Zeitschrift: Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

Band: 45 (1945)

Artikel: Eine Variante zur Ko-Methode

Autor: Meier-Hirt, J.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-555101

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 12.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Eine Variante zur Ko-Methode

Von *J. Meier-Hirt*, Zürich

§ 1

Einleitung

Die im Aprilheft 1943 dargelegte Ko-Methode basiert auf einer Interpolation des Einzeldeckungskapitals in den Intervallen $0 < t < 5$ und $5 < t < 10$ mit Extrapolation von 10 bis 14 Jahren. Das Ko-Deckungskapital eines gegebenen Versicherungsportefeuilles kommt dem genauen Deckungskapital im allgemeinen bis auf wenige Zehntelpromille nahe; denn in der grossen Zahl der Versicherungen eines Portefeuilles heben sich die bald positiven und bald negativen Abweichungen der Einzeldeckungskapitale gegenseitig weitgehend auf. Die Beschränkung auf Etappen von 14 Jahren bedeutet in der praktischen Anwendung der Ko-Methode, dass die Hilfsprämien und Hilfswerte der Versicherungen eines gegebenen Zugangsjahres nach Ablauf von 14 Jahren auf neue Daten umgerechnet werden müssen. Durch freiwilligen Abgang, Tod des Versicherten und Ablauf wird bis dahin ein Teil der fraglichen Versicherungen in Wegfall gekommen sein. Wie gross man auch immer die hieraus entspringende Erleichterung der Umrechnungsarbeit veranschlagen mag, so drängt sich doch die Frage beharrlich auf, ob nicht mit Hilfe anderer Voraussetzungen die Etappen ganz vermieden werden könnten. Womöglich ohne Beeinträchtigung der guten Approximation der Ko-Methode.

Wir legen im folgenden eine solche Variante dar. Der Kern der Ko-Methode bleibt unverändert: Das Ko-Deckungskapital eines gegebenen Versicherungsportefeuilles berechnet sich auf Grund eines einzigen Parameters k, der für alle Versicherungen derselbe ist. Denn k ist einfach der Zeitabstand zwischen dem Bilanztermin und einem während vieler Dezennien ein für allemal fest angenommenen (willkürlichen) Bezugstermin. Alle individuellen Zeitwerte der Einzelversicherung wie x, n und m gehen bei der Ko-Methode in die Hilfs-

prämien und Hilfswerte ein. Selbst der Zeitwert t entfällt dank dem vorerwähnten festen Bezugstermin und dem Parameter k. Man könnte deshalb sagen, dass bei der Ko-Methode die Zahl der Dimensionen des Deckungskapitals auf null reduziert wird, während bei den bekannten Gruppenrechnungsmethoden stets mindestens eine Dimension bestehen bleibt, z. B.

Altenburger:	Dimension	$(x + t)$
Lidstone:	»	$(n - t)$
approx. t-Methode (Jecklin):	»	(t)

Das Deckungskapital eines gegebenen Portefeuilles wird bei den Gruppenrechnungsmethoden immer erst auf dem Umweg über das Deckungskapital der Teilgruppen durch Addition gebildet, während die Ko-Methode auf jegliche Unterteilung des Portefeuilles nach diesem oder jenem Parameter verzichtet. Eine allfällige Gliederung des Versicherungsportefeuilles nach bestimmten Tarifgruppen kann ausschliesslich nach den Gesichtspunkten der Bilanzdarstellung und entsprechend den Vorschriften der Versicherungsaufsicht gestaltet werden. Die Ko-Methode liefert das Bilanzdeckungskapital solcher Tarifgruppen immer pauschal auf einen Schlag; denn Tarif und Rechnungsgrundlagen sind zum voraus fest in die Hilfsprämien und Hilfswerte eingerechnet.

§ 2

Neue Interpolationsformel

Zur Interpolation des Einzeldeckungskapitals verwenden wir die Formel:

$$\tilde{\Delta}_\tau = \left(\!\!\left(\{r_\lambda^\tau - 1\}\, \pi_\lambda\right)\!\!\right)_3 \tag{1}$$

Hier bedeutet $\tilde{\Delta}_\tau$ den Zuwachs des Einzeldeckungskapitals in der Zeit von 0 bis τ, also

$$\tilde{V}_\tau = V_0 + \tilde{\Delta}_\tau \tag{1a}$$

Die Doppelklammer schliesst ein *Aggregat* von 3 Gliedern ein.

Ferner ist:

$$r_\lambda = 1 + i_\lambda$$

Die Zahl der für das ganze Portefeuille zur Verfügung zu stellenden Zinsfüsse ist grösser als 3, so dass für die Einzelversicherung das jeweils passendste Zinsfusstripel ausgewählt werden kann. Bei 4, 5 und 6 Zinsfüssen ergeben sich folgende Wahlmöglichkeiten:

4	Zinsfüsse	4	Wahlmöglichkeiten
5	»	10	»
6	»	20	»

Die Zahlen rechts sind die Teilsummen der Reihe

$$\frac{1}{2}(1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \ldots)$$

Die Wahlmöglichkeiten steigen rasch an.

Die vertragliche Dauer der Einzelversicherung teilen wir mit Hilfe der folgenden 4 Fixpunkte in Interpolationsabschnitte ein:

Fixpunkt	I	nach	c	Jahren
»	II	»	$2c$	»
»	III	»	$3c$	»
»	IV	»	n	»

z. B. $n = 35$; Fixpunkte: 8, 16, 24, 35 oder 10, 20, 30, 35 u. a.

Die Hilfsprämien π_λ werden so bestimmt, dass in den Fixpunkten I, II und III die Identität besteht

$$\tilde{V}_\tau = V_\tau$$

Das Zinsfusstripel wird dabei so gewählt, dass auch im Fixpunkt IV eine möglichst gute Annäherung

$$\tilde{V}_\tau \sim V_\tau$$

zustande kommt.

Bei sehr langer Versicherungsdauer kann die Annäherung auch durch geeignete Wahl von c, also durch Verlängerung oder Verkürzung des Schlussabschnittes $n - 3c$ verbessert werden.

In Anlehnung an die Bezeichnung der Fixpunkte mit I bis IV verwenden wir nun auch die Abkürzungen:

$\Delta\,(\mathrm{I}) = \Delta_c$ Deckungskapitalzuwachs im Abschnitt 0 bis c

$r_\lambda\,(\mathrm{I}) = r_\lambda^c$ Aufzinsung über c Jahre zum Zinsfuss i_λ

Die Gleichungen zur Bestimmung der Hilfsprämien lauten also:

$$\begin{aligned} \Delta\,(\mathrm{I}) &= \Big(\!\!\Big(\underset{3}{}\big\{r_\lambda\,(\mathrm{I}) - 1\big\}\,\pi_\lambda\Big)\!\!\Big) \\ \Delta\,(\mathrm{II}) &= \Big(\!\!\Big(\underset{3}{}\big\{r_\lambda\,(\mathrm{II}) - 1\big\}\,\pi_\lambda\Big)\!\!\Big) \\ \Delta\,(\mathrm{III}) &= \Big(\!\!\Big(\underset{3}{}\big\{r_\lambda\,(\mathrm{III}) - 1\big\}\,\pi_\lambda\Big)\!\!\Big) \end{aligned} \tag{2}$$

Mit Hilfe von Determinanten 3. Grades ergeben sich leicht die Auflösungen:

$$\begin{aligned} \pi_{\mathrm{I}} &= \Delta\,(\mathrm{I}) \cdot \alpha_1\,(\mathrm{I}) - \Delta\,(\mathrm{II}) \cdot \alpha_1\,(\mathrm{II}) + \Delta\,(\mathrm{III}) \cdot \alpha_1\,(\mathrm{III}) \\ -\pi_{\mathrm{II}} &= \Delta\,(\mathrm{I}) \cdot \alpha_2\,(\mathrm{I}) - \Delta\,(\mathrm{II}) \cdot \alpha_2\,(\mathrm{II}) + \Delta\,(\mathrm{III}) \cdot \alpha_2\,(\mathrm{III}) \\ \pi_{\mathrm{III}} &= \Delta\,(\mathrm{I}) \cdot \alpha_3\,(\mathrm{I}) - \Delta\,(\mathrm{II}) \cdot \alpha_3\,(\mathrm{II}) + \Delta\,(\mathrm{III}) \cdot \alpha_3\,(\mathrm{III}) \end{aligned} \tag{3}$$

Um den Fluss der Darlegungen nicht unnötig unterbrechen zu müssen, sammeln wir die Formeln für die Faktoren $\alpha_\lambda\,(\mathrm{I})$ usw. in Anlage I und beschränken uns hier darauf, ein einziges Beispiel zur Veranschaulichung des Formeltyps folgen zu lassen:

$$\alpha_\lambda\,(\mathrm{I}) = \frac{a_\lambda\,(\mathrm{I})}{D}$$

$$a_1\,(\mathrm{I}) = \bar{r}_2\,(\mathrm{II}) \cdot \bar{r}_3\,(\mathrm{III}) - \bar{r}_2\,(\mathrm{III}) \cdot \bar{r}_3\,(\mathrm{II}) \tag{3a}$$

Wir verwenden hier die Abkürzung:

$$\bar{r}_2\,(\mathrm{II}) = r_2\,(\mathrm{II}) - 1 \text{ usw.}$$

§ 3

Transformation von τ in k

Die Interpolationsformel muss nun noch auf den Parameter k transformiert werden. Zu diesem Zweck führen wir folgende feste Daten ein:

A Beginn der einzelnen Versicherung (31. Dezember)

B Bilanzdatum (31. Dezember)

F fester Bezugstermin (31. Dezember)

Wir unterscheiden 4 Fälle:

Fall 1: A vor F, ebenso $\underline{B \text{ vor } F}$

» 2 a: A vor F, dagegen $\underline{B \text{ nach } F}$

» 2 b: A nach F, ebenso $\underline{B \text{ nach } F}$

» 2 c: $A = F$ und $\underline{B \text{ nach } F}$

Es ergeben sich 3 Zeitstrecken:

k von B bis F

k' » A bis F

τ » A bis B

Die Beziehungen zwischen diesen 3 Parametern lassen sich für die 4 Fälle leicht aus einer entsprechend eingeteilten Geraden ablesen. Wenn wir ferner noch berücksichtigen, dass

$$v \cdot r = 1$$

ist, so stellen sich die Transformationen wie folgt dar:

Fall	Transformation von τ	Transformation von r^τ
1	$k' - k$	$v^k \cdot \underline{r^{k'}}$
....	.....	.....
2 a	$k' + k$	$r^k \cdot \underline{r^{k'}}$
2 b	$k - k'$	$r^k \cdot \underline{v^{k'}}$
2 c	k	$r^k \cdot \underline{1}$

Die unterstrichenen Grössen geben Anlass zu den *Hilfswerten* $H_\lambda C$, und die Faktoren werden zu *Rechnungsfaktoren,* die in der pauschalen Schlussrechnung bei der Bestimmung des Bilanzdeckungskapitals des Versicherungsportefeuilles Verwendung finden.

§ 4

Das Lebensportefeuille

Für das pauschale Bilanzdeckungskapital eines gegebenen Lebensportefeuilles gilt folgende allgemeine Reserveformel:

$$\text{Reserve} \quad = \sum (V_0^* C + UC) + \underset{5-6}{\left(\left(f_\lambda(k) \cdot \sum H_\lambda C\right)\right)} \tag{4}$$

Die Summe Σ erstreckt sich über alle Versicherungen des gegebenen Portefeuilles. Die Doppelklammer deutet ein *Aggregat* von so viel Gliedern an, wie verschiedene Zinsfüsse i_λ im Portefeuille verwendet worden sind (5 oder 6).

Wir nehmen z. B. an, es wären 5 Zinsfüsse

$$i_1 < i_2 < i_3 < i_4 < i_5$$

Für die Einzelversicherung kommen immer nur 3 Zinsfüsse $i_{\lambda'}$, $i_{\lambda''}$ und $i_{\lambda'''}$ zur Verwendung. Mit denselben durch die Interpolationsformel fest verbunden sind drei Hilfsprämien, von denen die mittlere π_{II} gemäss den Zahlenbeispielen der Anlagen III und IV negativ, die beiden anderen π_{I} und π_{III} aber positiv sind. Im Lebensportefeuille, wo annahmegemäss im ganzen 5 Zinsfüsse vorkommen, kann ein bestimmter Zinsfuss i_λ einmal in der Mitte des gewählten Zinsfusstripels und das andere Mal am Rande stehen, was zur Folge hat, dass das Vorzeichen der entsprechenden Hilfswerte $H_\lambda C$ je nachdem negativ oder positiv sein kann. Bei der Addition der Hilfswerte ist deshalb auf das Vorzeichen zu achten.

Fall 1, prospektive Berechnung

Der Bezugstermin liegt in der Zukunft; wir sprechen deshalb von einer *prospektiven Berechnung* des Bilanzdeckungskapitals. Die allgemeinen Symbole der vorstehenden Formel (4) verstehen sich wie folgt:

$$V_0^* C = V_0 C - (\pi_{\text{I}} C + \pi_{\text{II}} C + \pi_{\text{III}} C) \tag{5}$$

$V_0 C$ ist das Deckungskapital von ganz oder teilweise prämienfreien Versicherungen zur Zeit $\tau = 0$.

Ferner verstehen sich ohne weiteres die Abkürzungen:

$$\begin{aligned} H_\lambda C &= r_\lambda^{k'} \pi_\lambda C \\ f_\lambda(k) &= v_\lambda^k \end{aligned} \tag{5a}$$

Fälle 2 a bis 2 c, retrospektive Berechnung

Der Bezugstermin liegt in der Vergangenheit, und deshalb sprechen wir von einer *retrospektiven Berechnung* des Bilanzdeckungskapitals. Das Versicherungsportefeuille kann auch Versicherungen umfassen, die *vor* dem Bezugstermin abgeschlossen worden sind (Fall 2 *a*). In der Regel wird es sich aber um Versicherungen handeln, die *nach* dem Bezugstermin zustande gekommen sind (Fall 2 *b*). Einen besonderen Fall bilden die Versicherungen, die genau auf den Bezugstermin begonnen haben (Fall 2 *c*). Unter Abschluss und Beginn verstehen wir immer das der Reserveberechnung angepasste supponierte Datum des 31. Dezember oder des 1. Januar des Abschlussjahres. Je nach dem konkreten Falle ergeben sich nun die Hilfswerte:

$$\begin{aligned} &\text{Fall } 2\,a\text{:}\ H_\lambda C = r_\lambda^{k'}\,\pi_\lambda C \\ &\text{»}\ \ 2\,b\text{:}\ H_\lambda C = v_\lambda^{k'}\,\pi_\lambda C \\ &\text{»}\ \ 2\,c\text{:}\ H_\lambda C = \pi_\lambda C \end{aligned} \tag{5 b}$$

Der Berechnungsfaktor ist in allen drei Fällen derselbe

$$f_\lambda(k) = r_\lambda^k \tag{5 c}$$

Dieser Umstand ist sehr wichtig, denn ihm verdanken wir es, dass die Hilfswerte bei den Versicherungen von Fall 2 *a* im Moment, da der Bilanztermin den festen Bezugstermin überholt, nicht geändert werden müssen.

Wenn eine Gesellschaft z. B. im Jahre 1945 mit der Ko-Methode beginnt und auf den 31. Dezember 1975 als Bezugstermin abstellt, so kann sie *auch nach* diesem Datum den gleichen Bezugstermin noch jahrzehntelang beibehalten. *Das Überholen des Bezugstermins verlangt keine Änderung im Bestand der Hilfswerte.* Dagegen ist streng darauf zu achten, dass diese von Anfang an ihrem «Fall» entsprechend gerechnet werden, nämlich

beim Zugang *vor* dem 31. Dezember 1975 mit $r_\lambda^{k'}\,\pi_\lambda C$

beim Zugang *nach* dem 31. Dezember 1975 mit $v_\lambda^{k'}\,\pi_\lambda C$

beim Zugang, der auf den 31. Dezember 1975 gestellt wird, mit $\pi_\lambda C$.

§ 5

Die Zahlenbeispiele

Wir haben mehrere Zahlenbeispiele durchgerechnet und teilen davon 4 mit. Diese betreffen die gemischte Versicherung mit Prämienzahlung. Rechnungsgrundlagen *AF* 3,5 %. Mit Verwendung der 5 Hilfszinsfüsse

5 %, 6 %, 7,5 %, 9 % und 12 %

kommt für alle gebräuchlichen Kombinationen x/n eine befriedigende Approximation zustande. Sie ist bei Versicherungsdauern bis zu 25 Jahren so überaus gut, dass wir für die beiden ersten Zahlenbeispiele der Anlage III, nämlich $n = 15$ und $n = 25$ nur die *mittleren* Differenzen $\tilde{V}_\tau - V_\tau$ mitteilen. Selbst bei einer Dauer von 55 Jahren (Beispiel 4) treten erst etwa vom 45. Jahre an Differenzen von über $1^0/_{00}$ im vorsichtigen Sinne auf. Da diese alten Versicherungen in einem normalen Portefeuille eine ganz untergeordnete Rolle spielen, kommt diesen Abweichungen aber keine praktische Bedeutung zu.

Wie man schon aus den paar Zahlenbeispielen ersehen kann, beanspruchen kurze Versicherungsdauern immer hohe Zinsfüsse, lange Dauern dagegen niedrige Zinsfüsse. Bei etwas Übung wird deshalb der Mathematiker mit der Auswahl des besten Zinsfusstripels leicht fertig werden. Die Faktoren α_λ (I) usw. der Anlage II sind nur vom Zinsfusstripel und von c abhängig. Diese sollten in Tabellen gesammelt werden und möglichst vollständig vorliegen, bevor mit der Umstellung auf die Ko-Methode begonnen wird.

In der Anlage II finden sich in *Übersicht 1—4* die Faktoren für die Zahlenbeispiele der Anlage III. Gleich darunter folgen die Zinsfusstripel 1 *a* bis 4 *a*, die so ausgewählt sind, dass sie für die Kombinationen x/n der Anlage III entsprechend «zweitbeste», und zwar immer noch sehr gute Approximationen ergeben. Wir sind bei unseren Berechnungen mit den vorerwähnten 5 Zinsfüssen gut ausgekommen. Sie erlauben, wie in § 2 dargelegt, die Bildung von im ganzen 10 verschiedenen Zinsfusstripeln.

Wir verweisen noch besonders auf Anlage IV, wo an Hand von 4 Einzelversicherungen die praktische Anwendung der Ko-Methode *schematisch* dargestellt wird. Durch die Darstellung wird anschaulich gemacht:

1. Jede Versicherung weist ausser $H_0 C$ noch 3 Hilfswerte auf; der mittlere davon ist negativ.
2. Im Versicherungsportefeuille ergeben sich ausser $\Sigma H_0 C$ im ganzen noch 5 Hilfswerte, entsprechend der Zahl der angenommenen Zinsfüsse i_λ.
3. Mit der Führung der Hilfswertregister ist praktisch die ganze Arbeit der Bilanzdeckungskapitalberechnung getan; denn letztere beschränkt sich *für das ganze Portefeuille* auf nur 5 Multiplikationen (mit den Diskontierungsfaktoren v_λ^k) und nachfolgender Addition von 6 Zahlen.

Anlage I

1. Die Formeln (3a) für a_1 (I) usw.

$$a_1\,(\mathrm{I}) = \bar{r}_2\,(\mathrm{II}) \cdot \bar{r}_3\,(\mathrm{III}) - \bar{r}_2\,(\mathrm{III}) \cdot \bar{r}_3\,(\mathrm{II})$$
$$a_1\,(\mathrm{II}) = \bar{r}_2\,(\mathrm{I}) \cdot \bar{r}_3\,(\mathrm{III}) - \bar{r}_2\,(\mathrm{III}) \cdot \bar{r}_3\,(\mathrm{I})$$
$$a_1\,(\mathrm{III}) = \bar{r}_2\,(\mathrm{I}) \cdot \bar{r}_3\,(\mathrm{II}) - \bar{r}_2\,(\mathrm{II}) \cdot \bar{r}_3\,(\mathrm{I})$$

$$a_2\,(\mathrm{I}) = \bar{r}_1\,(\mathrm{II}) \cdot \bar{r}_3\,(\mathrm{III}) - \bar{r}_1\,(\mathrm{III}) \cdot \bar{r}_3\,(\mathrm{II})$$
$$a_2\,(\mathrm{II}) = \bar{r}_1\,(\mathrm{I}) \cdot \bar{r}_3\,(\mathrm{III}) - r_1\,(\mathrm{III}) \cdot \bar{r}_3\,(\mathrm{I})$$
$$a_2\,(\mathrm{III}) = \bar{r}_1\,(\mathrm{I}) \cdot \bar{r}_3\,(\mathrm{II}) - \bar{r}_1\,(\mathrm{II}) \cdot \bar{r}_3\,(\mathrm{I})$$

$$a_3\,(\mathrm{I}) = \bar{r}_1\,(\mathrm{II}) \cdot \bar{r}_2\,(\mathrm{III}) - \bar{r}_1\,(\mathrm{III}) \cdot \bar{r}_2\,(\mathrm{II})$$
$$a_3\,(\mathrm{II}) = \bar{r}_1\,(\mathrm{I}) \cdot \bar{r}_2\,(\mathrm{III}) - \bar{r}_1\,(\mathrm{III}) \cdot \bar{r}_2\,(\mathrm{I})$$
$$a_3\,(\mathrm{III}) = \bar{r}_1\,(\mathrm{I}) \cdot \bar{r}_2\,(\mathrm{II}) - \bar{r}_1\,(\mathrm{II}) \cdot \bar{r}_2\,(\mathrm{I})$$

---

2. Die Nenner-Determinante D, Formeln (3a)

$$(-1)^{1+\lambda} \cdot D = \bar{r}_\lambda\,(\mathrm{I})\,a_\lambda\,(\mathrm{I}) - \bar{r}_\lambda\,(\mathrm{II})\,a_\lambda\,(\mathrm{II}) + \bar{r}_\lambda\,(\mathrm{III}) \cdot a_\lambda\,(\mathrm{III});$$

dabei kann λ gleich 1, 2 oder 3 sein; nur muss λ auf der ganzen Linie den gleichen Zahlwert haben.

3. Die Faktoren α_λ (I), usw.

$$\alpha_\lambda\,(\mathrm{I}) = \frac{a_\lambda\,(\mathrm{I})}{D} \text{ usw.}$$

Vorstehende Formeln gelten für das spezielle Zinsfusstripel i_1, i_2 und i_3. Sie lassen sich aber ohne weiteres auch auf ein beliebiges Zinsfusstripel $i_{\lambda'}$, $i_{\lambda''}$ und $i_{\lambda'''}$ anwenden, indem die Indizes 1, 2 und 3 durch λ', λ'' und λ''' ersetzt werden.

Anlage II

Zahlenbeispiele zu den Formeln (3a)

Übersicht 1—4	Beispiel No. 1	No. 2	No. 3	No. 4
$i_\lambda =$	7,5%, 9%, 12% $c=4$	6%, 7,5%, 12% $c=6$	6%, 7,5%, 9% $c=8$	5%, 7,5%, 9% $c=13$
α_1 (I)	856,536	226,321	163,247	19,1076
α_1 (II)	655,632	155,763	106,371	9,3954
α_1 (III)	164,521	34,483	22,272	1,4179
α_2 (I)	987,661	212,158	217,689	20,1688
α_2 (II)	770,552	150,490	147,645	11,1842
α_2 (III)	197,123	34,262	32,192	1,8792
α_3 (I)	209,516	22,125	75,170	7,5269
α_3 (II)	169,482	17,017	52,901	4,4200
α_3 (III)	45,231	4,295	12,085	0,8116
1000 D	0,232 344	6,605 629	7,300 463	1148,972

Übersicht 1a—4a	Beispiel No. 1 *a*)	No. 2 *a*)	No. 3 *a*)	No. 4 *a*)
$i_\lambda =$	6%, 9%, 12% $c=4$	6%, 7,5%, 9% $c=6$	6%, 7,5%, 12% $c=8$	5%, 7,5%, 9% $c=14$
α_1 (I)	427,683	430,142	87,3325	14,8338
α_1 (II)	327,368	312,528	52,9460	6,8816
α_1 (III)	82,148	74,052	10,0668	0,9700
α_2 (I)	485,264	603,544	77,9149	14,9644
α_2 (II)	385,995	451,517	49,2775	7,9242
α_2 (III)	100,624	110,244	9,7198	1,2535
α_3 (I)	154,256	219,884	6,8988	5,4183
α_3 (II)	127,183	169,120	4,8551	3,0504
α_3 (III)	34,616	42,687	1,1091	0,5321
1000 D	0,465 324	0,664 676	79,54624	2492,972

Anlage III

Genauigkeit des Ko-Deckungskapitals

Gemischte Versicherung 1000

1. Beispiel $x/n = 50/15$

Zinsfusstripel 7,5 %, 9 %, 12 %; $c = 4$

$\pi_{\mathrm{I}} = 5467{,}70$; $\pi_{\mathrm{II}} = -5265{,}38$; $\pi_{\mathrm{III}} = 939{,}79$

mittlere Differenz $\tilde{V}_\tau - V_\tau$ im Abschnitt 1 bis 7: $-0{,}05$

» » » » » 9 bis 15: $+0{,}27$

2. Beispiel $x/n = 40/25$

Zinsfusstripel 6 %, 7,5 %, 12 %; $c = 6$

$\pi_{\mathrm{I}} = 1815{,}66$; $\pi_{\mathrm{II}} = -1245{,}96$; $\pi_{\mathrm{III}} = 86{,}10$

mittlere Differenz $\tilde{V}_\tau - V_\tau$ im Abschnitt 1 bis 11: $-0{,}02$

» » » » » 13 bis 24: $+0{,}25$

3. Beispiel $x/n = 30/35$

Zinsfusstripel 6 %, 7,5 %, 9 %; $c = 8$

$\pi_{\mathrm{I}} = 1223{,}00$; $\pi_{\mathrm{II}} = -1138{,}64$; $\pi_{\mathrm{III}} = 308{,}82$

τ	Ko-Deckungs-kapital $\tilde{V}_\tau$	Differenzen $\tilde{V}_\tau - V_\tau$	Mittlere Differenz	τ	Ko-Deckungs-kapital $\tilde{V}_\tau$	Differenzen $\tilde{V}_\tau - V_\tau$	Mittlere Differenz
1	15,77	—0,03		17	343,12	—0,08	
3	48,83	—0,07		19	395,65	—0,05	
5	83,97	—0,03		21	451,48	—0,12	
7	121,23	—0,07		23	511,04	—0,06	
8	140,70	0,00	—0,02	24	542,40	0,00	+0,27
9	160,73	+0,03		25	574,93	+0,13	
11	202,54	+0,04		27	643,98	+0,48	
13	246,78	—0,02		29	719,26	+0,86	
15	293,58	—0,02		31	802,23	+1,23	
				33	894,86		
				35	999,70		

Anlage III

4. Beispiel $x/n = 30/55$

Zinsfusstripel 5 %, 7,5 %, 9 %; $c = 13$

$\pi_{\mathrm{I}} = 53{,}168$; $\pi_{\mathrm{II}} = -29{,}873$; $\pi_{\mathrm{III}} = 8{,}324$

τ	Ko-Deckungs-kapital $\tilde{V}_\tau$	Differenzen $\tilde{V}_\tau - V_\tau$	Mittlere Differenz	τ	Ko-Deckungs-kapital $\tilde{V}_\tau$	Differenzen $\tilde{V}_\tau - V_\tau$	Mittlere Differenz
3	35,99	—0,11		29	452,61	—0,19	
7	88,50	0,00		33	525,10	—0,70	
10	131,22	—0,18		36	579,13	—0,77	
13	176,70	0,00	0,02	39	633,00	0,00	7,18
16	224,69	0,09		43	706,36	3,86	
20	292,07	0,17		47	787,30	14,40	
23	344,60	0,20		51	889,46	33,66	
				55	1039,46		

Anlage IV

Die Hilfswerte $H_\lambda C$ und das pauschale Ko-Deckungskapital der Bilanz

Schematische Darstellung auf Grund der Zahlenbeispiele der Anlage III (4 gemischte Versicherungen zu je 1000):

Beginn der Versicherungen: 31. Dezember des Jahres A.

Fester Bezugstermin: 31. Dezember 1975.

a) Die Hilfswerte $H_\lambda C$

			Versicherung				Bestands-total
			No. 1	No. 2	No. 3	No. 4	
			$x/n = 50/15$ $A = 1945$ $k' = 30$	$x/n = 40/25$ $A = 1946$ $k' = 29$	$x/n = 30/35$ $A = 1947$ $k' = 28$	$x/n = 30/55$ $A = 1948$ $k' = 27$	
$H_0 C = -(\!(\pi_\lambda C)\!)$			— 1 142,1	— 655,8	— 393,2	— 316,2	— 2 507,3
$H_\lambda C$	λ	i_λ					
»	1	5%	.	.	.	1985,0	1 985,0
»	2	6%	.	9 838,0	6251,6	.	16 089,6
»	3	7½%	47 869,5	— 10 147,3	— 8626,3	— 2105,3	26 990,6
»	4	9%	— 69 859,4	.	3448,6	852,8	— 65 558,0
»	5	12%	28 156,0	2 303,2	.	.	30 459,2

b) Das pauschale Ko-Deckungskapital am 31. Dezember 1950

(Formeln 4, 5 und 5 *a*)

Dieses wird auf Grund der Bestandstotale durch Multiplikation mit den Rechnungsfaktoren $f_\lambda = v_\lambda^k$ gefunden, wobei $f_0 = 1$ ist. Für die 4 Versicherungen der *schematischen* Darstellung *a)* ergibt sich ein *Ko-Deckungskapital von*

$$-2507{,}3 + 586{,}2 + 3748{,}9 + 4425{,}9 - 7602{,}6 + 1791{,}7 = 442{,}8.$$

Am 31. Dezember 1950 ist $k = 25$.