Betrachtungen zum Sterblichkeitsverlauf erhöhter Risiken

Autor(en): **Jecklin, H.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries**

Band (Jahr): **61 (1961)**

PDF erstellt am: **27.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-966734

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Betrachtungen zum Sterblichkeitsverlauf erhöhter Risiken

Von H. Jecklin, Zürich

Zusammenfassung

In der Fachliteratur wurde in letzter Zeit die Frage diskutiert, ob die in der Praxis gebräuchliche Arbeitshypothese gleichbleibender Übersterblichkeit in Ansehung des effektiven Sterblichkeitsverlaufes erhöhter Risiken noch ausreichend sei. Aus theoretischen Überlegungen wird gefolgert, dass die Übersterblichkeit überwiegend sinkende Tendenz hat, während anhand statistischer Bearbeitung gezeigt wird, dass zumindest für die zehn ersten Versicherungsjahre mit gleichbleibender Übersterblichkeit gerechnet werden darf. Nachstehend wird versucht, diesen Fragen auf Basis der amerikanischen Impairment Study 1951 weiter nachzugehen, wobei sich zeigt, dass der Übersterblichkeitsverlauf meist nicht monoton ist. Vor einem eventuellen Übergang zu dynamischeren Methoden der Übersterblichkeitserfassung ist es sicher nur von Vorteil, weitere Untersuchungsergebnisse abzuwarten.

Bei der technischen Behandlung erhöhter Risiken in der Lebensversicherung ist die Arbeitshypothese der konstanten multiplikativen Übersterblichkeit heute die am häufigsten zur Anwendung gelangende Methode [1] [1]). Der Umstand, dass sie ausserordentlich einfach zu handhaben ist, bedeutet zweifelsohne einen grossen Vorteil für die Praxis der Lebensversicherungstechnik. Einwendungen, die ab und zu gegen die Methode erhoben werden, bestehen zur Hauptsache im Hinweis, dass sie dem tatsächlichen Verlauf der Übersterblichkeit nicht oder ungenügend gerecht werde. Es wird jedoch nirgends behauptet, dass die Methode der konstanten multiplikativen Übersterblichkeit dem wirklichen Sterblichkeitsverlauf erhöhter Risiken generell entspreche. Sie ist eine Arbeitshypothese, und will und soll nicht anders gewertet werden. Ernst zu nehmende Einwände müssen daher die Frage prüfen, ob die Methode im Durchschnitt den Tatsachen so wenig entspreche, dass ihre Anwendung mit gutem Gewissen nicht mehr zu verantworten wäre. Gegebenenfalls müsste sie dann durch eine andere technische Methode abgelöst werden,

---

[1]) Literaturangaben am Schluss.

die in mathematischer Hinsicht wohl keine besonderen Schwierigkeiten bieten würde [2], die sich aber möglicherweise tarifierungsmässig und in administrativer Hinsicht als weniger praktisch erweisen könnte.

Über den Verlauf der Übersterblichkeit sind namentlich von W. Sachs [3] und Mitarbeitern theoretische Untersuchungen durchgeführt worden. Auf Basis der herkömmlichen Auffassung über Wesen und Wirkung der Auslese wird gefolgert, dass die Gesamtheit der erhöhten Risiken eine Mischung darstellt aus drei charakteristischen Teilgesamtheiten. Die erste umfasst Risiken, die während der Selektionsperiode sterben, die zweite solche mit derart fallender Übersterblichkeit, dass mit Ende der Selektionsperiode Renormalisierung erreicht ist, und die dritte endlich enthält die Risiken, welche während der ganzen Versicherungsdauer mit Übersterblichkeit behaftet sind. Nach Sachs ist der Schluss unabweisbar, dass die erhöhten Risiken der dritten Kategorie sehr viel seltener sind als jene der zweiten Kategorie. Dies liege einfach darin begründet, dass Risikoerhöhungen, die auf eine dauernde Schwächung der Lebenskraft zurückgehen, weit seltener seien als solche, die in mehr oder weniger heilbaren Erkrankungen begründet sind. Diese Begründung scheint uns immerhin insofern nicht ganz einleuchtend, als eine Renormalisierung doch nur durch gänzliche Heilung erfolgen kann und nicht bei Erkrankungen, die nur mehr oder weniger, also nur teilweise heilbar sind. Wenn wir aber Sachs folgen, dann müssten von einer Gesamtheit gleichzeitig in die Versicherung eintretender erhöhter Risiken nach Ablauf der Selektionsperiode nur noch ein relativ kleiner, praktisch vielleicht zu vernachlässigender Teil erhöhter Risiken übrig bleiben. Über die zeitliche Dauer der Selektionsperiode wird Genaueres nicht gesagt, man rechnet aber im allgemeinen mit maximal zehn Jahren, und auch Sachs rechnet in numerischem Beispiel mit dieser Zeitdauer. Als ganz wesentliche Feststellung folgt schliesslich aus den Untersuchungen, dass der sinkenden Übersterblichkeit eine ganz bedeutend stärkere Bedeutung zukommt als der gleichbleibenden oder steigenden Übersterblichkeit.

Nun wird allerdings auch von Sachs nicht kurzerhand der Stab gebrochen über der Methode der konstanten multiplikativen Übersterblichkeit. Er räumt ein, dass sie wenigstens zu einigermassen brauchbaren Prämiensätzen führt [4]. Es haben sich jedoch auch andere Autoren sehr eingehend mit der Frage beschäftigt, ob die Arbeitshypothese der konstanten multiplikativen Übersterblichkeit mit dem effek-

tiven Sterblichkeitsverlauf erhöhter Risiken einigermassen verträglich, und ihre praktische Anwendung zu verantworten sei. H. v. Denffer, G. Berger und J. Gugumus [5] kommen in ihren Untersuchungen übereinstimmend zum Schluss, dass die Hypothese konstanter multiplikativer Übersterblichkeit mit dem tatsächlichen Sterblichkeitsverlauf erhöhter Risiken zumindest in den ersten zehn Versicherungsjahren durchaus verträglich sei. Diese Schlussfolgerung ist das Ergebnis von statistischen Untersuchungen an deutschem Beobachtungsmaterial verschiedener Provenienz. Sie ist dem Praktiker eine Beruhigung, aber es bleibt doch die etwas erstaunliche Tatsache bestehen, dass durch die praktische Erfahrung die nach Sachs und Mitarbeitern in den ersten zehn Versicherungsjahren unbedingt zu erwartende besonders ausgeprägte Tendenz einer sinkenden Übersterblichkeit nicht bestätigt werden konnte.

Die Diskussion hat einen Auftrieb erhalten durch das Erscheinen der Impairment Study 1951 der amerikanischen Society of Actuaries, ein umfangreiches und detailliertes Tafelwerk über die Sterblichkeitserfahrungen an erhöhten Risiken der Zugangsjahre 1935 bis 1949. Das Untersuchungsmaterial wurde von 27 amerikanischen und kanadischen Gesellschaften zur Verfügung gestellt, welche zusammen ungefähr 70% des Lebensversicherungsgeschäftes dieser Länder repräsentieren, und umfasst 725 000 Policen. Das Material ist in Klassen bestimmten Erschwerungsgrundes aufgeteilt, und für die einzelne Erschwerungsklasse, sofern genügenden Umfanges für eine statistische Aussage, wird das Untersuchungsergebnis in Tabellenform nach folgendem Beispiel auf der nächsten Seite bekanntgegeben.

Die Impairment Study 1951 begegnet bei den Aktuaren, die sich mit der Frage des Sterblichkeitsverlaufs erhöhter Risiken befassen, verständlicherweise grösstem Interesse. Sie liefert eine wertvolle Vergleichsbasis zu den bisherigen Veröffentlichungen theoretischer und empirisch-statistischer Natur. H. v. Denffer stellt fest [6], dass die vier Anomaliengruppen der Herzklappenfehler, des erhöhten Blutdrucks, des Übergewichts und der Magen- und Duodenalgeschwüre diejenigen grösseren Gruppen ausmachen, bei welchem eine steigende oder fallende Übersterblichkeit statistisch hinreichend gesichert erscheint. Im übrigen aber liegt nach ihm auch auf Basis der Impairment Study 1951 kein Grund vor zur Annahme, der Verlauf der Übersterblichkeit in den ersten zehn Versicherungsjahren werde durch die Arbeitshypothese der

(C10)

Chronic bronchitis, found on examination, or at any time prior to application

Substandard **Total Entrants, 2777** **Males, 89%** **Females, 11%**

Experience by Age at Issue and Duration

Ages at Issue	Exposed to Risk	Actual Deaths Policies	Actual Deaths Lives	Expected Deaths	Mortality Ratio %
15–29	4045	11	10	4.25	259
30–39	4208	17	16	8.67	196
40–49	4436	46	45	22.45	205
50–64	1595	34	30	16.69	204
15–64	14284	108	101	52.06	207

Policy Year Durations	Exposed to Risk	Actual Deaths Policies	Actual Deaths Lives	Expected Deaths	Mortality Ratio %
1– 2	4885	20	19	9.43	212
3– 5	4709	36	32	14.91	241
6–10	3675	30	29	19.14	157
11–15	1015	22	21	8.58	256
1–15	14284	108	101	52.06	207

Experience by Cause of Death

Cause of Death	Actual Deaths Policies	Actual Deaths Lives	Mortality Ratio %
Tuberculosis	6	6	690
Malignant neoplasms	19	17	215
Vascular lesions of CNS	5	4	210
Heart and circulatory diseases	32	31	156
Pneumonia and influenza	17	15	1189
Nephritis	6	5	588

konstanten multiplikativen Übersterblichkeit derart verfälscht, dass eine Korrektur sich aufdrängen würde. Innerhalb der ersten zehn Jahre kann man mit einer ungefähr gleichbleibenden Übersterblichkeit rechnen. Im zweiten Jahrzehnt der Versicherungsdauer hat es den Anschein, dass die Übersterblichkeit der erhöhten Risiken für den Durchschnitt der Anomaliengruppen merklich zurückgeht. Es wird sich jedoch emp-

fehlen, zunächst weitere Beobachtungen abzuwarten, ehe man zu weit gehende Schlussfolgerungen zieht. Für die Praxis wird man die Annahme der gleichbleibenden Übersterblichkeit nach wie vor für eine brauchbare Arbeitshypothese halten können.

Auch W. Sachs hat der Impairment Study 1951 einen Aufsatz gewidmet [7]. Er gliedert das Material der 15jährigen Beobachtungsperiode nach der Übersterblichkeit zu Anfang und zu Ende in ein übersichtliches zweidimensionales Schema auf, wobei die Sterblichkeiten von 10% zu 10% fortschreitend aufgeführt sind, und gleichbleibende Übersterblichkeit angenommen wird, wenn Anfangs- und Schluss-Sterblichkeit um nicht mehr als 10% differieren. Es ist auf diese Weise leicht, durch Auszählen der Besetzungsziffern der Tabellenpositionen sich ein Bild zu machen über den absoluten und relativen Anteil der Policen mit steigender, gleichbleibender oder fallender Tendenz der Übersterblichkeit. Nach Ausschaltung der normalen Risiken, d.h. solchen, bei welchen weder die Anfangssterblichkeit noch die Schlußsterblichkeit 110% der Normalsterblichkeit übersteigen, ergibt sich folgendes Bild:

Anteil der Policen

mit fallender Übersterblichkeit	53,7 %
mit praktisch gleichbleibender Übersterblichkeit .	23,3 %
mit steigender Übersterblichkeit	23,0 %

Man kann natürlich noch weiter aufgliedern, indem man z. B. alle Risiken mit Übersterblichkeiten von höchstens 150% als leichtere, die übrigen als schwere erhöhte Risiken einstuft. Sachs kommt zum Schluss dass das Gesamtbild nirgends im Widerspruch stehe zu seinen früher entwickelten Anschauungen über die Bedeutung abnehmender, gleichbleibender und zunehmender Übersterblichkeit, es werde im Gegenteil bestätigt, dass die abnehmende Übersterblichkeit überall eine stärkere Bedeutung habe als die zunehmende, und dass sie im Bereich der erhöhten Risiken umso stärker dominiere, je höher die Übersterblichkeit als solche wird.

Wir sind mit Sachs der Ansicht, dass es sich lohnt, die Impairment Study 1951 genauer durchzusehen, sind aber dabei zur Überzeugung gekommen, dass sich seine theoretischen Folgerungen nicht mit der wünschbaren Deutlichkeit aufzeigen lassen, insbesondere was Anteil der renormalisierten Risiken und solcher mit bleibender Erschwerung anbelangt. Wir haben zunächst auch zweidimensionale Aufteilungen

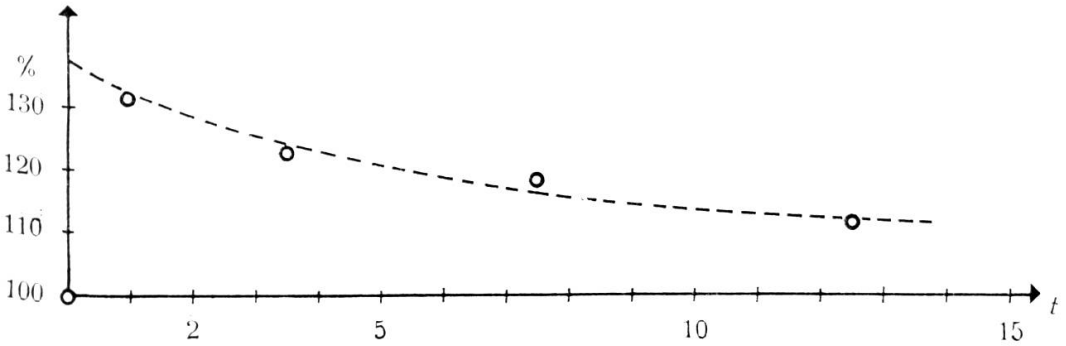
des Materials ausgezählt, analog zu der Aufteilung im vorerwähnten Aufsatz von Sachs. In der Tabelle von Sachs ist jeweils als Anfangssterblichkeit der 15jährigen Beobachtungsperiode das Mittel der Sterblichkeitssätze der ersten zwei und der folgenden drei Beobachtungsjahre genommen, als Endsterblichkeit das Mittel der Sterblichkeitssätze des zweiten und des dritten Drittels der ganzen Beobachtungsperiode. Nachdem die vorliegenden Tabellen nur diese vier zeitlichen Durchschnittswerte angeben, kann man dieses einfache Vorgehen wohl billigen, obwohl dabei die beiden Fixpunkte des linearen Sterblichkeitstrends in ungleichem Abstand von Anfang und Schluss der ganzen Beobachtungsperiode liegen. Wir haben in einer ersten Tabelle aufgeteilt nach Sterblichkeitstendenz (fallend, gleichbleibend, steigend) in den ersten fünf Versicherungsjahren. Als Anfangssterblichkeit wurde hiebei der Sterblichkeitssatz der ersten zwei Jahre genommen, als Schlußsterblichkeit jene für das 3. bis 5. Jahr, so wie diese Sätze den Tabellen der Impairment Study 1951 direkt zu entnehmen sind. In einer zweiten Tabelle haben wir aufgeteilt nach Sterblichkeitstendenz in den ersten zehn Versicherungsjahren. Anfangssterblichkeit ist hiebei der Mittelwert der ersten fünf Jahre, gleich gebildet wie in der Tabelle von Sachs, Endsterblichkeit der aus den Impairment-Tabellen für t gleich 6 bis 10 direkt zu entnehmende Wert. Analog wurde noch eine dritte Tabelle bezüglich der Sterblichkeitstendenz der ganzen Beobachtungsperiode von 15 Jahren erstellt. Nach Ausschaltung der normalen Risiken ergab sich folgendes Bild der prozentualen Aufteilung:

	Erste 5 Jahre	Erste 10 Jahre	Erste 15 Jahre
fallende Übersterblichkeit	48,1%	44,5%	60,5%
konstante Übersterblichkeit	28,5%	27,5%	14,2%
steigende Übersterblichkeit	23,4%	28,0%	25,3%

Hieraus ergibt sich vorerst, wie aus der Zusammenstellung von Sachs, dass der abnehmenden Übersterblichkeit grössere Bedeutung zuzukommen scheint, als den beiden anderen Kategorien. Aber nach den theoretischen Überlegungen von Sachs müsste die fallende Tendenz besonders ausgesprochen in den ersten zehn Versicherungsjahren zum Ausdruck kommen (Renormalisierung während der Selektionsperiode) und nicht nachher. Hier ist darauf hinzuweisen, dass nach v. Denffer der fallenden Übersterblichkeit eine Bedeutung, wenn überhaupt, erst nach

zehn Jahren zukommt. Es melden sich jedoch einige wichtige Bedenken. Ist es noch sinnvoll, bei einem derart komplexen und inhomogenen Gesamtmaterial in globo zu urteilen? Es wird einfach auf Anfangs- und Schluss-Sterblichkeit abgestellt, als ob die Übersterblichkeit innerhalb der in Frage stehenden Periode linear verlaufen würde. Dabei ist festzustellen, dass sie in den einzelnen Übersterblichkeitskategorien während der 15jährigen Beobachtungszeit zum grossen Teil sehr stark schwankt. Wir werden darauf noch zurückkommen. Tatsache aber ist, dass Erschwerungskategorien mit monotonem Übersterblichkeitsverlauf die Ausnahme bilden und ein, teilweise mehrfaches, Hinüberwechseln von fallender zu steigender Tendenz oder umgekehrt innerhalb der ersten 15 Versicherungsjahre ein sehr häufiges Vorkommnis ist. Wenn monotones Verhalten des Verlaufs der Übersterblichkeit die Regel wäre, könnte sich in unserer vorstehenden Tabelle für die drei verschieden langen Beobachtungsperioden keine verschiedene prozentuale Aufteilung der Verlaufstendenz ergeben. So aber, wie die Sachlage ist, bestehen die Anteile gleicher Tendenz in den verschieden langen Beobachtungsperioden zum Teil aus verschiedenen Policen.

Trotz all dieser Bedenken wollen wir vorerst den durchschnittlichen Verlauf der Übersterblichkeit für das Gesamtmaterial der Impairment Study 1951 ins Auge fassen. Es beträgt der durchschnittliche Sterblichkeitssatz in den ersten zwei Versicherungsjahren 132% der Normalsterblichkeit, im 3.–5. Jahr 123%, im 6.–10. Jahr 119% und im 11.–15. Jahr 112%.



Es ergibt sich also im Durchschnitt ein deutliches Absinken, aber keineswegs linear, die durch die vier Punkte angedeutete Kurve ist nach oben konkav. Eine Extrapolation aber würde uns abenteuerlich vorkommen, immerhin scheinen eine asymptotische Näherung an einen Wert >100% oder ein Wiederanstieg besser ins Kurvenbild zu passen

als Renormalisierung. Hier ist wohl noch eine Bemerkung von prinzipieller Wichtigkeit am Platze. Die Impairment Study 1951 umfasst Neueintritte der Jahre 1935–1949. Wenn also in den Tabellen rund 640 000 Policen verarbeitet sind, so stehen wohl für $t=1$ so viele unter einjährigem Risiko, für $t=15$ aber höchstens noch 30 000. Bei Betrachtung des Sterblichkeitsverlaufs nach abgelaufener Versicherungsdauer sind daher offenbar die Sterblichkeitssätze am Anfang besser fundiert als jene gegen Schluss. Wenn wir trotzdem nachsehen, wieviele Policen gegen Schluss der 15jährigen Periode eine Übersterblichkeit aufweisen, so sind es, nach dem Anfangsbestand gewichtet, ungefähr 40%. Das scheint doch sehr dagegen zu sprechen, dass die Kategorie der Risiken mit bleibender Erschwerung von untergeordneter Bedeutung sei. Für den Anteil einer Anfangssterblichkeit von über 100% der normalen und einer Schlußsterblichkeit von $\leqq 100\%$ (Renormalisierung) ergeben sich rund 25%. Der nicht unbedeutende Rest von ca. 35% entfällt auf jene Tabellen, bei welchen, unbeachtet des dazwischen liegenden Verhaltens, sowohl Anfangs- als Schluss-Sterblichkeit $\leqq 100\%$ der Normalsterblichkeit ist. Dies zeigt uns aber gerade die Problematik des ganzen Fragenkomplexes. Nachdem der Verlauf der Übersterblichkeit, wie gesagt, nicht linear, ja zum grossen Teil nicht einmal monoton ist, genügt für eine genauere Erfassung als es nach der Hypothese der gleichbleibenden Übersterblichkeit geschieht die durch Anfang und Schluss der Beobachtungszeit gegebene Tendenz nicht.

Bevor wir uns weiter mit Details der Materie befassen, ist noch auf einen Punkt hinzuweisen, auf den bereits H. Härlen aufmerksam gemacht hat. Es ist mit Sicherheit anzunehmen, dass die Impairment Study 1951 mit ihrem Material der Zugangsjahre 1935–1959 anders zusammengesetzt ist als der heutige Zugang an erhöhten Risiken. Erschwerungsgründe, welche heute u. U. eine besondere Rolle spielen – wir nennen Blutdruck, Coronarinsuffizienz, Diabetes – sind nur in untergeordneter Rolle oder überhaupt nicht erfasst. Auch ist nicht zu übersehen, dass die Fortschritte der Medizin des letzten Dezenniums sich auch auf dem Sektor der erhöhten Risiken auswirken werden. So interessant und lehrreich das Studium einer statistischen Verarbeitung – wie sie die Impairment Study 1951 darstellt – auch sein mag, so wird man sich doch hüten müssen, daraus ohne Vorbehalt direkte Parallelschlüsse für die Gegenwart zu ziehen. Auch in dieser Sicht scheinen weitere Beobachtungen dringend erwünscht.

Eine genaue Würdigung des Verlaufes der Übersterblichkeit auf Basis eines statistischen Materials wie jenes der Impairment Study 1951 könnte nur erfolgen, wenn für jede Erschwerungsklasse die sich gegenüber einer Normaltafel ergebende Übersterblichkeit in einer vollständigen zweidimensionalen Aufstellung gegeben wäre, nämlich nach erreichtem Alter und nach abgelaufener Versicherungsdauer, analog der Aufmachung einer Selekttafel normaler Risiken. Dass einem solchen Vorgehen aber Grenzen gesetzt sind leuchtet ein, denn bei einer derart weitgehenden Aufspaltung würden sich für die einzelnen Positionen vielfach nur sehr kleine Beobachtungszahlen und grossteils gar keine Ereigniszahlen ergeben. Auf diesen Sachverhalt macht auch Sachs eindringlich aufmerksam [9], und wir sind mit ihm darin einig, wenn er sagt, dass aus allen Sterblichkeitsbetrachtungen und ganz besonders solchen, bei denen man das Material aufspaltet, die Willkür nicht ausgeschaltet werden kann. Es kann uns aber nichts hindern und ist der Erkenntnis sicher förderlich, uns gedanklich eine detaillierte Aufspaltung des Sterblichkeitsverlaufes einer bestimmten Erschwerungsklasse vorzustellen. Sei $q_{x,t}$ die einjährige Sterbenswahrscheinlichkeit des normalen Risikos vom erreichten Alter x und abgelaufener Versicherungsdauer t, entsprechend $\bar{q}_{x,t}$ jene des erhöhten Risikos. Es ist dann $f_{x,t} = \dfrac{\bar{q}_{x,t}}{q_{x,t}}$ der bezügliche Übersterblichkeitsfaktor. Wenn man nun eine, selbstverständlich mit der Zahl der Beobachtungselemente $g_{x,t}$ gewichtete arithmetische Mittelbildung vornimmt

$$f_x = \frac{\sum_t g_{x,t} f_{x,t}}{\sum_t g_{x,t}},$$

so erhält man eine eindimensionale Tafel der Übersterblichkeitsfaktoren nach erreichtem Alter x (vergleichbar der Aggregattafel). Bildet man hingegen die Mittelwerte

$$f_t = \frac{\sum_x g_{x,t} f_{x,t}}{\sum_x g_{x,t}},$$

so erhalten wir eine Tafel der Übersterblichkeitsfaktoren nach abgelaufener Dauer t (vergleichbar der Kompakttafel). Übersterblichkeitsfaktoren dieser beiden Arten sind in den Tabellen der Impairment Study 1951 aufgeführt, aber aus verständlichen Gründen nur für in Gruppen zusammengefasste Argumente x und t. Nun kann man aber in der Mittelbildung noch einen Schritt weiter gehen und für jede Erschwerungsklasse den mittleren Übersterblichkeitsfaktor errechnen:

$$f = \frac{\sum_x \sum_t g_{x,t} f_{x,t}}{\sum_x \sum_t g_{x,t}} = \frac{\sum g_x f_x}{\sum_x g_x} = \frac{\sum_t g_t f_t}{\sum_t g_t}.$$

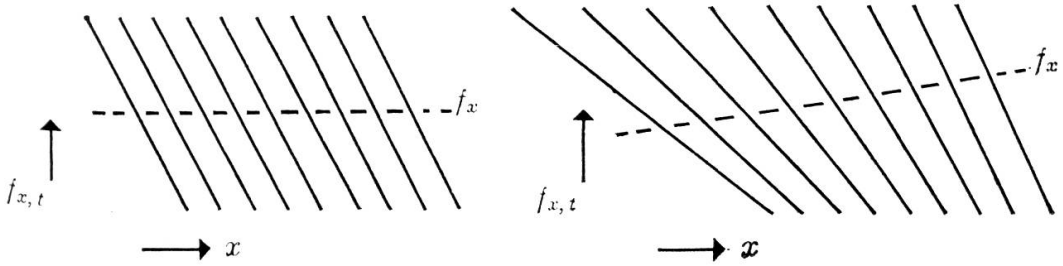
Dieser konstante Wert f ist der bei der Arbeitshypothese konstanter multiplikativer Übersterblichkeit zur Anwendung gelangende Faktor, und es wird meist $f-1$ mit a bezeichnet. Ob bei Ersetzung der konstanten durch eine variable Übersterblichkeit eine Abhängigkeit von x oder t vorzuziehen wäre, ist nach rein mathematischen Gesichtspunkten nicht entscheidbar. Machen wir die ausserordentlich vereinfachende Annahme, dass für die Übersterblichkeit nur die Möglichkeit linearen Verlaufs bestehe, so ergeben sich immerhin schon 9 Varianten im Verhalten gegenüber x und t:

nach x fallend, nach t fallend oder konstant oder steigend,
nach x konstant, nach t fallend oder konstant oder steigend,
nach x steigend, nach t fallend oder konstant oder steigend.

Wenn wir in den Tabellen der Impairment Study 1951 jeweils nur Anfangs- und Schluss-Sterblichkeit in Betracht ziehen (um einen linearen Trend zu supponieren), so finden wir Beispiele für alle neun Varianten, allerdings in sehr verschiedener Häufigkeit vertreten, z. B.

Tabelle	x	f_x	Trend	t	f_t	Trend
		%			%	
A9	15–29	1311		1–2	1096	
substandard	50–64	227	fallend	11–15	526	fallend
A13	15–29	363		1–2	253	
substandard	50–64	192	fallend	11–15	250	gleichbl.
B4	15–29	595		1–2	396	
substandard	50–64	85	fallend	11–15	568	steigend
B7	15–29	155		1–2	226	
substandard	50–64	152	gleichbl.	11–15	102	fallend
E28	15–29	133		1–2	136	
substandard	50–64	136	gleichbl.	11–15	142	gleichbl.
E80	15–29	177		1–2	238	
substandard	50–64	174	gleichbl.	11–15	262	steigend
A28	15–29	305		1–2	373	
substandard	50–64	359	steigend	11–15	211	fallend
D20	15–29	0		1–2	88	
standard	50–64	107	steigend	11–15	87	gleichbl.
A44	15–29	194		1–2	114	
standard	50–64	267	steigend	11–15	402	steigend

Der innere Mechanismus für die Entstehung der neun vereinfachten Varianten ist leicht zu überblicken. Die beiden graphischen Darstellungen veranschaulichen die beiden Fälle f_x konstant, f_t fallend und f_x steigend, f_t fallend.



Der Fall eines für alle Eintrittsalter gleichen Gefälles oder Anstieges der Übersterblichkeit nach t dürfte praktisch kaum oder dann nur selten vorkommen. Wenn aber in ein und derselben Erschwerungsklasse der Gradient der Übersterblichkeit nach t je nach Eintrittsalter verschieden ist, dann muss man sich doch ernstlich fragen, ob nicht in Ansehung der Komplexität der Sachlage, und auch im Sinne der Festlegung einer gerechten Prämie, die Anwendung des konstanten Übersterblichkeitsfaktors f vorzuziehen ist.

Dies umso mehr, als de facto die Sachlage noch ganz wesentlich komplizierter ist. Wenn wir die Tabellen der verschiedenen Erschwerungsgründe in der Impairment Study 1951 genauer nach dem Sterblichkeitsverlauf nach t durchgehen und die Trends vom 1. bis 5., 6. bis 10. und 11. bis 15. Versicherungsjahr nach ihrem Policengewicht notieren, so erhalten wir die folgende Zusammenstellung:

Sterblichkeitsverlauf			Anteil	
$t = 1$–5	$t = 6$–10	$t = 11$–15	%	
steigend	steigend	steigend	2,1	44,3%
steigend	steigend	fallend	8,9	
steigend	fallend	steigend	9,3	
fallend	steigend	steigend	24,0	
fallend	fallend	fallend	12,4	55,7%
fallend	fallend	steigend	11,1	
fallend	steigend	fallend	19,5	
steigend	fallend	fallend	12,7	

Danach hätten

rein fallende Tendenz	12,4%
überwiegend fallende Tendenz	43,3%
überwiegend steigende Tendenz	42,2%
rein steigende Tendenz	2,1%

wobei man annehmen muss, dass der durchschnittlich fallende Trend steiler ist als der steigende.

Wenn man aber feststellen muss, dass die monoton fallende Übersterblichkeit nur mit einem Anteil von 12½% vertreten ist und 85% auf nicht monoton verlaufende Sterblichkeit entfallen, wird man sich die Frage des Verlassens der Arbeitshypothese konstanter multiplikativer Übersterblichkeit doppelt sorgfältig überlegen. Ähnliche Überlegungen macht H. Härlen [8], wenn er vorschlägt, in Anbetracht der Schwankungen des Übersterblichkeitsverlaufs die Bereiche der abnehmenden und der zunehmenden Übersterblichkeit versuchsweise einzuschränken. Wenn man bei Sterblichkeit bis zu 150% Differenzen von 20% zwischen Anfangs- und Schluss-Sterblichkeit noch nicht als signifikant für Ab- oder Zunahme der Übersterblichkeit ansieht, sondern diese Fälle der gleichbleibenden Übersterblichkeit zuordnet, und in ähnlicher Weise bis zu 200% Sterblichkeit mit Differenzen bis zu 30%, und bei Sterblichkeit über 200% mit Differenzen bis zu 40% verfährt, so erhält man nach Härlen folgendes Resultat auf Basis der von Sachs [7] publizierten Zusammenstellung:

Übersterblichkeit	Anteil der Policen mit Übersterblichkeitsverlauf		
	fallend	gleichbleibend	steigend
%	%	%	%
bis 50	32,0	43,5	24,5
bis 100	35,8	52,6	11,6
über 100	37,5	42,1	20,4
Mittel	34,1	45,7	20,2

In dieser Betrachtung steigt der von Sachs mit 23,3% bezifferte Anteil der Policen mit gleichbleibender Übersterblichkeit auf 45,7%.

Die Versuchung liegt nahe, die Frage auf eine einfache Art gesamthaft zu testen. Aus dem Quotienten der Totale der effektiven und der normal-erwartungsmässigen Toten ergibt sich der konstante Übersterb-

lichkeitsfaktor f für das Gesamtmaterial. Indem man mit diesem die normal-erwartungsmässigen Totenzahlen der verschiedenen Zeitabschnitte t multipliziert, erhält man die nach gleichbleibender Übersterblichkeit zu erwartenden Totenzahlen in den Zeitabschnitten t. Sie seien mit $\bar{T}_t$ bezeichnet. Sind T_t die effektiven Toten der Zeitabschnitte t, so ist offenbar der Quotient $\bar{T}_t/T_t$ ein Index, der für den Zeitabschnitt t angibt, wieweit sich die effektive Übersterblichkeit von der gesamthaft gleichbleibenden Übersterblichkeit entfernt. Die Rechnung hat ergeben:

Bei Berücksichtigung aller 15 Beobachtungsjahre ($f = 1{,}17$)

t :	1–2	3–5	6–10	11–15
$T_t/\bar{T}_t$:	1,09	1,02	0.99	0,93

Bei Berücksichtigung nur der 10 ersten Beobachtungsjahre ($f = 1{,}19$)

t :	1–2	3–5	6–10
$T_t/\bar{T}_t$:	1,07	1,00	0,97

Wie man sieht, liegt eine sinkende Tendenz vor, aber für die Beobachtungsperiode von 10 Jahren liegt die Gesamtdifferenz in der 10%-Grenze, und selbst für die 15jährige Beobachtungsperiode werden 10% beidseitig des Durchschnittswertes nicht überschritten. Man könnte sich also mit der beruhigenden Feststellung begnügen, dass im Sterblichkeitsverlauf der einzelnen Erschwerungsklassen wohl starke Schwankungen auftreten, dass das Gesamtbild aber der Hypothese gleichbleibender Übersterblichkeit nicht schlecht entspreche. Eine Testung der Differenzen $T_t - \bar{T}_t$ mit dem χ^2-Test zeigt jedoch, dass von nur zufälliger Abweichung vom konstanten Mittelwert nicht entfernt die Rede sein kann. Wenn daher auch vorderhand die Arbeitshypothese konstanter multiplikativer Übersterblichkeit ein durchaus brauchbares Verfahren darstellt, so deuten doch Anzeichen darauf hin, dass sie mit der Zeit teilweise durch dynamischere Methoden abgelöst werden könnte. Es mahnt aber unseres Erachtens keine grosse Gefahr zu besonderer Eile, so dass weitere Untersuchungen und Ergebnisse ruhig abgewartet werden können.

Wir sind uns bei den bisherigen Darlegungen bewusst geblieben, dass die ganze Kontroverse um den Verlauf der Übersterblichkeit weniger der Prämienberechnung wegen erfolgt, als vielmehr wegen der Konsequenzen in der Berechnung des Deckungskapitals. Diesbezüglich kann auf die von Sachs [4] und vom Verfasser [2] publizierten rechnerischen

Beispiele hingewiesen werden. Wenn zwischen normalen und erhöhten Risiken bei der Reserveberechnung kein Unterschied gemacht wird, wie dies in der Praxis wohl meist der Fall sein dürfte, so ergeben sich aus der Kategorie der fallenden Übersterblichkeit – wie in genannten Arbeiten gezeigt – für den Versicherer im Stornofall zweifellos Verluste. Eine Frage für sich ist dann allerdings, wie gross deren Ausmass ist, wenn der Anteil zweifelsfrei fallender Übersterblichkeit, Stornohäufigkeit der erhöhten Risiken, sowie die erhöhten administrativen und technischen Umtriebe in Rechnung gestellt werden, und ein Vergleich gezogen wird zu den übrigen sich für den Versicherer ungünstig auswirkenden Manipulationen dieser und jener Art. In diesem Zusammenhange erscheint uns ein Punkt besonders erwähnenswert. Es wird einerseits ein titanenhafter Kampf gefochten um die sinkende Übersterblichkeit, weil bei deren Nichterfassung möglicherweise Verluste entstehen, anderseits werden die mit viel Mühe und Fleiss auf Basis medizinischer, statistischer und versicherungstechnischer Überlegungen festgelegten Sonderprämien für erhöhtes Risiko in der Praxis vielfach gar nicht erhoben, wenn sie zu klein ausfallen. Unter klein versteht man unseres Wissens gegenwärtig 2 ‰ der versicherten Summe. Verfasser hat gegen diese, jedenfalls dem Druck des Aussendienstes zu verdankende Unsitte opponiert [1]. In der Folge hat er sich von Sachs den Vorwurf gefallen lassen müssen [4], er habe die Forderung gestellt, auch geringe Erschwerungen für erhöhte Risiken unter allen Umständen zu erheben, wogegen an der von Sachs inkriminierten Stelle von Sonderprämien kleiner Grössenordnung gesprochen wird. Es ist hier also eine Verwechslung unterlaufen zwischen kleiner Übersterblichkeit und kleinem Prämiensatz. Wir haben nichts dagegen, wenn im Hinblick auf die Unsicherheit, welche ärztlicher Prognose und statistischer Bearbeitung inhärent ist, Übersterblichkeiten bis zu einem gewissen Prozentsatz (z. B. 25%, event. mehr) ignoriert und die betreffenden Risiken als normal versichert werden. Es ist aber und bleibt ein Unsinn, wenn bei der Tarifierung die Übersterblichkeit in Prozenten der Normalsterblichkeit bemessen wird, und dann eine Freigrenze in Promille der Versicherungssumme angesetzt wird. Hier werden nicht nur zwei Maßstäbe, sondern zwei wesentlich verschiedene Methoden durcheinandergewurstelt. Was würden die Verfechter dieser Gepflogenheit beispielsweise zu einem Zolltarif sagen, bei welchem der Zollansatz für die verschiedenen Warensorten auf Gewichtsbasis erfolgt, die Ansetzung der Freigrenze für Nichtverzollung jedoch mit einem Hohlmass, sagen

wir einem Liter, gleichgültig ob es sich um Platinstifte oder Glaswolle handelt. Die folgende Tabelle zeigt uns die Konsequenz der geübten Praxis bei einer Prämienfreigrenze von 2‰, auf Basis der Sterbetafel S. M. 48/53 zu 3%. Aus der Tabelle ist zu ersehen, welche gleichbleibende Übersterblichkeit α bei einer gemischten Versicherung einer Sonderprämie von 2‰ entspricht. Es ergibt sich dies in genügender Näherung einfach aus dem Ansatz

$$\alpha(P_{x:\overline{n}|} - P_{\overline{n}|}) = 0{,}002.$$

x \ n	10	15	20	25
	%	%	%	%
20	235	205	190	170
25	210	185	165	140
30	190	160	130	110
35	145	115	95	75
40	100	80	60	50
45	60	50	40	30
50	40	30	25	

Junge Eintrittsalter müssen also bis zu einer Übersterblichkeit von 200% und darüber keine Sonderprämie leisten, während höhere Eintrittsalter schon bei geringer Erschwerung tributpflichtig sind. Bei der Feststellung derart ungerechter Prämienbemessung schämt sich der seinen Beruf ernst nehmende Versicherungsmathematiker. Lohnt es sich überhaupt noch, nach richtigen und gerechten Bemessungsgrundlagen zu suchen und zu forschen? Während auf der einen Seite mit drohend erhobenem Finger auf Verlustquellen hingewiesen wird, die sich möglicherweise aus manchmal nicht richtig erfasstem Sterblichkeitsverlauf ergeben können, wird auf der andern Seite hohe Übersterblichkeit als irrelevant betrachtet. Dabei ist in letzterem Falle ein Verlust nicht nur möglich sondern feststehend. Weshalb wir das von Sachs benutzte Zitat «Denn mit sehenden Augen sehen sie nicht» verschärfen möchten in «Denn mit sehenden Augen wollen sie nicht sehen», nämlich die näher im Blickfeld liegenden Unstimmigkeiten.

Literatur

[1] *H. Jecklin* in *W. Saxer:* Versicherungsmathematik, zweiter Teil, Anhang: Grundlagen und Technik der Behandlung erhöhter Risiken in der Lebensversicherung. Springer-Verlag, Berlin 1958.

[2] *H. Jecklin:* Beitrag zum Problem der sinkenden Übersterblichkeit. Mitteilungen VSVM Bd. 58, Heft 2, Oktober 1958.

[3] *W. Sachs, J. Staniszewsky* und *G. Röper:* Vom Wesen der Auslese (Analytisch-Kritisches über die Grundlagen der Lebensversicherung erhöhter Risiken). Mitteilungen VSVM Bd. 54, Heft 1, April 1954.

[4] *W. Sachs:* Umrisse einer Theorie der Risikenauslese und der Versicherung erhöhter Risiken. Blätter der deutschen Ges. für Vers. Math. Bd. IV, Heft 2, April 1959.

[5] *H. v. Denffer:* Zur Hypothese der gleichbleibenden Übersterblichkeit erhöhter Risiken. Septième conférence internationale concernant l'assurance sur la vie des risques aggravés. Aix-les-Bains 1955.
G. Berger: Zur Frage des Verlaufs der Übersterblichkeit erhöhter Risiken. Blätter der deutschen Ges. für Vers. Math., Bd. III, Heft 1, Oktober 1956.
J. Gugumus und *G. Berger:* Sterblichkeitsbeobachtung 48/56 am Bestand erhöhter Risiken der Kölnischen Rückversicherungsgesellschaft. Huitième conférence internationale concernant l'assurance sur la vie des risques aggravés. Helsinki 1958.

[6] *H. v. Denffer:* Zur Hypothese der gleichbleibenden Übersterblichkeit bei erhöhten Risiken. Lebensversicherungs-Medizin. (Blätter für den versicherungsärztlichen Dienst, 7. Jahrg., Nr. 3, Juli 1955.)

[7] *W. Sachs:* Bemerkungen über die abnehmende Übersterblichkeit in der Lebensversicherung erhöhter Risiken. Blätter der deutschen Ges. für Vers. Math., Bd. IV, Heft 3, Januar 1960.

[8] *H. Härlen:* Blätter der deutschen Ges. für Vers. Math. (Besprechung), Versicherungswirtschaft, 15. Jahrg., Nr. 7, April 1960.

[9] *W. Sachs:* Verschiedenheiten des Sterblichkeitsverlaufs. Lebensversicherungs-Medizin (Blätter für den versicherungsärztlichen Dienst), 11. Jahrg., Nr. 1, Januar 1959.

Résumé

L'hypothèse couramment appliquée de la surmortalité multiplicative constante a fait l'objet de différents ouvrages techniques récents, qui examinent notamment si la dite hypothèse est encore suffisante en regard de l'évolution effective de la mortalité des risques élevés. Des études théoriques ont conduit à la conclusion que la surmortalité tendait nettement à diminuer, alors que des travaux statistiques montrent qu'une surmortalité multiplicative constante peut en tout cas être utilisée pendant les dix premières années d'assurance. L'auteur cherche alors à pousser plus avant l'étude de ces problèmes, en s'appuyant sur l'ouvrage américain «Impairment Study 1951» d'où il ressort que l'évolution de la surmortalité n'est presque jamais monotone. Il est certainement préférable d'attendre les résultats de nouvelles recherches avant de passer éventuellement à des méthodes de détermination de la surmortalité plus dynamiques.

Summary

In the professional literature the question has been discussed lately, whether the currently used hypothesis of multiple extramortality still can be accepted in view of the observed development of enhanced mortality. Theoretical considerations lead to the conclusion that the extramortality trends clearly to diminish, whilst statistical results show that a multiple extramortality can be used at least during the first ten policy years. The author tries to develop further the question on the basis of the American Impairment Study 1951, where it appears that the development of the extramortality is mostly not monotone. It is certainly advisable to wait for further results from new researches before adopting a more dynamic method in order to determine the extramortality.

Riassunto

Ultimamente è stata discussa nella letteratura professionale la questione, se le ipotesi correntemente applicate della sopramortalità multiplicativa costante riguardo all'evoluzione effettiva della mortalità dei rischi elevati sia ancora sufficiente. Da riflessioni teoriche si conclude che la sopramortalità tende prevalentemente a decrescere, mentre alcuni lavori di statistica dimostrano che almeno nei primi dieci anni di assicurazione si può applicare una sopramortalità multiplicativa costante. Più avanti, l'autore cerca di sviluppare ulteriormente questi problemi in base alla pubblicazione americana «Impairment Study 1951», dimostrando che, nella maggior parte dei casi, l'evoluzione della sopramortalità non è monotona. Prima di passare eventualmente all'applicazione di metodi più dinamici per la determinazione della sopramortalità, sarà sicuramente preferibile aspettare altri risultati di ricerche.