Zeitschrift: Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

Band: 55 (1955)

Artikel: Internationale versicherungsmathematische Bezeichnungsweise

Autor: Marchand, Émile

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-551151

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 03.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Internationale versicherungsmathematische Bezeichnungsweise

Die internationale versicherungsmathematische Bezeichnungsweise hat ihren Ursprung im «Key to the Notation», der sich im II. Teil des von George King verfassten «Text-Book» des «Institute of Actuaries» befindet und der auch in einem vom II. Internationalen Kongress der Versicherungsmathematiker (1898 London) einstimmig angenommenen Bericht (siehe Seiten 618–640 der «Transactions of the Second International Actuarial Congress») enthalten ist.

Ein weiterer Bericht wurde durch Sprague dem III. Internationalen Kongress der Versicherungsmathematiker (1900 Paris) vorgelegt; darin sind die Symbole, abgesehen von zwei unbedeutenden Zusätzen, unverändert übernommen, jedoch nach neuen Gesichtspunkten geordnet (siehe Seiten 622–651 der «Documents du Troisième Congrès International d'Actuaires»).

Am XI. Internationalen Kongress der Versicherungsmathematiker (1937 Paris) wurde eine internationale Kommission zum Studium der Frage der Bezeichnungsweise ernannt und beauftragt, dem nächsten Kongress Vorschläge zu unterbreiten. Die Vorarbeiten dieser Kommission waren soweit gediehen, dass dem für 1940 in Luzern vorgesehenen XII. Kongress Anträge hätten vorgelegt werden können. Der Ausbruch des Krieges verunmöglichte dies.

Im Juli 1946 haben sodann das «Institute of Actuaries» und die «Faculty of Actuaries» eine neue Aufstellung über die internationale Bezeichnungsweise veröffentlicht, in welcher diejenigen Vorschläge aufgenommen waren, welche die einstimmige Empfehlung oder doch mehrheitliche Zustimmung der erwähnten internationalen Kommission gefunden hatten. Diese Aufstellung ist im «Bulletin du Comité Permanent des Congrès Internationaux d'Actuaires» Nr. 46 vom 30. Juni 1949 erschienen.

Im Jahre 1949 hat der «Conseil de Direction du Comité Permanent des Congrès Internationaux d'Actuaires» beschlossen, eine neue internationale Kommission zu bezeichnen mit dem Auftrag, die Frage der internationalen Bezeichnungsweise für einen späteren Kongress vorzubereiten.

Diese Kommission bestätigte die Beschlüsse, welche im Jahre 1939 von der am XI. Kongress bezeichneten internationalen Kommission gefasst worden waren. Ferner kam sie überein, dass die Frage der internationalen Bezeichnungsweise im Jahre 1954 auf dem Programm des XIV. Internationalen Kongresses der Versicherungsmathematiker figurieren sollte. An der Schlußsitzung des XIV. Internationalen Kongresses in Madrid wurde die Bezeichnungsweise, wie sie im Heft Nr. 46 des «Bulletin du Comité Permanent des Congrès Internationaux d'Actuaires» veröffentlicht ist, stillschweigend gutgeheissen. Wir bringen nachstehend einen vollständigen Abdruck dieser neuen internationalen Bezeichnungsweise, die gemäss einem Beschluss des Vorstandes künftig für die Mitteilungen unserer Vereinigung allein zur Anwendung kommen soll. *Émile Marchand*, Präsident

Die allgemeinen Grundsätze, welche dem System zugrunde liegen, sind die folgenden:

Den Grundbuchstaben werden Indizes beigesetzt, welche nach ihrer Anordnung eine ganz bestimmte Bedeutung haben.

Der Raum unten links ist vorgesehen für Zeichen, welche die Dauer eines bestimmten Vorganges und dessen Lage im zeitlichen Ablauf angeben (Aufschubszeit).

Der Raum unten rechts ist bestimmt für Zeichen, welche das Alter angeben und die Reihenfolge, in welcher die betrachteten Ereignisse eintreten müssen.

Der Raum oben rechts ist bestimmt für Zeichen, die angeben, in welchen Zeitabständen die betrachteten Ereignisse innerhalb des Jahres sich einstellen sollen (unterjährige Zahlungsweise).

Der Raum oben links ist frei; er kann verwendet werden, um andere notwendige Kennzeichen anzubringen.

Ein Buchstabe in Klammern, wie z.B. (x) bedeutet «eine Person vom Alter x». Ein Buchstabe oder eine Zahl unter einem rechten Winkel, wie z.B. $_{\overline{n}|}$ oder $_{\overline{15}|}$, hat den Sinn einer festen Laufzeit.

Grundgrössen

Zins

i = effektiver Zinssatz, d.h. totaler Zinsertrag auf dem Kapital «1» innert Jahresfrist unter der Annahme, der erzielte Zins werde, sofern er unterjährig entrichtet wird, unverzüglich wieder an Zins gelegt zu den nämlichen Bedingungen, unter welchen das Kapital selber Zins trägt.

$v = (1+i)^{-1}$ = Barwert des nach einem Jahr fälligen Kapitals «1».

$d = 1 - v$ = Diskont auf dem nach einem Jahr fälligen Kapital «1».

$\delta = \log_e (1+i) = -\log_e (1-d)$ = Zinsintensität oder Diskontintensität.

Sterbetafeln

l = Zahl der Lebenden.

d = Zahl der Gestorbenen.

p = Überlebenswahrscheinlichkeit.

q = Sterbewahrscheinlichkeit.

μ = Sterbeintensität.

m = zentrales Sterblichkeitsverhältnis.

a = Rentenbarwert.

s = Rentenendwert.

e = Lebenserwartung.

A = Barwert einer Todesfallversicherung.

E = Barwert einer Erlebensfallversicherung.

$\left.\begin{matrix} P \\ \pi \end{matrix}\right\}$ = Jahresprämie. $\left\{\begin{matrix} P \text{ bedeutet im allgemeinen die Nettoprämie,} \\ \pi \text{ eine andere Prämie.} \end{matrix}\right.$

V = Deckungskapital.

W = prämienfreie Summe.

Die Art der praktischen Anwendung der vorstehend aufgeführten Grundgrössen und ihre genaue Bedeutung nach Hinzufügen der Indizes werden nachstehend erläutert.

Zins

$i^{(m)} = m\{(1+i)^{1/m}-1\}$ = nomineller Zinssatz, wenn der Zins in m gleichen Raten unterjährig zahlbar ist.

$a_{\overline{n}|} = v + v^2 + \ldots + v^n$ = Barwert der während n Jahren jährlich nachschüssig zahlbaren Zeitrente «1».

$\ddot{a}_{\overline{n}|} = 1 + v + v^2 + \ldots + v^{n-1}$ = Barwert der während n Jahren jährlich vorschüssig zahlbaren Zeitrente «1».

$s_{\overline{n}|} = 1 + (1+i) + (1+i)^2 + \ldots + (1+i)^{n-1}$ = Endwert der während n Jahren jährlich nachschüssig zahlbaren Zeitrente «1».

$\ddot{s}_{\overline{n}|} = (1+i) + (1+i)^2 + \ldots + (1+i)^n$ = Endwert der während n Jahren jährlich vorschüssig zahlbaren Zeitrente «1».

Das Zeichen ¨ über den Buchstaben a und s deutet die vorschüssige Zahlungsweise an.

Sterbetafeln

Die Alter der in die Betrachtung einbezogenen Personen werden durch Buchstaben gekennzeichnet, welche als Indizes im Raum unten rechts stehen.

l_x = Zahl der lebenden Personen, welche nach der Sterbetafel das Alter x erreichen.

d_x = $l_x - l_{x+1}$ = Zahl der Personen, welche nach der Sterbetafel im Alter zwischen x und $x+1$ Jahren sterben.

p_x = Wahrscheinlichkeit, dass (x) das nächste Jahr überlebt.

q_x = Wahrscheinlichkeit, dass (x) innerhalb des nächsten Jahres stirbt.

$\mu_x = -\frac{1}{l_x}\frac{dl_x}{dx}$ = Sterbeintensität für (x).

$m_x = d_x \Big/ \int_0^1 l_{x+t}\,dt$ = zentrales Sterblichkeitsverhältnis der Altersstufe x bis $x+1$.

e_x = abgekürzte Lebenserwartung (mittlere künftige Lebensdauer) für (x).

In den folgenden Symbolen wird, sofern nicht ausdrücklich anders vermerkt ist, angenommen, dass es sich um Barwerte handelt, der jährliche Rentenbetrag «1» sei und die Todesfall- bzw. Erlebensfallsumme «1» betrage.

a_x = jährlich nachschüssige Leibrente, zahlbar, solange als (x) lebt.

$\ddot{a}_x$ = $1 + a_x$ = jährlich vorschüssige Leibrente, zahlbar, solange als (x) lebt.

A_x = Todesfallversicherung, Kapital zahlbar am Ende des Sterbejahres von (x).

Anmerkung. $e_x = a_x$ bei einem Zinsfuss $i = 0$.

Ein Buchstabe oder eine Zahl im Raume unten links von der Grundgrösse bezeichnet die Anzahl Jahre, über welche sich die Wahrscheinlichkeit oder der Versicherungsschutz erstreckt:

${}_np_x$ = Wahrscheinlichkeit, dass (x) nach n Jahren noch lebt.

${}_nq_x$ = Wahrscheinlichkeit, dass (x) innerhalb der nächsten n Jahre stirbt.

Anmerkung. Wenn $n = 1$, wird die 1 weggelassen, vorausgesetzt, dass Missverständnisse ausgeschlossen sind.

${}_nE_x = v^n {}_np_x$ = Barwert des Erlebensfallkapitals «1», zahlbar, wenn (x) nach n Jahren noch lebt.

Ein Buchstabe oder eine Zahl, welche im linken Raum unten vor einem senkrechten Strich steht, bedeutet eine Aufschubszeit.

Beispielsweise ist:

${}_{n|}q_x$ = Wahrscheinlichkeit, dass (x) im $(n+1)$ten Jahr, d. h. im Alter von $x+n$ bis $x+n+1$ Jahren, stirbt.

${}_{n|}a_x$ = Barwert einer um n Jahre aufgeschobenen, nachschüssig zahlbaren Leibrente für (x); erste Rente am Ende des $(n+1)$ten Jahres zahlbar.

${}_{n|t}a_x$ = Barwert einer um n Jahre aufgeschobenen, dann während t Jahren nachschüssig zahlbaren Leibrente für (x).

Ein Buchstabe oder eine Zahl in runden Klammern im Raum oben rechts von der Grundgrösse gibt die Anzahl Teile an, in welche das Jahr geteilt ist.

Beispielsweise ist:

$a_x^{(m)}$ = Leibrente für (x), zahlbar lebenslänglich nachschüssig in m Raten pro Jahr von der Grösse $1/m$.

$\ddot{a}_x^{(m)}$ = Leibrente für (x), zahlbar lebenslänglich vorschüssig in m Raten pro Jahr von der Grösse $1/m$, wobei $\ddot{a}_x^{(m)} = 1/m + a_x^{(m)}$.

$A_x^{(m)}$ = Todesfallversicherung, Kapital zahlbar am Ende des im Zeitpunkte des Ablebens laufenden Intervalles $1/m$.

Wächst $m \to \infty$, so bringt man an Stelle von (∞) einen wagrechten Strich über der Grundgrösse an.

Beispielsweise ist:

$\bar{a}$ = kontinuierlich zahlbare Leibrente.

$\bar{A}$ = Todesfallversicherung, Kapital sofort beim Ableben zahlbar.

Ein kleiner Kreis über der Grundgrösse bedeutet, dass es sich um vollständige Werte handelt.

$\mathring{a}$ = vollständige Leibrente.

$\mathring{e}$ = vollständige mittlere Lebenserwartung.

Anmerkung. Für $\mathring{e}$ wird zum Teil auch $\bar{e}$ vorgeschlagen mit der folgenden Begründung: Genau so wie $e_x = a_x$ beim Zinsfuss $i = 0$, so sollte auch $\bar{e}_x = \bar{a}_x$ beim Zinsfuss $i = 0$ sein.

Sofern es sich um mehr als ein Leben handelt, sind in der Darstellung folgende Regeln zu beachten.

Treten zwei oder mehr Buchstaben oder Zahlen ohne Unterscheidungsmerkmale als Indizes auf, so sind damit verbundene Leben gekennzeichnet.

Beispielsweise ist:

$$l_{xy} = l_x \cdot l_y, \qquad d_{xy} = l_{xy} - l_{x+1:y+1}.$$

Anmerkung. Erweist es sich als wünschbar, die Buchstaben oder Zahlen in den Indizes auseinanderzuhalten, so sind dazu Doppelpunkte zu verwenden. Dem Doppelpunkt ist an Stelle des Punktes oder des Kommas der Vorzug zu geben, da bei Ziffern Verwechslungen mit den Dezimalen ausgeschlossen sind.

a_{xyz} = Verbindungsrente; Renten nachschüssig zahlbar, solange als (x), (y) und (z) am Leben sind.

A_{xyz} = Todesfallversicherung auf das erste Leben; Kapital zahlbar Ende Jahr beim Auflösen der Verbindung von (x), (y) und (z) durch Tod.

Als Index kann an Stelle eines Alters eine Zeitspanne auftreten; sie ist unter einen rechten Winkel zu setzen.

Beispielsweise ist:

$a_{x:\overline{n}|}$ = jährlich nachschüssig während höchstens n Jahren zahlbare Leibrente.

$A_{x:\overline{n}|}$ = gemischte Versicherung; Kapital zahlbar am Ende des Sterbejahres von (x), wenn dieser binnen n Jahren stirbt, oder nach Ablauf der n Jahre, wenn er diese überlebt.

Trennt ein senkrechter Strich die Buchstaben eines im Raume rechts unten stehenden Indexes, so bedeutet das, dass der Vorgang, der durch die Buchstaben rechts vom Strich gekennzeichnet ist, dem Vorgang folgt, der den Buchstaben links vom Strich entspricht.

Beispielsweise ist:

$a_{y|x}$ = Überlebensrente; Rente zahlbar an (x) nach dem Ableben von (y).

$A_{z|xy}$ = Todesfallversicherung auf verbundene Leben; Kapital zahlbar beim Tode von (x) oder von (y), vorausgesetzt, dass (z) vor (x) und vor (y) gestorben ist.

Ist ein wagrechter Strich über den Buchstaben eines im Raume rechts unten stehenden Indexes angebracht, so bedeutet dies, dass für den betrachteten Vorgang das Überleben von Personen und nicht ihr Verbundensein kennzeichnend ist. Die Anzahl der geforderten überlebenden Personen wird durch einen Buchstaben oder durch eine Zahl oberhalb des rechten Endes des Striches angegeben. Sofern der Buchstabe, z. B. r, für sich allein steht, so heisst das, dass *mindestens* r überlebende Personen vorhanden sein müssen; ist der Buchstabe in eckige Klammern eingeschlossen, z. B. $[r]$, so hat es die Bedeutung, dass *genau* r überlebende Personen da sein müssen. Fehlt ein Buchstabe oder eine Zahl, so muss *mindestens eine* überlebende Person auftreten.

Beispielsweise ist:

$a_{\overline{xyz}}$ = Verbindungsrente auf letztes Leben; Rente zahlbar, solange als mindestens einer von (x), (y) und (z) noch lebt.

$a_{\overline{xyz}}^{2}$ = Verbindungsrente; Rente zahlbar, solange als mindestens zwei von (x), (y) und (z) noch leben.

$p_{\overline{xyz}}^{[2]}$ = Wahrscheinlichkeit, dass genau zwei der drei (x), (y) und (z) ein Jahr überleben.

${}_nq_{\overline{xy}}$ = Wahrscheinlichkeit, dass sowohl (x) als auch (y) innerhalb von n Jahren sterben $= {}_nq_x \cdot {}_nq_y$.

${}_nA_{\overline{xy}}$ = temporäre Todesfallversicherung auf letztes Leben; Kapital zahlbar am Ende des Jahres, in dem der Überlebende aus der Verbindung (x) mit (y) stirbt, sofern beide Personen innerhalb von n Jahren sterben.

Werden Ziffern oberhalb oder unterhalb der Buchstaben eines im Raume rechts unten stehenden Indexes angebracht, so bedeuten diese Ziffern die Reihenfolge, in welcher die Verbindung zur Leistungsbegründung aufgelöst werden muss. Die Ziffer oberhalb der Buchstaben gibt an, welche Person durch ihr Ausscheiden die Leistung schliesslich fällig macht; Ziffern unterhalb der Buchstaben geben an, in welcher Reihenfolge die übrigen in die Verbindung einbezogenen Personen ausgeschieden sein müssen, um die Leistung zu begründen.

Beispielsweise ist:

A^{1}_{xy} = Todesfallversicherung, Kapital zahlbar am Ende des Sterbejahres von (x), unter der Voraussetzung, dass (x) vor (y) stirbt.

A^{2}_{xyz} = Todesfallversicherung, Kapital zahlbar am Ende des Sterbejahres von (x) unter der Voraussetzung, dass (x) als zweiter von (x), (y) und (z) stirbt.

$A^{2}_{\underset{1}{xyz}}$ = Todesfallversicherung, Kapital zahlbar am Ende des Sterbejahres von (x) unter der Voraussetzung, dass (y) als erste und (x) als zweite Person stirbt.

$A_{xy:\underset{3}{z}}$ = Todesfallversicherung, Kapital zahlbar am Ende des Jahres, in dem der Überlebende aus der Verbindung von (x) mit (y) stirbt, unter der Voraussetzung, dass (z) nicht vor (x) und nicht vor (y) stirbt.

$A^{1}_{x:\overline{n}|}$ = temporäre Todesfallversicherung, Kapital zahlbar am Ende des Sterbejahres von (x) unter der Voraussetzung, dass der Tod innerhalb von n Jahren eintritt.

$\left.\begin{array}{l} a_{\overline{yz}|x} \\ \text{oder} \\ a^{2}_{\overline{yz}|x} \end{array}\right\}$ = Überlebensrente, Rente zahlbar an (x) nach dem Tode der überlebenden Person aus der Verbindung von (y) mit (z), wobei (z) vor (y) gestorben sein muss.

Anmerkung. Zur Kenntlichmachung einer Verbindung kann das Zeichen ⌐ oberhalb der Buchstaben, welche die verbundenen Leben darstellen, gesetzt werden. Also: $A^{1}_{\overline{xy}:\overline{n}|}$ = temporäre Todesfallversicherung auf das erste Leben, Kapital zahlbar, wenn (x) oder (y) innerhalb von n Jahren stirbt.

Bei Überlebensrenten ist oft eine Unterscheidung notwendig in bezug auf den Tag des Rentenbeginns.

Beispielsweise ist:

$a_{y|x}$ = Überlebensrente; Rente zahlbar an (x) nach dem Ableben von (y), erstmals am Ende des Sterbejahres von (y). (Im Mittel wird die Rente ein halbes Jahr nach dem Tode von (y) fällig.)

$\hat{a}_{y|x}$ = Überlebensrente; Rente zahlbar an (x) nach dem Ableben von (y), erstmals ein Jahr nach dem Ableben von (y).

$\mathring{a}_{y|x}$ = vollständige Überlebensrente; Rente zahlbar an (x) nach dem Ableben von (y), erstmals ein Jahr nach dem Ableben von (y).

Jahresprämien

Der Buchstabe P mit den zugehörigen Indizes bezeichnet die Jahresprämie in denjenigen einfachen Fällen, in denen Missverständnisse ausgeschlossen sind.

Beispielsweise ist:

P_x = Jahresprämie der lebenslänglichen Todesfallversicherung, Kapital zahlbar am Ende des Sterbejahres von (x).

$P_{x:\overline{n}|}$ = Jahresprämie der gemischten Versicherung, Kapital zahlbar am Ende des Sterbejahres von (x), spätestens jedoch nach n Jahren.

P^1_{xy} = Jahresprämie einer einseitigen Todesfallversicherung, Kapital zahlbar am Ende des Sterbejahres von (x) unter der Voraussetzung, dass (x) vor (y) gestorben ist.

In den vorstehend aufgeführten Fällen ist es freigestellt, den Buchstaben P in Verbindung mit dem Symbol für den Barwert der Anwartschaft auf die versicherte Leistung zu verwenden. Für $P_{x:\overline{n}|}$ können wir demnach schreiben $P(A_{x:\overline{n}|})$. Bei weniger einfachen Versicherungsformen ist es notwendig, in der eben beschriebenen Weise vorzugehen. Indizes, welche sich auf die versicherte Leistung beziehen, sind demjenigen Buchstaben anzufügen, der die Versicherungsleistung umschreibt, während Indizes, die auf die Prämienzahlung Bezug haben, dem Symbol P beizugeben sind.

Beispielsweise ist:

${}_nP(\bar{A}_x)$ = Jahresprämie für eine lebenslängliche Todesfallversicherung für (x); Prämie zahlbar während höchstens n Jahren, Todesfallsumme fällig unmittelbar beim Tode der versicherten Person.

$P_{xy}(A_x)$ = Jahresprämie für eine lebenslängliche Todesfallversicherung auf das Leben (x); Prämie zahlbar solange als (x) und (y) leben; Kapital fällig am Ende des Sterbejahres von (x).

${}_nP({}_{n|}a_x)$ = Jahresprämie für eine aufgeschobene Leibrente für (x); Prämie zahlbar während höchstens n Jahren, Rente jährlich nachschüssig zahlbar vom Alter von $x+n$ Jahren an.

${}_tP^{(m)}(A_{x:\overline{n}|})$ = Jahresprämie für eine gemischte Versicherung; Prämie zahlbar in jährlich m Raten während höchstens t Jahren, Kapital fällig am Ende des Sterbejahres von (x), spätestens nach n Jahren.

Anmerkungen:

1. Als allgemeine Regel gilt, dass der Buchstabe P ohne das den Barwert der Anwartschaft auf die versicherte Leistung kennzeichnende Symbol nur gebraucht werden sollte, wenn die versicherte Leistung am Ende des Sterbejahres fällig wird; ist dies nicht der Fall oder handelt es sich um eine Rentenversicherung, so ist das Symbol, welches die Art der versicherten Leistung unterscheidet, in Klammer beizufügen;

2. $P_x^{(m)}$. Ein Umstand, der erst nach Festlegung der internationalen versicherungsmathematischen Bezeichnungsweise Beachtung gefunden hat, ist der, dass es zwei Arten von unterjähriger Prämienzahlung gibt; im ersten Fall hört die Prämienzahlung mit dem Tode auf, im zweiten Fall ist die Prämie noch zahlbar bis zum Ablauf des im Zeitpunkte des Todes laufenden Versicherungsjahres. Um den letztgenannten Fall kenntlich zu machen, kann m in eckige Klammern eingeschlossen werden, wie z. B. $P^{[m]}$.

Deckungskapital und prämienfreie Summen

${}_tV_x$ = Deckungskapital einer lebenslänglichen Todesfallversicherung für (x), berechnet t Jahre nach Beginn, wobei die im Zeitpunkt t fällige Prämie als unbezahlt angenommen ist.

${}_tW_x$ = prämienfreie Summe der vorgenannten Versicherung.

Bei einfachen Versicherungsformen können die Symbole V und W für sich allein stehen; in weniger einfachen Fällen dagegen ist es erforderlich, das Symbol für die Art der versicherten Leistung in Klammern mitzuverwenden.

Beispielsweise ist:

$${}_tV^{(m)}(\bar{A}_{x:\overline{n}|}) \quad \text{entsprechend} \quad P^{(m)}(\bar{A}_{x:\overline{n}|})\,; \quad {}_tV({}_{n|}a_x)\,.$$

Anmerkung. Als allgemeine Regel darf gelten, dass die Symbole V und W für sich allein zu gebrauchen sind, wenn das Kapital am Ende des Sterbejahres fällig ist und sich die Prämienzahlung über die ganze Versicherungsdauer erstreckt. Ist die Prämienzahlung auf eine bestimmte Zeitspanne beschränkt, z. B. auf n Jahre, so kann das Deckungskapital nach t Jahren geschrieben werden als ${}_tV[{}_nP(A)]$ oder als ${}_t^nV(A)$.

Treten verschiedene Arten von Prämien auf, so können sie wie auch die zugehörigen Werte V und W durch Akzente unterschieden werden. Wird z.B. bei der Reserveberechnung nicht auf die Nettoprämie, sondern auf eine andere Prämie abgestellt, so kann diese mit P' bezeichnet werden und das zugehörige Deckungskapital mit V'. In ähnlicher Weise lässt sich für eine Tarifprämie P'' schreiben und für die entsprechende prämienfreie Summe W''.

Symbole für veränderliche Leistungen

(Ia) = Rente
(IA) = Todesfallversicherung
} beginnend mit dem Grössenbetrag «1» und jährlich steigend um «1».

Ist die Versicherung auf eine bestimmte Zeitspanne beschränkt, so wird das die Begrenzung kennzeichnende Symbol ausserhalb der Klammern angebracht.

Beispielsweise ist:

$(Ia)_{x:\overline{n}|}$ = temporäre, vom Anfangsbetrag «1» jährlich um «1» steigende Leibrente.

$(IA)^{1}_{x:\overline{n}|}$ = temporäre Todesfallversicherung, Kapital vom Anfangsbetrag «1» jährlich um «1» steigend.

Ist dagegen die Steigerung auf eine bestimmte Zeitspanne begrenzt, der Versicherungsschutz dagegen lebenslänglich, so wird das die Dauer der Steigerung angebende Symbol in die Klammer gesetzt.

Beispielsweise ist:

$(I_{\overline{n}|}a)_x$ = lebenslängliche Leibrente,

$(I_{\overline{n}|}A)_x$ = lebenslängliche Todesfallversicherung, wobei die Leistung mit «1» beginnt und dann während $n-1$ Jahren um «1» zunimmt und nachher konstant bleibt.

Fallende Leistungen werden durch den Buchstaben D angegeben; naturgemäss muss die Abnahme begrenzt sein, ansonst negative Leistungen auftreten würden. Beispielsweise ist:

$(D_{\overline{n}|}A)^{1}_{x:\overline{n}|}$ = temporäre Todesfallversicherung, Kapital vom Grössenbetrag n jährlich um «1» fallend.

Handelt es sich um allgemein veränderliche Versicherungsleistungen, so ist das durch den Buchstaben v auszudrücken. Beispielsweise (va) = veränderte Leibrente.

Tabelle der Kommutationszahlen

Ein Leben

$$
\begin{aligned}
D_x &= v^x l_x, \\
N_x &= D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + \dots \\
S_x &= N_x + N_{x+1} + N_{x+2} + \dots, \\
C_x &= v^{x+1} d_x, \\
M_x &= C_x + C_{x+1} + C_{x+2} + \dots, \\
R_x &= M_x + M_{x+1} + M_{x+2} + \dots
\end{aligned}
$$

Sofern die Auszahlung des Kapitals unmittelbar nach dem Tode in die Kommutationszahlen eingehen soll, so sind die entsprechenden Symbole mit einem Querstrich zu versehen.

Beispielsweise ist:

$$\bar{C}_x = v^{x+\frac{1}{2}} d_x \quad \text{als Näherung von} \quad \int_0^1 v^{x+t} \mu_{x+t} l_{x+t} dt$$

$$
\begin{aligned}
\bar{M}_x &= \bar{C}_x + \bar{C}_{x+1} + \bar{C}_{x+2} + \dots, \\
\bar{R}_x &= \bar{M}_x + \bar{M}_{x+1} + \bar{M}_{x+2} + \dots
\end{aligned}
$$

Verbundene Leben

$$
\begin{aligned}
D_{xy} &= v^{\frac{1}{2}(x+y)} l_{xy}, \\
N_{xy} &= D_{xy} + D_{x+1:y+1} + D_{x+2:y+2} + \dots, \\
C_{xy} &= v^{\frac{1}{2}(x+y)+1} d_{xy}, \\
M_{xy} &= C_{xy} + C_{x+1:y+1} + C_{x+2:y+2} + \dots, \\
C^1_{xy} &= v^{\frac{1}{2}(x+y)+1} d_x l_{y+\frac{1}{2}}, \\
M^1_{xy} &= C^1_{xy} + C^{\ 1}_{x+1:y+1} + C^{\ 1}_{x+2:y+2} + \dots
\end{aligned}
$$

Selektion

Wird der Buchstabe, der in einem Index das Alter angibt, in eckige Klammern eingeschlossen, so ist darunter das Alter bei der Auslese zu verstehen. Diesem Alter kann ausserhalb der Klammer die Zahl der Jahre beigegeben werden, welche seit der Auslese verflossen sind. Die beiden Werte zusammen geben dann das erreichte Alter an.

Beispielsweise ist:

$l_{[x]+t}$ = Zahl der Lebenden in einer Selektionssterbetafel, wobei die Auslese im Alter von x Jahren stattfand und das erreichte Alter $x+t$ Jahre beträgt.

$d_{[x]+t} = l_{[x]+t} - l_{[x]+t+1}$.

$a_{[x]}$ = Barwert einer lebenslänglichen Rente auf das Leben einer x-jährigen und eben ausgelesenen Person.

$a_{[x-n]+n}$ = Barwert einer lebenslänglichen Rente auf das Leben einer heute x-jährigen und vor n Jahren ausgelesenen Person.

$$N_{[x]} = D_{[x]} + D_{[x]+1} + D_{[x]+2} + \dots$$

$$\ddot{a}_{[x]} = N_{[x]} : D_{[x]} = 1 + a_{[x]}.$$

Als *Sprague* seinerzeit seinen Bericht vorlegte, bemerkte er, man habe eingewendet, dass in gewissen Fällen eine Wahlmöglichkeit zwischen zwei Symbolen bestehe. Beispielsweise kann man für den Barwert der temporären Leibrente ${}_na_x$ oder $a_{x:\overline{n}|}$ schreiben. Das sei, so führte er aus, die notwendige Folge des dem System zugrunde liegenden Gedankens und keine der beiden Formen könne ausgemerzt werden, ohne die Symmetrie des Systems zu stören.

* * *

Die bisherige Bezeichnungsweise hat die folgenden Änderungen erfahren:

1. *Zins.* – An Stelle von $j_{(m)}$ = nomineller Zinssatz, wenn der Zins in m Raten fällig wird und der effektive Zinssatz i ist, wird $i^{(m)}$ eingeführt. Die frühern Definitionen von $i^{(m)}$ bzw. von $\bar{i}$ als effektiver Zinssatz, wenn der Zins in m Raten fällig ist, bzw. wenn der Zins stetig fliesst, sind fallengelassen worden;

2. *Vorschüssige Rente.* – An die Stelle des Symbols a für den Barwert der vorschüssig zahlbaren Rente ist der Buchstabe $\ddot{a}$ getreten. Die Einführung des Zeichens ¨ erlaubt, den Endwert der vorschüssig zahlbaren Zeitrente mit $\ddot{s}$ zu bezeichnen, wofür bis jetzt kein allgemein gültiges Zeichen bestanden hat;

3. *Sterblichkeit.* – Das Zeichen Q für die mehr als einjährige Sterbewahrscheinlichkeit wird nicht mehr verwendet;

4. *Fallende Leistungen.* – Das Zeichen D für fallende Leistungen ist neu eingeführt worden;

5. *Kommutationszahlen.* – Die frühere Definition von

$$N_x = D_{x+1} + D_{x+2} + D_{x+3} + \dots$$

ist verlassen worden zugunsten von

$$N_x = D_x + D_{x+1} + D_{x+2} + \dots .$$

Dies macht die weitere Anwendung von $\mathbb{N}_x$ und $\mathbf{N}_x$ überflüssig.

Obschon die Anwendung des internationalen Symbols $j_{(m)}$ für den nominellen Zinssatz zugunsten von $i^{(m)}$ aufgegeben wird, ist es die Meinung des internationalen Komitees, $j_{(m)}$ könne weiter gebraucht werden, sofern es dem örtlichen Gebrauch entspricht und sofern keine Verwechslungen eintreten können.

Die Anregung, in die internationale Bezeichnungsweise den Buchstaben U als Symbol für den Rückkaufswert einzuführen, fand nicht die Zustimmung des internationalen Komitees, obschon die Meinung herrschte, das Zeichen U auszuersehen, sofern sich eine einheitliche Benennung einmal als nötig erweisen sollte.