Zeitschrift: Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

Band: 59 (1959)

Artikel: Les tables de rentiers

Autor: Taillens, Eric

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-966814

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 06.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Les tables de rentiers

Par Eric Taillens, Lausanne

Résumé

Des tables de rentiers ont été calculées d'après les expériences de la «Caisse Cantonale Vaudoise» pendant les années 1947–1956. Les résultats – établis séparément pour hommes et femmes – sont donnés pour des intervalles de cinq ans.

Avant-propos

En 1957, la Caisse cantonale vaudoise des retraites populaires a fêté son cinquantenaire. Une aussi longue période d'activité lui a permis de créer un portefeuille de rentes et de réunir ainsi de précieuses observations dans le domaine de la mortalité. Nous pensons utile de les signaler à l'attention des actuaires.

Les opérations viagères traitées par cette institution sont particulières en ce sens que les versements des affiliés sont facultatifs et n'impliquent de la part de ces derniers aucun engagement pour l'avenir. L'assuré fixe librement le montant de la prime qu'il désire affecter à l'assurance. Chaque prime est convertie séparément en rente viagère immédiate ou différée. En contre-partie, l'assureur n'a pas l'obligation de garantir pendant toute la durée de l'assurance, le tarif sous l'empire duquel le premier versement a été converti en rente. Il y a donc une sélection continuelle, car les assurés en mauvaise santé suspendent leurs versements.

La mortalité à la Caisse cantonale vaudoise des retraites populaires est suivie chaque année. Une première constatation s'impose immédiatement: la mortalité des membres cotisants est plus faible que celle des membres qui ne cotisent plus.

Dès lors, nous avons pensé qu'il serait intéressant d'étudier plus spécialement la mortalité des membres cotisants et avons choisi une période de 9 années s'étendant de 1947 à 1956.

Environ 42 000 assurés (les femmes représentent un peu moins du 50 %) versent chaque année des primes. L'effectif est réparti assez régulièrement de 0 à 55 ans et se réduit sensiblement par la suite; il est pratiquement nul dès 85 ans. Environ 1000 nouvelles polices sont établies chaque année, si bien que finalement 50 000 personnes ont été observées au cours de cette période de 9 ans.

L'effectif sous le risque, de même que les extinctions correspondantes, ont été déterminés de deux façons différentes afin de nous permettre de vérifier une antisélection déjà connue:

1° en tenant compte de l'importance du versement de l'assuré,

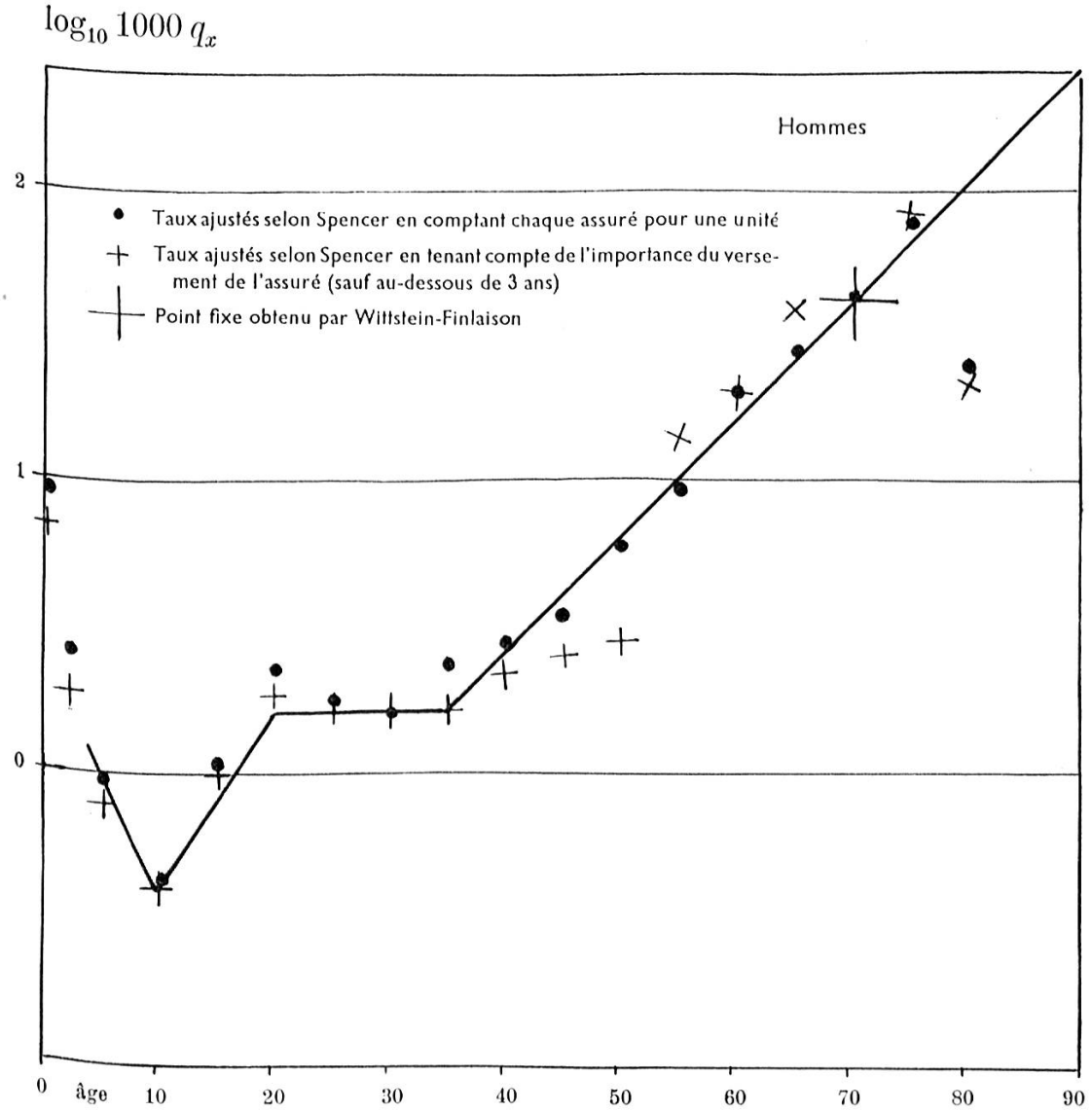
2° en comptant chaque assuré pour une unité.

Les graphiques 1 et 2, dressés à l'échelle logarithmique, donnent les résultats auxquels nous arrivons. En consultant ces derniers, il sera facile de se convaincre du rôle majeur que joue l'importance du versement effectué facultativement dans l'assurance de rente. Ce phénomène est bien marqué chez les femmes qui versent en moyenne davantage que les hommes.

La mortalité la plus défavorable à l'assureur a été choisie pour établir les tables RP 47/56. Celles-ci forment ainsi un ensemble statistique sélectionné (la table des femmes plus particulièrement), malgré qu'il n'ait pas été possible de réaliser de véritables tables de sélection avec double entrée, l'effectif en cause ne pouvant le justifier. Par contre, on peut affirmer qu'elles correspondent à une sélection permanente.

Ce qui frappe en tout premier lieu, c'est l'énorme différence entre les taux relatifs aux hommes et ceux des femmes. C'est à se demander si ces dernières ne font pas un véritable calcul en investissant leurs fonds. Il est vrai, comme nous l'avons déjà relevé, que les femmes consacrent en moyenne des capitaux plus élevés que les hommes dans l'assurance des rentes immédiates, accentuant ainsi davantage la sélection. Faut-il en déduire qu'elles ont l'esprit d'épargne plus prononcé? Nous ne le pensons pas, car les hommes sont souvent déjà assurés auprès de leur employeur et ont de ce fait recours dans une moindre mesure au service de la Caisse cantonale vaudoise des retraites populaires.

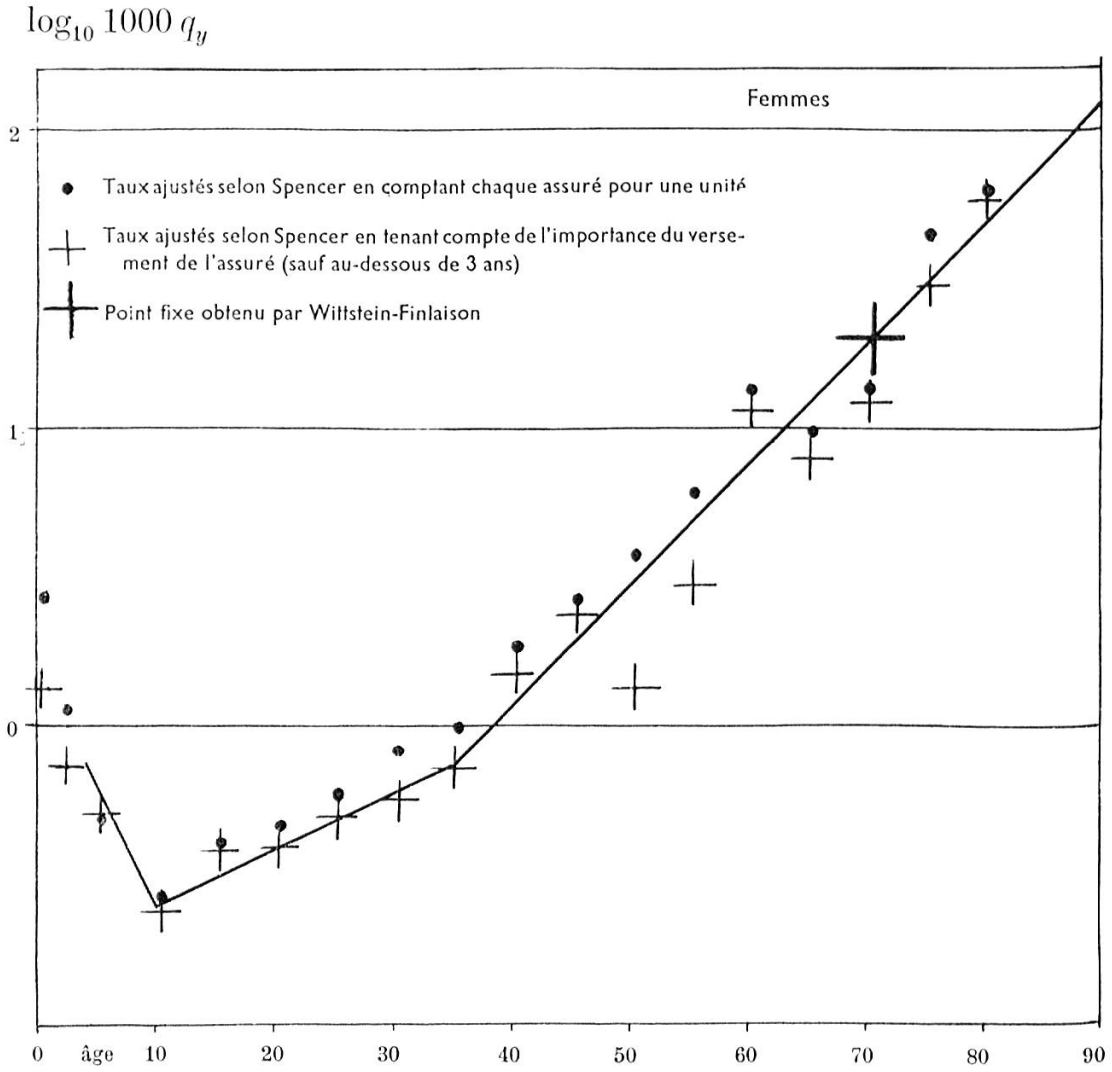
Graphique 1



Remarque du graphique 1

Avec une telle dispersion, il est guère possible d'apprécier la mortalité des hommes. Nous avons admis le même critère que pour les femmes, soit un segment de droite reliant le point fixe déterminé à l'âge de 70 ans à celui obtenu selon Spencer à 35 ans, puis ajustement graphique aux jeunes âges par trois segments. En procédant ainsi, nous nous appuyons en fait partiellement tantôt sur la mortalité qui tient compte de l'importance du versement de l'assuré, tantôt sur celle qui n'en tient pas compte.

Graphique 2



Méthode d'observation

E_x^{47} = effectif atteignant l'âge x au cours de l'année 1947 et ayant versé des primes au 31 décembre de cette année-là,

d_x^{47} = extinctions par décès en 1948 chez les assurés de l'effectif E_x^{47},

d_x^{47+1} = extinctions par décès en 1949 chez les assurés de l'effectif E_x^{47},

s_x^{47} = sorties en 1948, pour une autre cause que le décès, dans le groupe E_x^{47},

s_x^{47+1} = sorties en 1949, pour une autre cause que le décès, dans le groupe E_x^{47}.

Ainsi durant les 9 années d'observation, nous avons, par exemple, à fin 1955 à l'âge $(x + 8\frac{1}{2})$, un effectif total sous le risque de

E_{x+8} = (pour simplifier, nous laisserons tomber la $\frac{1}{2}$ à l'avenir; il suffira de décaler finalement les taux d'une demi-année).

$$
\begin{aligned}
& E^{55}_{x+8} + \\
& + (E^{54}_{x+7} - d^{54}_{x+7} - s^{54}_{x+7}) + \\
& + (E^{53}_{x+6} - d^{53}_{x+6} - s^{53}_{x+6} - d^{53+1}_{x+6} - s^{53+1}_{x+6}) + \\
& + (E^{52}_{x+5} - d^{52}_{x+5} - s^{52}_{x+5} - d^{52+1}_{x+5} - s^{52+1}_{x+5} - d^{52+2}_{x+5} - s^{52+2}_{x+5}) + \\
& + (E^{51}_{x+4} - d^{51}_{x+4} - s^{51}_{x+4} - d^{51+1}_{x+4} - s^{51+1}_{x+4} - \ldots - d^{51+3}_{x+4} - s^{51+3}_{x+4}) + \\
& + (E^{50}_{x+3} - d^{50}_{x+3} - s^{50}_{x+3} - d^{50+1}_{x+3} - s^{50+1}_{x+3} - \ldots - d^{50+4}_{x+3} - s^{50+4}_{x+3}) + \\
& + (E^{49}_{x+2} - d^{49}_{x+2} - s^{49}_{x+2} - d^{49+1}_{x+2} - s^{49+1}_{x+2} - \ldots - d^{49+5}_{x+2} - s^{49+5}_{x+2}) + \\
& + (E^{48}_{x+1} - d^{48}_{x+1} - s^{48}_{x+1} - d^{48+1}_{x+1} - s^{48+1}_{x+1} - \ldots - d^{48+6}_{x+1} - s^{48+6}_{x+1}) + \\
& + (E^{47}_{x} - d^{47}_{x} - s^{47}_{x} - d^{47+1}_{x} - s^{47+1}_{x} - \ldots - d^{47+7}_{x} - s^{47+7}_{x}) .
\end{aligned}
$$

De cette façon, un assuré se trouve compté plusieurs fois s'il a versé plusieurs années de suite. Il ne s'agit plus de la notion habituelle d'effectif sous le risque.

Les décès dans l'année suivante sont exprimés de la manière suivante:

$$d_{x+8} = d^{55}_{x+8} + d^{54+1}_{x+7} + d^{53+2}_{x+6} + d^{52+3}_{x+5} + d^{51+4}_{x+4} + d^{50+5}_{x+3} + d^{49+6}_{x+2} + d^{48+7}_{x+1} + d^{47+8}_{x}$$

par suite, le taux brut de décès à l'âge $(x + 8)$ (en réalité $x + 8\frac{1}{2}$) s'obtient par la formule

$$\frac{d_{x+8}}{E_{x+8}}$$

Premier ajustement

Les taux bruts obtenus ont été ajustés d'après la formule de Spencer [1]).

$$
\begin{aligned}
y'_x = 0{,}171\, y_x &+ 0{,}163\,(y_{x-1} + y_{x+1}) + 0{,}134\,(y_{x-2} + y_{x+2}) + \\
&+ 0{,}094\,(y_{x-3} + y_{x+3}) + 0{,}051\,(y_{x-4} + y_{x+4}) + \\
&+ 0{,}017\,(y_{x-5} + y_{x+5}) - \\
&- 0{,}006\,(y_{x-6} + y_{x+6}) - 0{,}014\,(y_{x-7} + y_{x+7} + y_{x-8} + y_{x+8}) - \\
&- 0{,}009\,(y_{x-9} + y_{x+9}) - 0{,}003\,(y_{x-10} + y_{x+10}) .
\end{aligned}
$$

[1]) Beiträge zur Ausgleichung von Massenerscheinungen nach der Methode von King, von Dr. Johanna Simonett, page 104 du *Bulletin des actuaires suisses*, octobre 1933.

Cette formule a été appliquée à tous les âges de 10 à 80 ans. En réalité, nous avons ainsi obtenu les taux de mortalité ajustés pour les âges de 10½ à 80½ ans.

Les taux bruts des bas âges ont été ajustés d'après la formule de Wittstein-Finlaison [1]) (transformée pour 5 points seulement)

$$y'_x = \frac{1}{9}\left[3y_x + 2(y_{x-1} + y_{x+1}) + y_{x-2} + y_{x+2}\right].$$

Au-dessous de 3½ ans, nous avons repris les taux bruts.

Nous estimons que la mortalité pondérée d'après l'importance des primes payées est plus intéressante que la mortalité non pondérée du point de vue des assureurs pratiquant l'assurance des rentes de vieillesse. En effet, elle est en règle générale plus faible. Le fait que les versements sont petits (en moyenne moins de 100 francs par an – moins encore chez les mineurs –) incite à tenir compte de leur importance, car les autres assureurs concluent des assurances plus importantes.

Les taux de mortalité ajustés selon la formule de Spencer ont été reportés sur les graphiques nº 1 et 2. Malgré ce premier ajustement, on note une dispersion trop grande. Nous nous sommes alors demandé comment obtenir une régularité acceptable. On en est ainsi venu à tirer des segments de droite. Aux âges inférieurs à 35 ans, les taux de mortalité étant faibles, l'exactitude ne doit, en conséquence, pas jouer un grand rôle. Comment procéder à partir de 35 ans? L'idée est venue de déterminer un point fixe à l'âge de 70 ans d'après la formule de Wittstein-Finlaison à l'aide de 5 points obtenus préalablement par la formule de Spencer aux âges de 60, 65, 70, 75 et 80 ans. De ce point fixe une droite relie celui de l'ajustement Spencer à l'âge de 35 ans. L'effectif sous le risque aux âges élevés étant nul, nous avons simplement admis que les taux de mortalité correspondants à ces âges étaient situés sur la continuation de la droite reliant les taux obtenus à 35 et 70 ans.

Nous utilisons donc un ajustement graphique appliqué à la représentation logarithmique. Cet ajustement est assez arbitraire pour les hommes, alors qu'il est bien meilleur pour les femmes. Cela n'a pas une grande importance, car il importe avant tout de mettre en évidence l'allure générale de la mortalité des rentiers populaires en constante sélection et de permettre une comparaison avec les tables MR 50 et

[1]) Théorie et pratique des opérations d'assurance de P. J. Richard, tome 1, page 98.

FR 46. Par notre ajustement graphique sous forme de ligne polygonale, nous conservons la possibilité de l'effectuer.

Finalement, nous arrivons aux valeurs suivantes:

a) hommes (voir graphique 1)

$\log_{10} 1000\, q_4 = 0.08$

raison $= -0.08$ (progression arithmétique)

$\log_{10} 1000\, q_{10} = -0.40$

raison $= 0.06$

$\log_{10} 1000\, q_{20} = 0.20$

raison $= 0.00$

$\log_{10} 1000\, q_{35} = 0.20$

raison $= 0.04$ jusqu'à l'âge oméga.

b) femmes (voir graphique 2)

$\log_{10} 1000\, q_4 = -0.12$

raison $= -0.08$

$\log_{10} 1000\, q_{10} = -0.60$

raison $= 0.0192$

$\log_{10} 1000\, q_{35} = -0.12$

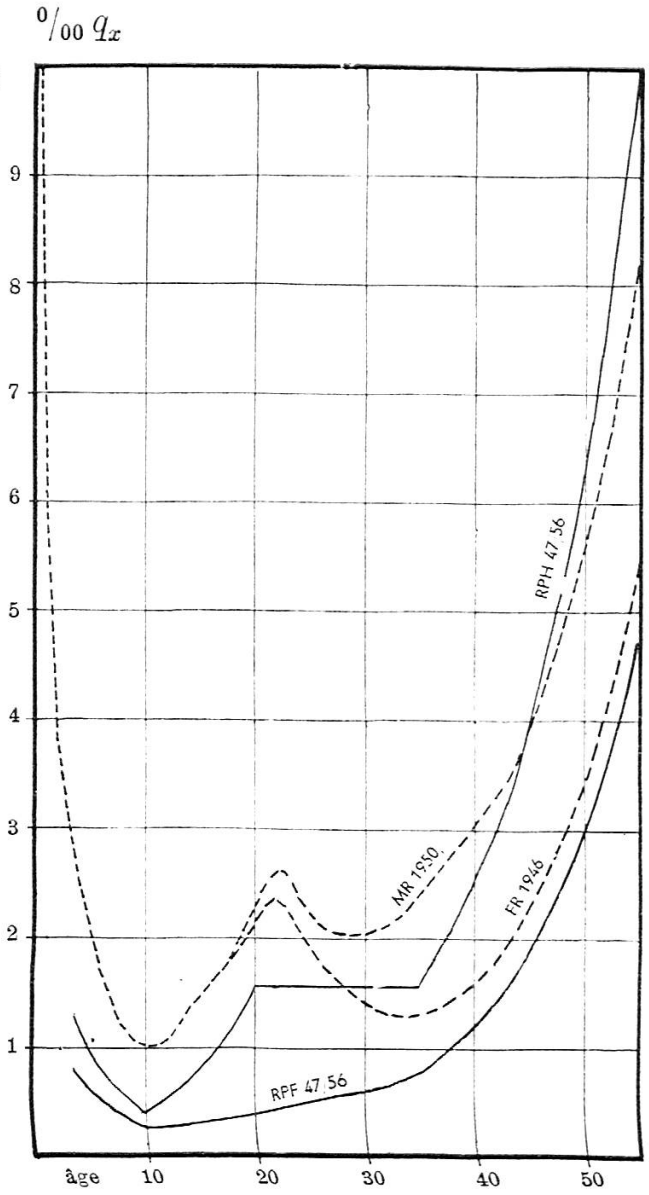
raison $= 0.04$ jusqu'à l'âge oméga.

Les taux obtenus sont désignés dans les tableaux de la page 127 par RPH 47/56 pour les hommes et RPF 47/56 pour les femmes.

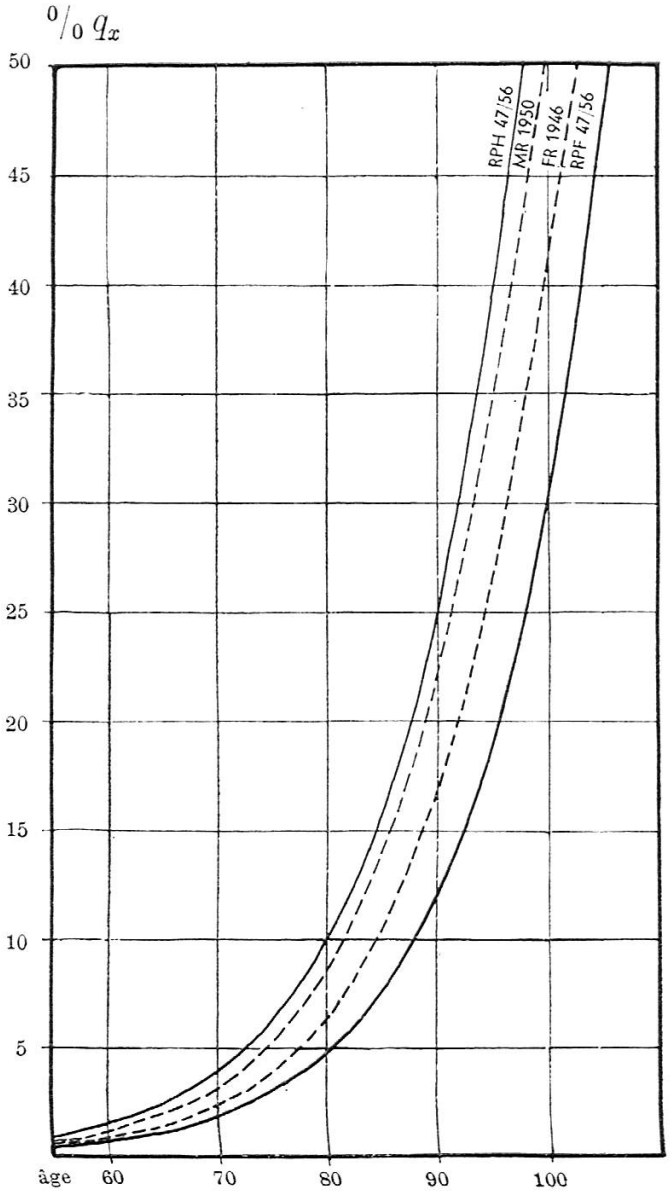
Depuis l'âge de 35 ans, les taux relatifs aux hommes sont les mêmes que ceux des femmes 8 ans plus tard.

Nous tenons à remercier très sincèrement M. Marc Haldy qui a accepté de nous suivre dans ce travail par des conseils judicieux.

Graphique 3



Graphique 4



Comparaison avec d'autres tables de mortalité

1000 q_x

x	MR 50	AVS II	RMG 53	Var. II*)	RPH 47/56
5	2.15	1.70		0.48	1.00
10	1.02	0.86		0.29	0.40
15	1.49	0.47	0.96	0.54	0.79
20	2.33	0.35	1.04	1.23	1.58
25	2.29	0.59	1.17	1.38	1.58
30	2.05	1.23	1.39	1.19	1.58
35	2.39	2.27	1.76	1.16	1.58
40	3.05	3.72	2.39	1.46	2.51
45	3.98	5.24	3.44	2.19	3.98
50	5.55	7.72	5.22	3.30	6.31
55	8.19	11.75	8.20	5.31	10.00
60	12.62	18.30	13.20	8.91	15.85
65	20.04	28.88	21.57	14.83	25.12
70	32.42	45.90	35.52	26.67	39.81
75	52.92	73.08	58.57	46.35	63.10
80	86.50	115.74	96.18	82.52	100.00
85	140.40	181.18	156.18	130.07	158.49
90	224.13	277.63	248.41	194.91	251.19
95	347.19	412.45	381.60	286.75	398.11

Les taux de la table RPH 47/56 sont plus faibles jusqu'à 45 ans que ceux de la table MR 50, et sont constamment supérieurs à ceux de la Var. II considérés comme une limite inférieure dans une table de population.

1000 q_y

y	FR 46	AVS II	RFG 53	Var. II*)	RPF 47/56
5	2.15	1.01		0.30	0.63
10	1.02	0.65		0.13	0.25
15	1.49	0.34	0.42	0.16	0.31
20	2.18	0.13	0.47	0.27	0.39
25	1.97	0.13	0.55	0.34	0.49
30	1.43	0.44	0.69	0.35	0.61
35	1.31	1.06	0.93	0.42	0.76
40	1.61	1.94	1.34	0.56	1.20
45	2.30	2.73	2.05	0.90	1.91
50	3.46	4.08	3.28	1.65	3.02
55	5.40	6.38	5.39	2.91	4.79
60	8.68	10.29	9.01	5.46	7.59
65	14.17	16.99	15.22	11.01	12.02
70	23.36	28.40	25.83	21.89	19.06
75	38.64	47.59	43.85	41.27	30.20
80	63.86	79.68	74.13	74.34	47.86
85	104.87	132.15	124.07	125.33	75.86
90	169.95	215.28	203.90	186.05	120.23
95	269.08	339.85	324.78	264.34	190.55

Les taux de la table RPF 47/56 sont également inférieurs à ceux de la table FR 46 non seulement aux âges bas, mais également aux âges élevés. Après 65 ans, ils sont mêmes inférieurs à ceux de la Var. II.

*) Limites dans l'évolution de la mortalité (*Bulletin de l'Association des actuaires suisses* 56/1).

	RP 47/56 2½%				RP 47/56 3%			
x/y	$\ddot{a}_x$	A_x	$\ddot{a}_y$	A_y	$\ddot{a}_x$	A_x	$\ddot{a}_y$	A_y
5	32.588	0.20517	34.257	0.16446	29.047	0.15397	30.285	0.11792
10	31.604	0.22917	33.452	0.18410	28.314	0.17532	29.713	0.13457
15	30.455	0.25720	32.508	0.20712	27.434	0.20095	29.020	0.15476
20	29.235	0.28695	31.450	0.23293	26.485	0.22859	28.226	0.17788
25	27.925	0.31890	30.265	0.26183	25.453	0.25865	27.316	0.20439
30	26.432	0.35532	28.936	0.29424	24.246	0.29381	26.274	0.23474
35	24.729	0.39685	27.448	0.33054	22.836	0.33487	25.081	0.26949
40	22.827	0.44324	25.796	0.37083	21.227	0.38174	23.725	0.30898
45	20.784	0.49307	23.986	0.41498	19.464	0.43309	22.212	0.35305
50	18.618	0.54590	22.026	0.46278	17.561	0.48851	20.539	0.40178
55	16.368	0.60078	19.931	0.51388	15.550	0.54709	18.718	0.45482
60	14.078	0.65663	17.726	0.56766	13.471	0.60764	16.769	0.51158
65	11.812	0.71190	15.453	0.62310	11.383	0.66846	14.724	0.57115
70	9.646	0.76473	13.164	0.67893	9.358	0.72744	12.633	0.63205
75	7.640	0.81366	10.931	0.73339	7.459	0.78275	10.563	0.69234
80	5.868	0.85688	8.820	0.78488	5.762	0.83217	8.579	0.75013
85	4.360	0.89366	6.903	0.83163	4.303	0.87467	6.756	0.80322
90	3.135	0.92354	5.231	0.87241	3.108	0.90948	5.147	0.85009
95	2.197	0.94641	3.836	0.90644	2.186	0.93633	3.794	0.88950

Zusammenfassung

Auf Grund der Sterblichkeitserfahrungen der neunjährigen Periode 1947 bis 1956 bei der «Caisse Cantonale Vaudoise des retraites populaires» werden nach Geschlecht getrennte Rentnertafeln aufgestellt und die Ergebnisse für die durch fünf teilbaren Alterspositionen angegeben.

Riassunto

Tavole di vitaliziati sono state calcolate usando le esperienze della «Caisse Cantonale Vaudoise» durante gli anni 1947–1956. I risultati – suddivisi per uomini e donne – sono indicati per intervalli di cinque anni.

Summary

Based upon the mortality experience of the "Caisse Cantonale Vaudoise" in the years 1947–1956 tables of annuitants have been computed. The tables give—for males and females separately—the values of the respective functions from five to five years.