Zusammengefasste Berechnung der Verwaltungskostenreserve für einen aus verschiedenen Versicherungsarten gemischten Bestand

Autor(en): **Humbert, Friedrich**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries**

Band (Jahr): **49 (1949)**

PDF erstellt am: **28.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-555061

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Zusammengefasste Berechnung der Verwaltungskostenreserve für einen aus verschiedenen Versicherungsarten gemischten Bestand

Von *Friedrich Humbert*, Oldenburg

Enthält ein Lebensversicherungsbestand L mehrere der Teilbestände

$G(t = n)$: gemischte Versicherungen mit Prämienzahlungsdauer t gleich Versicherungsdauer n, darunter gegebenenfalls auch lebenslängliche Todesfallversicherungen mit lebenslänglicher Prämienzahlung,

$G(t < n)$: gemischte Versicherungen mit Prämienzahlungsdauer kürzer als Versicherungsdauer, darunter gegebenenfalls auch lebenslängliche Todesfallversicherungen mit abgekürzter Prämienzahlungsdauer, sowie auch Versicherungen beider Arten nach Ablauf der Prämienzahlungsdauer,

$T(t = n)$: à-terme-fixe-Versicherungen mit Prämienzahlungsdauer gleich Versicherungsdauer, darunter gegebenenfalls auch solche, die durch Tod des Versicherten prämienfrei geworden sind,

$T(t < n)$: à-terme-fixe-Versicherungen mit Prämienzahlungsdauer kürzer als Versicherungsdauer, darunter gegebenenfalls auch solche, die durch Tod des Versicherten oder Ablauf der Prämienzahlungsdauer prämienfrei geworden sind,

$E(0 < n)$: Versicherungen gegen Einmalprämie und solche der vorgenannten Teilbestände, die auf Antrag vorzeitig prämienfrei gestellt wurden,

so kann man die an sich nur für die Teilbestände $G(t < n)$, $T(t = n)$, $T(t < n)$ und $E(0 < n)$ erforderliche Verwaltungskostenreserve aus der Netto- und Zillmerreserve ${}^{L}V$ bzw. ${}^{L}V^{Z}$ für den Gesamtbestand L in einfachster Weise berechnen, ohne dass die Kenntnis dieser Reserven für die Einzelbestände erforderlich wäre, ja ohne dass diese Teilbestände überhaupt in zusammengefasster Ordnung innerhalb des Gesamtbestandes geführt werden müssten.

Voraussetzungen hierfür sind lediglich, dass der Rechnungszinsfuss i, der Zillmersatz α und der Verwaltungskostensatz γ für alle Einzelversicherungen in allen Teilbeständen dieselben sind und γ je Versicherungsjahr in $^0/_{00}$ der Versicherungssumme festgesetzt ist.

Zum Nachweis der Behauptung genügt es, die Formeln für die k-te Verwaltungskostenreserve ${}_kU$ für Einzelversicherungen der Teilbestände $G(t < n)$ und $T(t < n)$ zu betrachten, aus denen sich die anderen Fälle durch Spezialisierung ergeben. Bekanntlich ist

$$ {}^{G(t<n)}_{\;\;k}U = \gamma \cdot \left(\mathsf{a}_{x+k,\overline{n-k}|} - \mathsf{a}_{x\overline{n}|} \cdot \frac{\mathsf{a}_{x+k,\overline{t-k}|}}{\mathsf{a}_{x\overline{t}|}} \right); \quad {}^{T(t<n)}_{\;\;k}U = \gamma \cdot \left(\mathsf{a}_{\overline{n-k}|} - \mathsf{a}_{\overline{n}|} \cdot \frac{\mathsf{a}_{x+k,\overline{t-k}|}}{\mathsf{a}_{x\overline{t}|}} \right). \tag{1} $$

Wendet man darin auf

$$ \mathsf{a}_{x+k,\overline{n-k}|} \text{ und } \mathsf{a}_{x\overline{n}|} \qquad \text{bzw.} \qquad \mathsf{a}_{\overline{n-k}|} \text{ und } \mathsf{a}_{\overline{n}|} $$

die Umformung

$$ \mathsf{a}_{x\overline{n}|} = \frac{1 - A_{x\overline{n}|}}{d} \qquad \text{bzw.} \qquad \mathsf{a}_{\overline{n}|} = \frac{1 - v^n}{d} \tag{2} $$

an, und ersetzt man nach dem allgemeinen Zusammenhang, der zwischen Netto- und Zillmerreserve besteht,

$$ \frac{\mathsf{a}_{x+k,\overline{t-k}|}}{\mathsf{a}_{x\overline{t}|}} \tag{3} $$

durch

$$ \frac{{}^{G(t<n)}_{\;\;k}V_{x\overline{n}|} - {}^{G(t<n)}_{\;\;k}V^{Z}_{x\overline{n}|}}{\alpha} \qquad \text{bzw.} \qquad \frac{{}^{T(t<n)}_{\;\;k}V_{x\overline{n}|} - {}^{T(t<n)}_{\;\;k}V^{Z}_{x\overline{n}|}}{\alpha}, $$

so führen — ohne die Bestandsindizes geschrieben — beide Ausgangsformeln (1) zu der gleichen Schlussformel

$$ {}_kU = \frac{\gamma}{d} \cdot \left(1 - {}_kV - \frac{{}_kV - {}_kV^{Z}}{\alpha} \right). \tag{4} $$

Diese Formel hat folgende Eigenschaften:

a) Sie gilt für Versicherungen der Teilbestände $G(t<n)$ und $T(t<n)$ sowohl vor als auch nach Ablauf der Prämienzahlungsdauer und bei $T(t=n)$ und $T(t<n)$ auch dann, wenn die Prämienzahlung durch Tod des Versicherten vorzeitig endete. Sind nämlich Prämien nicht mehr zu zahlen, so ist in allen diesen Fällen

$$ {}_kV^Z = {}_kV = A_{x+k,\overline{n-k}|} \quad \text{bzw.} \quad {}_kV^Z = {}_kV = v^{n-k} \tag{5}$$

und mit (2)

$$ {}^{G(t<n)}_{\;\;k}U = \gamma \cdot \mathsf{a}_{x+k,\overline{n-k}|} \quad \text{bzw.} \quad {}^{T(t<n)}_{\;\;k}U = \gamma \cdot \mathsf{a}_{\overline{n-k}|}. \tag{6}$$

b) Aus den gleichen Gründen ist sie in jedem Falle auch für die im Teilbestand $E(0<n)$ zusammengefassten Versicherungen gültig.

c) Wendet man schliesslich die für $G(t=n)$-Versicherungen bekannte Beziehung

$$ {}^{G(t=n)}_{\;\;k}V^Z = (1+\alpha)\cdot {}^{G(t=n)}_{\;\;k}V - \alpha = {}^{G(t=n)}_{\;\;k}V - \alpha\cdot(1 - {}^{G(t=n)}_{\;\;k}V) \tag{7}$$

auf (4) an, so findet man

$$ {}^{G(t=n)}_{\;\;k}U = 0, $$

was für Versicherungen mit durchlaufender Prämienzahlung von vornherein zutrifft.

Die Formel (4) führt also in jedem in der Behauptung enthaltenen Einzelfall zur richtigen Verwaltungskostenrücklage. Das gilt offenbar sowohl für die ${}_kV$ und ${}_kV^Z$ als Jahresreserven als auch dann, wenn man darunter Bilanzreserven versteht, die — wie üblich — durch lineare Interpolation aus den Jahresreserven gebildet werden. Zudem ist die Formel (4) so gestaltet, dass sie unter den getroffenen Voraussetzungen hinsichtlich $d = \dfrac{i}{1+i}$, α und γ ohne Rücksicht auf die verschiedenen Werte des k für den ganzen Bestand addiert werden kann. Versteht man daher unter ${}^LS$ die Gesamtversicherungssumme des Bestandes L und unter ${}^LV$ bzw. ${}^LV^Z$ die entsprechenden Reserven, so beträgt die für den ganzen Bestand zu stellende Verwaltungskostenreserve

$$ {}^LU = \frac{\gamma}{d}\cdot\left({}^LS - {}^LV - \frac{{}^LV - {}^LV^Z}{\alpha}\right). \tag{8}$$

Die Vereinfachung, die die Formel für die summarische Berechnung der Verwaltungskostenreserve darstellt, steht und fällt damit, dass man «zillmert». Wichtig ist, dass bei allen beitragsfrei — aus welchem Grunde auch immer — gewordenen Versicherungen, bei denen die Zillmerreserve gleich der Nettoreserve geworden ist, in den Registern oder Lochkarten die für die letztere geführten Hilfszahlen in der erforderlichen Weise auch mit unter den für die Zillmerreserve notwendigen Hilfszahlen aufgeführt werden; denn nur dann kann für solche Einzelversicherungen die Formel (4), in der Gesamtheit die Formel (8) zum richtigen Ergebnis führen.

Wird dagegen nicht gezillmert, ist also α von vornherein gleich Null, so wird das Bruchglied in (4) bzw. (8) unbestimmt. Mit (3) findet man als wahren Wert für den Einzelfall

$$\frac{\mathsf{a}_{x+k,\overline{t-k}|}}{\mathsf{a}_{x\overline{t}|}}.$$

Setzt man ihn in (4) ein, so stellt er darin eine nur für verhältnismässig kleine Gruppen von Versicherungen einheitliche Hilfszahl dar, die in den Registern oder Lochkarten besonders mitgeführt werden müsste. Ob und inwieweit andere Umformungen von (4) bzw. (1) zweckmässiger wären, liegt hier ausserhalb des Interesses.

Die für diese Arbeit gestellte Aufgabe war, zu zeigen, dass unter gewissen, vielfach erfüllten oder leicht erfüllbaren Voraussetzungen ein enger Zusammenhang zwischen Verwaltungskosten-, Netto- und Zillmerreserve besteht. Durch Umformung von (4) stellt sich dieser Zusammenhang als Erweiterung der bekannten Formel (7) dar, nämlich als die für alle in diese Betrachtung eingeschlossenen Versicherungsarten in gleicher Weise gültige Beziehung

$${}_kV^Z = (1+\alpha)\cdot {}_kV - \alpha + \alpha\cdot\frac{d}{\gamma}\cdot {}_kU.$$