Approximierte Prämien gewisser Zusatzversicherungen

Autor(en): **Jecklin, H.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries**

Band (Jahr): **48 (1948)**

PDF erstellt am: **28.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-966895

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Approximierte Prämien gewisser Zusatzversicherungen

Von *H. Jecklin*, Zürich

Herrn a. Direktor Dr. C. Wiesmann, Zürich,
zum 70. Geburtstag vom Verfasser gewidmet

Bekanntlich erweist es sich in der Versicherungswerbung als attraktives Moment, wenn durch einen relativ geringen Prämienzuschlag die Grundkombination durch ein zusätzliches Risiko erweitert werden kann. So wird z. B. oft gegen eine innerhalb gewisser Grenzen vom Alter des Versicherten und der Versicherungsdauer unabhängige Zusatzprämie zur gemischten Versicherung die Doppeltzahlung der Summe bei Unfalltod mitversichert. Inwiefern diese Zusatzversicherung einem Versicherungsbedürfnis entspricht (indem im allgemeinen bei Unfalltod weniger Kosten entstehen als bei Tod zufolge Krankheit) bleibe dahingestellt, auf jeden Fall wirkt sie attraktiv. Es gibt aber andere Zusatzversicherungen, welche einem wirklichen Versicherungsbedürfnis entsprechen und welche auch in einfacher Weise als Ergänzung eines Haupttarifes getätigt werden können. Dabei ist es ein wesentlicher Vorteil der Handhabung, wenn die Prämie der Zusatzversicherung innerhalb gewisser Grenzen aus einem uniformen Zuschlag besteht.

Wenn von der Absicht ausgegangen wird, eine solche Zusatzversicherung mittels eines fixen Zuschlages zu den Prämiensätzen einer Hauptkombination zu gewähren, so ist es nicht nötig, die nach Alter und Versicherungsdauer gestaffelte Zusammenstellung der genauen Prämiensätze der Zusatzversicherung zu haben; es genügt offenbar, die von Eintrittsalter und Dauer abhängigen Grenzen zu kennen, innerhalb welcher der ins Auge gefasste fixe Satz ausreichend ist. Für solchen Zweck kann unter Umständen eine einfache Approximation der Zusatzprämie sehr erwünschte Dienste leisten. Verfasser hat in Heft 44, 2, dieser Mitteilungen auf Näherungsmethoden aufmerksam gemacht, welche für solche Berechnungen von praktischem Wert sein können.

Setzen wir z. B. den Fall, es solle zu einem Terme-fixe-Tarif eine Zusatzversicherung geschaffen werden, gemäss welcher die Versicherungssumme nicht unbedingt erst am Termin, sondern gegebenenfalls bei vorzeitigem Ableben des begünstigten Kindes auszurichten ist und zufolge welcher die jährliche Prämie nur zu zahlen ist, sofern der Versicherte sowohl als das begünstigte Kind noch am Leben sind. Bezeichnen wir das Eintrittsalter des Versicherten mit x, jenes des begünstigten Kindes mit z, die jährliche Prämie der Terme-fixe-Versicherung mit P_1, jene der Gesamtkombination mit P_2, so ist die genaue jährliche Zusatzprämie offenbar

$$Z = P_2 - P_1 = \frac{1 - d \cdot \mathsf{a}_{z\overline{n}|}}{\mathsf{a}_{xz\overline{n}|}} - \frac{v^n}{\mathsf{a}_{x\overline{n}|}}.$$

Unter Benutzung der Näherung $\mathsf{a}_{xz\overline{n}|} \sim \frac{\mathsf{a}_{x\overline{n}|} \cdot \mathsf{a}_{z\overline{n}|}}{\mathsf{a}_{\overline{n}|}}$ haben wir

$$Z \sim \frac{(1 - d \cdot \mathsf{a}_{z\overline{n}|}) \cdot \mathsf{a}_{\overline{n}|}}{\mathsf{a}_{x\overline{n}|} \cdot \mathsf{a}_{z\overline{n}|}} - \frac{(1 - d \cdot \mathsf{a}_{\overline{n}|}) \cdot \mathsf{a}_{z\overline{n}|}}{\mathsf{a}_{x\overline{n}|} \cdot \mathsf{a}_{z\overline{n}|}} = \frac{\mathsf{a}_{\overline{n}|} - \mathsf{a}_{x\overline{n}|}}{\mathsf{a}_{x\overline{n}|} \cdot \mathsf{a}_{z\overline{n}|}}.$$

Soll nun diese Zusatzversicherung zu einem fixen, nur von der Versicherungssumme abhängigen Prämiensatz F getätigt werden, so können mit dieser Näherungsformel sehr leicht die von x, z und n abhängigen Grenzen abgesteckt werden, innerhalb welcher $Z < F$ ist.

Im folgenden soll insbesondere eine genäherte Prämienberechnung für eine hierorts weniger bekannte Zusatzversicherung, die sog. Ehefrauzusatzversicherung, ausführlicher besprochen werden. Die Leistung dieser Zusatzversicherung besteht darin, dass die Versicherungssumme ein zweites Mal bezahlt wird, sofern die Ehefrau des Inhabers einer gemischten Versicherung *nach* ihrem Manne, aber noch innerhalb der vertraglichen Versicherungsdauer stirbt. Die jährliche Prämie der Zusatzversicherung ist sinngemäss längstens solange zu entrichten, als beide Ehegatten am Leben sind.

Fragt man nach der genauen Prämienformel der Ehefrauzusatzversicherung, so ist diese auf Basis der üblichen Annahme, dass der Tod Ende Versicherungsjahr eintritt, nicht strikte herzuleiten, da für den Fall des Ablebens beider Ehegatten im gleichen Versicherungsjahr die Reihenfolge nicht auseinandergehalten werden kann. Nimmt

man diese kleine Unstimmigkeit in Kauf, so ist die Einmalprämie der Ehefrauzusatzversicherung offenbar gegeben durch (x = Eintrittsalter des Mannes, y = Eintrittsalter der Frau):

$$A^*_{xy\overline{n}|} = \frac{1}{l_x D_y}\left[d_x \sum_0^{n-1} C_{y+k} + d_{x+1}\sum_1^{n-1} C_{y+k} + d_{x+2}\sum_2^{n-1} C_{y+k} + \ldots + d_{x+n-1} C_{y+n-1}\right] =$$

$$= \frac{1}{l_x D_y}\left[(l_x - l_{x+1})\sum_0^{n-1} C_{y+k} + (l_{x+1} - l_{x+2})\sum_1^{n-1} C_{y+k} + \ldots + (l_{x+n-1} - l_{x+n}) C_{y+n-1}\right],$$

woraus man durch Umformung leicht erhält

$$A^*_{xy\overline{n}|} = \frac{1}{l_x D_y}\left[l_x \sum_0^{n-1} C_{y+k} - \sum_0^{n-1} l_{x+k+1} C_{y+k}\right] =$$

$$= \frac{M_y - M_{y+n}}{D_y} - \frac{\sum_0^{n-1} l_{x+k-1} C_{y+k}}{l_x D_y} = A^1_{y\overline{n}|} - A^1_{xy\overline{n}|}.$$

Das heisst: Die Einmalprämie der Ehefrauzusatzversicherung ist gleich der Differenz der Einmalprämien für eine temporäre Todesfallversicherung auf die Ehefrau und für eine temporäre einseitige Überlebensversicherung auf den Ehemann.

Um nun zu einer Näherung der Prämie für die Ehefrauzusatzversicherung zu gelangen, suchen wir zunächst eine Approximation für die Einmaleinlage $A^1_{xy\overline{n}|}$ der einseitigen Überlebensversicherung. Es ist

$$A^1_{xy\overline{n}|} = \frac{1}{l_x D_y}\sum_0^{n-1} l_{x+k+1} C_{y+k} = \frac{1}{l_x D_y}\sum_0^{n-1} l_{x+k+1}(v D_{y+k} - D_{y+k+1}) =$$

$$= \frac{D_{x+1,y}}{D_{xy}} \cdot \mathsf{a}_{x+1,y\overline{n}|} - \frac{D_{x+1,y+1}}{D_{xy}} \cdot \mathsf{a}_{x+1,y+1,\overline{n}|} = \frac{D_{x+1}}{D_x}\left(\mathsf{a}_{x+1,y\overline{n}|} - \frac{l_{y+1}}{l_y}\mathsf{a}_{x+1\ y+1,\overline{n}|}\right).$$

Setzen wir $\mathsf{a}_{xy\overline{n}|} \sim \dfrac{\mathsf{a}_{x\overline{n}|} \cdot \mathsf{a}_{y\overline{n}|}}{\mathsf{a}_{\overline{n}|}}$, so folgt

$$A^1_{xy\overline{n}|} \sim \frac{D_{x+1}}{D_x}\left(\frac{\mathsf{a}_{x+1,\overline{n}|} \cdot \mathsf{a}_{y\overline{n}|}}{\mathsf{a}_{\overline{n}|}} - \frac{l_{y+1}}{l_y} \cdot \frac{\mathsf{a}_{x+1,\overline{n}|} \cdot \mathsf{a}_{y+1,\overline{n}|}}{\mathsf{a}_{\overline{n}|}}\right) =$$

$$= \frac{D_{x+1}}{D_x} \cdot \frac{\mathsf{a}_{x+1,\overline{n}|}}{\mathsf{a}_{\overline{n}|}}\left(\mathsf{a}_{y\overline{n}|} - \frac{l_{y+1}}{l_y}\mathsf{a}_{y+1,\overline{n}|}\right).$$

Als Näherung der jährlichen Prämie der einseitigen Überlebensversicherung ergibt sich dann

$$\frac{A^{1}_{xy\overline{m}|}}{a_{xy\overline{m}|}} \sim \frac{a_{\overline{n}|}}{a_{x\overline{n}|} \cdot a_{y\overline{m}|}} \cdot \frac{D_{x+1}}{D_x} \cdot \frac{a_{x+1,\overline{n}|}}{a_{\overline{n}|}} \left(a_{y\overline{m}|} - \frac{l_{y+1}}{l_y} a_{y+1,\overline{n}|} \right) =$$

$$= \frac{D_{x+1}}{D_x} \cdot \frac{a_{x+1,\overline{n}|}}{a_{x\overline{n}|}} \left(1 - \frac{l_{y+1}}{l_y} \cdot \frac{a_{y+1,\overline{n}|}}{a_{y\overline{m}|}} \right) = \frac{N_{x+1} - N_{x+n+1}}{N_x - N_{x+n}} \left(1 - (1+i) \frac{N_{y+1} - N_{y+n+1}}{N_y - N_{y+n}} \right).$$

und damit als approximative jährliche Prämie der Ehefrauzusatzversicherung

$$P^{*}_{xy\overline{m}|} \sim \frac{A^{1}_{y\overline{m}|} \cdot a_{\overline{n}|}}{a_{x\overline{n}|} \cdot a_{y\overline{m}|}} - \frac{D_{x+1}}{D_x} \cdot \frac{a_{x+1,\overline{n}|}}{a_{x\overline{n}|}} \left(1 - \frac{l_{y+1}}{l_y} \cdot \frac{a_{y+1,\overline{n}|}}{a_{y\overline{m}|}} \right).$$

Wir geben einige zahlenmässige Beispiele für die beiden vorgenannten jährlichen Prämien, gerechnet nach S. M. 1931/41 zu 3 %.

			Einseitige Überlebensversicherung		Ehefrau-zusatzversicherung	
x	y	n	genau	approx.	genau	approx.
			‰	‰	‰	‰
35	35	10	5,03	5,03	0,14	0,15
		15	5,97	6,00	0,29	0,27
		20	7,14	7,26	0,57	0,46
35	30	10	3,89	3,89	0,11	0,11
		15	4,41	4,44	0,21	0,18
		20	5,13	5,21	0,39	0,32
35	40	10	7,09	7,10	0,20	0,19
		15	8,61	8,68	0,43	0,36
		20	10,37	10,58	0,83	0,65

Die Approximationen sind naturgemäss nicht sehr gut. Handelt es sich aber darum, die Ehefrauzusatzversicherung gegen einen nur von der Versicherungssumme abhängigen Zuschlag zur Prämie der gemischten Versicherung zu gewähren, so genügt eine solche einfache Näherungsrechnung, um mit genügender Genauigkeit die von x, y und n abhängigen Grenzen abzustecken, innerhalb welcher die feste Zusatzprämie, vermehrt um Sicherheits- und Unkostenzuschlag, sicher ausreichend ist.