\Delta\cdot z} - e^{-\Delta\cdot L})\delta\left(k_z + \frac{P'}{\hbar}\right)\right]\right\}$$

$$\Delta = \beta_1 + \beta_2; \quad \beta_{1,2} = \frac{\hbar^2}{2P_zP'}\alpha\left(\frac{P_z \mp P'}{\hbar}\right). \tag{3.5}$$

La conservation du nombre de particules donne pour la constante A_0 la valeur suivante

$$A_0 = V^{-1}n_{\text{el}}^0 8\pi^2 l^2\left\{\frac{\beta_1 + \beta_2 e^{-\Delta\cdot L}}{\Delta}\right\}^{-1}. \tag{3.6}$$

Substitutant (3.5–6) dans (3.1), on obtient après intégration par rapport à $\vec{k}$ l'expression pour la densité d'électrons au point z du cristal:

$$n_{\text{el}}(z) = \gamma n_{\text{el}}^0\left\{e^{-\Delta\cdot z} + \frac{P_z}{\Delta\cdot P'}[\beta_1(1 - e^{-\Delta\cdot z}) + \beta_2(e^{-\Delta\cdot z} - e^{-\Delta\cdot L})]\right\}$$
$$\gamma = \Delta(\beta_1 + \beta_2 e^{-\Delta\cdot L})^{-1} \tag{3.7}$$

et pour la densité d'énergie électronique au point z du cristal, nous aurons l'expression suivante

$$E(z) = \gamma n_{\text{el}}^0\frac{P_z^2}{2m}\left\{e^{-\Delta\cdot z} + \frac{P'}{P_z}\left[\frac{\beta_1}{\Delta}(1 - e^{-\Delta\cdot z}) + \frac{\beta_2}{\Delta}(e^{-\Delta\cdot z} - e^{-\Delta\cdot L})\right]\right\}. \tag{3.8}$$

Finalement, pour le changement de l'énergie du flux d'électrons par unité de longueur dans le cristal, nous obtenons:

$$\frac{dE(z)}{dz} = -\gamma\frac{P_z^2}{2m}\Delta\left\{1 + \frac{P'}{P_z}\frac{(\beta_2 - \beta_1)}{\Delta}\right\}e^{-\Delta\cdot z}. \tag{3.9}$$

4. De l'expression (3.8) on peut conclure que l'électron perd effectivement de l'énergie sur la distance

$$L_{\text{eff}} \sim \Delta^{-1}$$

(c'est-à-dire L_{eff} est la longueur caractérisitique de la perte d'énergie due aux interactions avec les phonons optiques).

Pour les cristaux ioniques (NaCl, CsCl) L_{eff} peut être réécrite [10].

$$L_{\text{eff}} \approx \frac{P_zP'}{\pi m}\cdot\frac{\hbar\omega_0 a_0^2}{Z^2e^{*4}}\cdot\frac{M}{m}a_0\frac{\omega_0}{\omega_H}. \tag{4.1}$$

Ici M – la masse réduite des ions, Ze^* – leur charge, a_0 – la constante du réseau.

D'après l'expression (3.3) ou (4.1), la constante d'interaction électron-phonon se renormalise de la manière suivante

$$C \to \sim C\left(\frac{\omega_H}{\omega_0}\right)^{1/2}. \tag{4.2}$$

De la relation (4.2) on voit que le libre parcours moyen de l'électron augmenté d'un facteur ~ 10 lorsqu'on enclenche un champ magnétique de 10^4 gauss. Champ que l'on peut obtenir à l'heure actuelle [11].

Les estimations numériques indiquent que l'inégalité (1.2) est assez bien vérifiée pour des cristaux ioniques (λ_{el}/L_{eff} 0,05 pour $H = 10^4$ gauss); mais que l'inégalité (2.10) n'est pas satisfaite.

Pour des cristaux covalents dans lesquels l'interaction électrons-phonons est plus faible, les inégalités (1.2) et (2.10) sont satisfaites pour $H \geqslant 10^5$ gauss.

En conclusion, je voudrais remercier le professeur C. P. Enz pour les très bénéfiques échanges de vue sur les résultats obtenus et Y. Camus et D. Bichsel pour le fastidieux travail de correction du manuscrit.

REFERENCES

[1] A. H. Kahn, Phys. Rev. *119* (4), 1189 (1960).
[2] J. Ventura, Phys. Rev. A, *8* (6), 3021 (1973).
[3] Yu. Gurvich, Sov. Phys-JETP *39* (2), 322 (1974).
[4] S. Andreiev, Sov. Phys. Doklady *18* (6), 392 (1973).
[5] P. Zyrjanov et G. Guseva, Sov. Phys. Uspekhi *11* (4), 538 (1969).
[6] I. Levinson, A. Matulis et L. Sheherbakov, Sov. Phys. JETP *33* (2), 464 (1971).
[7] Yu. Gurvich, Sov. Phys. JETP, *34* (3), 598 (1972).
[8] I. Levinson et A. Matulis, JETP Lett. *11*, 241 (1970).
[9] I. Levinson, A. Matulis et L. Sheherbakov, Sov. Phys. JETP *34*, 449 (1972).
[10] A. Ansel'm, *Introduction to the Theory of Semiconductors* (Moscou 1962).
[11] M. Fukai, H. Kavamura, K. Sekido et I. Imai, Journ. Phys. Soc. of Japan *19*, 30 (1964).