Zum Problem der iterativen Quotierungsregeln

Autor(en): **Straub, E.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries**

Band (Jahr): **71 (1971)**

PDF erstellt am: **27.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-967166

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Zum Problem der iterativen Quotierungsregeln

Von E. Straub, Zürich

Vorbemerkung

Ich möchte Herrn Prof. Bühlmann herzlich danken für seine anregenden Diskussionsbeiträge, ohne die es mir nicht möglich gewesen wäre, die vorliegenden Bemerkungen zu Papier zu bringen.

1. Versicherung als Abbildung

Zur Illustration der folgenden allgemeinen Ausführungen können wir «im Hintergrund» beispielsweise stets an die schweizerische Autohaftpflichtversicherung denken und von dieser zur Abwechslung einmal annehmen, dass sie nicht obligatorisch sei. Ein nicht versicherter Fahrzeughalter würde demnach sein Haftpflichtrisiko selber tragen, das heisst, in jedem Jahr mit der Zufallsvariablen «Summe der pro Jahr durch ihn verursachten Autohaftpflichtschäden» konfrontiert sein, die wir im folgenden mit X bezeichnen. Nach Abschluss einer Versicherung hingegen sieht sich derselbe Halter bekanntermassen einer anderen Variablen X', nämlich der pro Jahr zu bezahlenden Prämie, gegenüber. (Wir setzen einfachheitshalber voraus, dass der Versicherte keine Schäden, auch keine kleinen Schäden, selber bezahlen will.)

Diese Prämie X' hängt nun aber – wie wir alle aus eigener Erfahrung wissen – noch von der Anzahl Y der im betrachteten Jahr angefallenen Schäden ab. Wir werden die Variable Y im allgemeinen Fall «Bedingungsvariable» nennen. Schliesslich heissen wir die Regel $\mathfrak{H}$, die besagt, in welcher Weise die Prämie X' bei gegebenem Y vom Schaden X abhängt, «Prämienberechnungsprinzip» oder « Quotierungsregel».

Es ist also

$$X' = \mathfrak{H}[X \mid Y]$$

oder in der Sprache der Abbildungen ausgedrückt:

$$X \xrightarrow{\mathfrak{H},\, Y} X'$$

(wir deuten an, dass die Abbildung von X nach X' definiert ist durch Angabe der Quotierungsregel $\mathfrak{H}$ und Spezifikation der Bedingungsvariablen Y).

2. *Iterative Quotierungsregeln*

Nun kann uns – zumindest theoretisch – niemand daran hindern, diese Variable X' nochmals zu versichern, das heisst, durch Angabe einer zweiten Bedingungsvariablen $Y^{(2)}$ und mittels der alten Regel $\mathfrak{H}$ in eine neue Variable X'' überzuführen. Wenn wir noch das obige Y in $Y^{(1)}$ umtaufen, so sieht diese Situation graphisch wie folgt aus:

$$X \xrightarrow{\mathfrak{H},\, Y^{(1)}} X' \xrightarrow{\mathfrak{H},\, Y^{(2)}} X''$$

(und natürlich kann man das Procedere fortsetzen).

Aber statt diese Abbildung von X nach X'' in zwei Schritten vorzunehmen, hätten wir auch direkt die Versicherung

$$\tilde{X}'' = \mathfrak{H}[X \mid Y^{(2)}), \quad \text{also}$$

$$X \xrightarrow{\mathfrak{H},\, Y^{(2)}} \tilde{X}''$$

abschliessen können. Dieser Gedanke, der wie alles bisherige aus [1] stammt, führt nun unmittelbar in den bei Bühlmann erstmals dargestellten mathematisch höchst interessanten Problemkreis der iterativen Quotierungsregeln, dessen Ausgangspunkt mit der folgenden Definition gegeben ist:

Def: $\mathfrak{H}$ heisst iterativ, falls

$$\mathfrak{H}[\mathfrak{H}[X \mid Y^{(1)}] \mid Y^{(2)}] = \mathfrak{H}[X \mid Y^{(2)}]$$

für alle zugelassenen Variablen X, $Y^{(1)}$ und $Y^{(2)}$ oder, was äquivalent ist, falls der nachstehende Graph richtig ist:

$$\begin{tikzcd} & X' \arrow[dr, "\mathfrak{H}, Y^{(2)}"] & \\ X \arrow[ur, "\mathfrak{H}, Y^{(1)}"] \arrow[rr, "\mathfrak{H}, Y^{(2)}"'] & & X'' \end{tikzcd}$$

«Dabei deuten wir mit der gewählten Terminologie an, dass die Regel $\mathfrak{H}$ *ein Funktional auf bedingten Verteilungen* ist. Im obigen Dreieck sind dies die Verteilungen

$F_{X|Y^{(2)}}(x)$ in der direkten Abbildung $X \longrightarrow X''$,

$F_{X'|Y^{(2)}}(x')$ (oder vielmehr $F_{Y^{(1)}|Y^{(2)}}(y_1)$) von X' nach X'',

$F_{[X|Y^{(1)}]|Y^{(2)}}(x)$ in der Abbildung $X \longrightarrow X'$,

welche sich mit Hilfe der Bayes'schen Regel auf Grund der als bekannt vorausgesetzten Verteilung

$$F_{X,\,Y^{(1)},\,Y^{(2)}}(x,\,y_1,\,y_2) = \mathrm{Prob}\left[(X \leqq x) \wedge (Y^{(1)} \leqq y_1) \wedge (Y^{(2)} \leqq y_2)\right]$$

wie folgt berechnen lassen:

$$F_{X|Y^{(2)}}(x) = \frac{\mathrm{Prob}\left[(X \leqq x) \wedge (Y^{(2)} \leqq y_2)\right]}{\mathrm{Prob}\left[Y^{(2)} \leqq y_2\right]} = \frac{F_{X,\,Y^{(2)}}(x,\,y_2)}{F_{Y^{(2)}}(y_2)}$$

(x ist Variable, y_2 ist Parameter)

$$F_{Y^{(1)}|Y^{(2)}}(y_1) = \frac{\mathrm{Prob}\left[(Y^{(1)} \leqq y_1) \wedge (Y^{(2)} \leqq y_2)\right]}{\mathrm{Prob}\left[(Y^{(2)} \leqq y_2\right]} = \frac{F_{Y^{(1)},\,Y^{(2)}}(y_1,\,y_2)}{F_{Y^{(2)}}(y_2)}$$

(y_1 ist Variable, y_2 ist Parameter)

$$F_{[X|Y^{(1)}]|Y^{(2)}}(x) = \frac{\text{Prob}[(X \leqq x) \wedge (Y^{(1)} \leqq y_1) \mid (Y^{(2)} \leqq y_2)]}{\text{Prob}[(Y^{(1)} \leqq y_1) \mid (Y^{(2)} \leqq y_2]}$$

$$= \frac{F_{X, Y^{(1)}, Y^{(2)}}(x, y_1, y_2)}{F_{Y^{(2)}}(y_2)} : \frac{F_{Y^{(1)}, Y^{(2)}}(y_1, y_2)}{F_{Y^{(2)}}(y_2)}$$

$$= \frac{F_{X, Y^{(1)}, Y^{(2)}}(x, y_1, y_2)}{F_{Y^{(1)}, Y^{(2)}}(y_1, y_2)} = F_{X|(Y^{(1)}, Y^{(2)})}(x)$$

(x ist Variable, y_1 und y_2 sind Parameter)

Es besteht also in natürlicher Weise ein Unterschied darin, ob die Transformation $X \longrightarrow X'$ für sich oder im Rahmen der Zusammensetzung $X \longrightarrow X' \longrightarrow X''$ aufgefasst wird, denn im ersten Fall ist $\mathfrak{H}$ auf $F_{X|Y^{(1)}}(x)$ und im zweiten auf $F_{X|(Y^{(1)}, Y^{(2)})}(x)$ anzuwenden. Aus diesem Grunde müsste man für ein iteratives $\mathfrak{H}$ streng genommen $\mathfrak{H}[\mathfrak{H}[X|(Y^{(1)}, Y^{(2)})]|Y^{(2)}] = \mathfrak{H}[X|Y^{(2)}]$ statt wie oben $\mathfrak{H}[\mathfrak{H}[X|Y^{(1)}]|Y^{(2)}] = \mathfrak{H}[X|Y^{(2)}]$ schreiben. So betrachtet können wir auch sagen, dass die zweite Bedingungsvariable $Y^{(2)}$ eine Funktion der ersten (zweidimensionalen) Bedingungsvariablen $(Y^{(1)}, Y^{(2)})$ sei, womit wir im wesentlichen wieder bei der in [1] auf Seite 96 eingeführten Terminologie angelangt sind.

Wie in [1] nachzulesen ist, sind in diesem Sinne praktisch alle gebräuchlichen Prämienberechnungsprinzipien *nicht iterativ*. Nur das Varianzprinzip (gegeben durch $\mathfrak{H}[X|Y] = E[X|Y] + \alpha \operatorname{Var}[X|Y]$) ist wenigstens in erster Näherung iterativ und kann, wenn man es – einmal auf den Schaden X und das andere Mal auf die Prämie X' angewendet – in verschiedener Weise definiert, unter derart neuen Voraussetzungen iterativ gemacht werden.

Ziel des nächsten Abschnittes ist es zu zeigen, dass ein allgemeines, leicht abgeändertes Varianzprinzip im obigen «alten» Sinne iterativ ist.

3. Ein iteratives Varianzprinzip

Def: Für irgendwelche Variablen X und Y sei

$$\mathfrak{H}[X|Y] = E[X|Y] + \alpha E_Y[\operatorname{Var}[X|Y]]$$

worin α eine beliebige, aber feste Zahl ist.

Beh: Die so definierte Quotierungsregel $\mathfrak{H}$ ist iterativ, das heisst, es ist

$$\mathfrak{H}[X'|Y^{(2)}] = \mathfrak{H}[X|Y^{(2)}] \quad \text{mit} \quad X' = \mathfrak{H}[X|Y^{(1)}]$$

für irgendwelche Variablen X, $Y^{(1)}$ und $Y^{(2)}$, für die entsprechende Erwartungswerte und Varianzen existieren.

Bew: (i) Wir benutzen die Bezeichnungen

$E[\cdot]$ resp. $E[\cdot|\cdot]$ für unbedingte resp. bedingte Erwartungswerte von Funktionen von X und X',

$E_Y[\cdot]$ resp. $E_Y[\cdot|\cdot]$ für solche von Y

und $E_i[\cdot]$ resp. $E_i[\cdot|\cdot]$ für solche von $Y^{(i)}$, $\quad i = 1, 2, \ldots$

und verwenden dieselbe Schreibweise auch bei den auftretenden Varianzen.

(ii) Wir werden nachstehende Haupteigenschaft von bedingten Erwartungswerten (siehe [1], Seite 27) im Beweis wiederholt verwenden:

Es ist
$$E_Y[E[h(X)]|Y] = E[h(X)]$$

für alle Funktionen h, für welche diese Erwartungswerte existieren.

Analog gilt natürlich für eine zweite Bedingungsvariable $Y^{(2)}$

$$E_1[E[h(X)|Y^{(1)}]|Y^{(2)}] = E[h(X)|Y^{(2)}] \tag{*}$$

weil $Y^{(2)}$ in dieser Gleichung lediglich die Rolle eines Parameters in den Verteilungen $F_{X,\,Y(1)}$, $F_{Y(1)}$ und F_X spielt.

(iii) Es ist einerseits

$$\begin{aligned}
\mathfrak{H}[X'|Y^{(2)}] &= \mathfrak{H}[\mathfrak{H}[X|Y^{(1)}]|Y^{(2)}] \\
&= \mathfrak{H}[E[X|Y^{(1)}]] + \alpha E_1[\mathrm{Var}[X|Y^{(1)}]|Y^{(2)}] \\
&= E_1[E[X|Y^{(1)}]|Y^{(2)}] + \alpha E_1[\mathrm{Var}[X|Y^{(1)}]] \\
&\qquad + \alpha E_2[\mathrm{Var}_1[E[X|Y^{(1)}]|Y^{(2)}]] \\
&= E_1[E[X|Y^{(1)}]|Y^{(2)}] + \alpha E_2[E_1[\mathrm{Var}[X|Y^{(1)}]]] \\
&\qquad + \mathrm{Var}_1[E[X|Y^{(1)}]|Y^{(2)}]]
\end{aligned}$$

und anderseits definitionsgemäss

$$\mathfrak{H}[X|Y^{(2)}] = E[X|Y^{(2)}] + \alpha E_2[\mathrm{Var}[X|Y^{(2)}]].$$

(iv) Wegen der Eigenschaft (*) ist erstens

$$E_1[E[X|Y^{(1)}]|Y^{(2)}] = E[X|Y^{(2)}]$$

für alle X und $Y^{(1)}$, für welche die betreffenden Erwartungswerte existieren,

und zweitens

$$\begin{aligned}
&E_2[E_1[\mathrm{Var}[X|Y^{(1)}]] + \mathrm{Var}_1[E[X|Y^{(1)}]|Y^{(2)}]] \\
&= E_2[E_1[\mathrm{Var}[X|Y^{(1)}]|Y^{(2)}] + E_1[E^2[X|Y^{(1)}]|Y^{(2)}] \\
&\quad - E_1^2[E[X|Y^{(1)}]|Y^{(2)}]] \\
&= E_2[E_1[E[X^2|Y^{(1)}]|Y^{(2)}] - E_1^2[E[X|Y^{(1)}]|Y^{(2)}]] \\
&= E_2[E[X^2]|Y^{(2)}] - E_2[E^2[X]|Y^{(2)}] = E_2[\mathrm{Var}[X|Y^{(2)}]]
\end{aligned}$$

für alle zugelassenen Variablen X und $Y^{(1)}$, womit die Behauptung bewiesen ist.

4. *Beispiele zum iterativen Varianzprinzip*

(i) *Ein einfacher Fall von Experience Rating*

Sei $\quad X = \sum_{n=1}^{K} Z_n =$ Gesamtschaden pro Jahr

wobei $\quad Z_n =$ n-ter Einzelschaden – die Z_n werden als unabhängig und gleich verteilt vorausgesetzt.

$K =$ Anzahl Schäden pro Jahr

und $\quad X = 0 \quad$ falls $\quad K = 0 \quad$ per definitionem

Wir setzen $Y^{(1)} = K$ und $Y^{(2)} =$ konstant (degenerierte Zufallsvariable), was bedeutet, dass alle bezüglich $Y^{(2)}$ bedingten Erwartungswerte zu unbedingten werden (wir schreiben dementsprechend wie in [1] kurz $\mathfrak{H}[\cdot]$ statt $\mathfrak{H}[\cdot|Y^{(2)}]$). X'' wird also eine *feste* Prämie sein im Gegensatz zur Prämie X', die wegen ihrer Abhängigkeit von K *variabel* ist.

Wir erhalten

$$X' = \mathfrak{H}[X|K] = E[X|K] + \alpha E_K[\mathrm{Var}[X|K]]$$
$$= KE[Z] + \alpha E[K]\,\mathrm{Var}[Z]$$

$$X'' = \mathfrak{H}[\mathfrak{H}[X|K]] = E[K]\,E[Z] + \alpha(E[K]\,\mathrm{Var}[Z] + E^2[Z]\,\mathrm{Var}[K])$$
$$= E[X] + \mathrm{Var}[X] = \mathfrak{H}[X]$$

wegen der Iterativität von $\mathfrak{H}$.

Dabei stehen $E[Z]$ und Var $[Z]$ für den Erwartungswert und die Varianz des Einzelschadens.

X' besteht demnach aus zwei Komponenten, nämlich dem zur Anzahl K proportionalen Term und dem festen Loading, das von der Einzelschadenvarianz abhängt.

(ii) *Der mittlere Schaden als Bedingungsvariable*

Sei $$Y^{(1)} = \bar{Z} = \begin{cases} 0 & \text{falls } K = 0 \\ \dfrac{X}{K} & \textit{falls } K \geqq 1 \end{cases} \qquad \text{(mittlerer Einzelschaden)}$$

wobei wieder $X = \sum_{n=1}^{K} Z_n$ = Gesamtschadenlast.

Es ist $$E[X|\bar{Z}] = \bar{Z}E[K], \quad E[X^2|\bar{Z}] = \bar{Z}^2E[K^2]$$

und somit $$\mathrm{Var}[X|\bar{Z}] = \bar{Z}^2\,\mathrm{Var}[K], \qquad \text{das heisst}$$

$$X' = \mathfrak{H}[X|\bar{Z}] = \bar{Z}E[K] + \alpha E[\bar{Z}^2]\,\mathrm{Var}[K].$$

Der Versicherte ist also in diesem Fall weiterhin den Schwankungen des mittleren Schadens $\bar{Z}$ ausgeliefert, dafür werden durch die Bezahlung der Prämie X' die Schwankungen der Schadenanzahl K abgegolten (im Beispiel (*i*) liegen die Verhältnisse gerade umgekehrt).

Nach Anwendung der unbedingten Quotierungsregel auf die Variable X' erhalten wir natürlich auch hier wieder die «richtige» feste Prämie, denn es ist

$$\begin{aligned}\mathfrak{H}[\mathfrak{H}[X|\bar{Z}]] &= E[\bar{Z}]\,E[K] + \alpha E[\bar{Z}^2]\,\mathrm{Var}[K] + \alpha\,\mathrm{Var}[\bar{Z}]\,E^2[K] \\ &= E[X] + \{E[\bar{Z}^2]\,\mathrm{Var}[K] + E[\bar{Z}^2]\,E^2[K] - E^2[\bar{Z}]\,E^2[K]\} \\ &= E[K]\,E[\bar{Z}] + \alpha\{E[K^2]\,E[\bar{Z}^2] - (E[K]\,E[\bar{Z}])^2\} \\ &= E[X] + \alpha\,\mathrm{Var}[X]\end{aligned}$$

PS: Dass $E[\bar{Z}^2]\,E[K^2] = E[X^2]$ ist, sieht man beispielsweise so:

$$\begin{aligned}E[X^2|\bar{Z}^2] &= p_0.0 + p_1\bar{Z}^2 + p_2.4\bar{Z}^2 + \ldots \\ &= \bar{Z}^2 E[K^2] \quad \text{für} \quad p_j = \mathrm{Prob}[K = j]\end{aligned}$$

und demzufolge $E[X^2] = E[\bar{Z}^2]\,E[K^2]$

(iii) *Stop-Loss-Rückversicherung*

Sei X die Jahresschadenlast, die von einem Erstversicherungsportefeuille produziert wird

und sei
$$X_a = \begin{cases} X & \text{falls } X \leqq a \\ a & \text{falls } X > a \end{cases}$$

der Selbstbehalt unter einem Stop-Loss-Vertrag mit Stop-Loss-Punkt a und unbeschränkter Deckung.

Dann ist offenbar

$$\mathfrak{H}[X|X_a] = E[X|X_a] + \alpha E_{X_a}[\mathrm{Var}[X|X_a]]$$

mit
$$E[X|X_a] = \begin{cases} X & \text{falls } X \leqq a \\ E[X|X > a] & \text{falls } X > a \end{cases}$$

und
$$\mathrm{Var}[X|X_a] = \begin{cases} 0 & \text{falls } X \leqq a \\ \mathrm{Var}[X|X > a] & \text{falls } X > a \end{cases}$$

das heisst

$$X' = \mathfrak{H}[X|X_a] = \begin{cases} X & \text{falls } X \leqq a \\ E[X|X>a] & \text{falls } X>a \end{cases} + \text{Prob}[X>a]\ \text{Var}[X|X>a]$$

oder etwas anders formuliert:

$$X' = X_a + \left\{ \begin{matrix} 0 & \text{falls } X \leqq a \\ E[X-a|X>a] & \text{falls } X>a \end{matrix} \right\} + \text{Prob}[X>a]\text{Var}[X-a|X>a]$$

Die ursprüngliche Schadenvariable X ist damit transformiert worden in eine neue Variable X', bestehend aus den beiden Summanden «Selbstbehalt X_a» und «Rückversicherungsprämie $X'-X_a$». Letztere setzt sich zusammen aus einem variablen Term (der lediglich dann zu entrichten ist, wenn der Stop-Loss zum Zug kommt) und dem festen Varianzzuschlag.

Mit Hilfe einer zweiten Bedingungsvariablen $Y^{(2)}$

definiert durch $$Y^{(2)} = X_b = \begin{cases} X & \text{falls } X \leqq b \\ b & \text{falls } X>b \end{cases}, \quad b\ a$$

können wir auch X' rückversichern und erhalten mit den Bezeichnungen

$$F(x) = \text{Prob}[X \leqq x], \qquad \bar{F}(x) = 1-F(x),$$

$$E_x = E[X|X>x] \quad \text{und} \quad V_x = \text{Var}[X|X>x]$$

nach kurzer Rechnung die Beziehungen

$$E[X'-\alpha\bar{F}(a)\,V_a|X_b] = \begin{cases} X & \text{falls } X \leqq b \\ E_b & \text{falls } X>b \end{cases}$$

$$E[(X'-\alpha\bar{F}(a)\,V_a)^2|X_b] = \begin{cases} X^2 & \text{falls } X \leqq b \\ \dfrac{1}{\bar{F}(b)}\left(\displaystyle\int_b^a x^2\,dF(x) + \bar{F}(a)\,E_a^2\right) & \text{falls } X>b \end{cases}$$

und damit

$$\mathrm{Var}[X'|X_b] = \mathrm{Var}[X' - \alpha\bar{F}(a)\,V_a|X_b] = \begin{cases} 0 & \text{falls} \quad X \leqq b \\ \dfrac{1}{\bar{F}(b)}\left(\displaystyle\int_b^a x^2 dF(x) + \bar{F}(a)\,E_a^2\right) - E_b^2\,, & \text{falls } X > b \end{cases}$$

Hieraus folgt schliesslich

$$\mathfrak{H}[X'|X_b] = \begin{cases} X & \text{falls } X \leqq b \\ E_b & \text{falls } X > b \end{cases} + \alpha\bar{F}(a)\,V_a + \alpha\int_b^a x^2 dF(x) + \alpha\bar{F}(a)\,E_a^2 - \bar{F}(b)\,E_b^2 \cdot \alpha$$

$$\text{mit} \qquad \bar{F}(a)\,V_a = \int_a^\infty x^2\,dF(x) - \bar{F}(a)\,E_a^2$$

das heisst

$$\mathfrak{H}[X'|X_b] = \begin{cases} X & \text{falls } X \leqq b \\ E_b & \text{falls } X > b \end{cases} + \alpha\bar{F}(b)\,V_b = \mathfrak{H}[X|X_b]$$

was im Einklang steht mit der Tatsache, dass die Quotierungsregel $\mathfrak{H}[X|Y]$ für beliebige Bedingungsvariablen Y iterativ ist.

5. *Schlussbemerkungen*

Neben den eben betrachteten Bedingungsvariablen gäbe es natürlich noch weitere interessante Möglichkeiten. So führt uns beispielsweise der praktisch wichtigste Ansatz, nämlich $Y^{(1)} = \vartheta$ (= Risikoparameter) zurück auf die bei Bühlmann behandelte Situation «Risikoprämie versus Portefeuilleprämie», für die wir wegen der allgemeinen Iterativität von $\mathfrak{H}$ dasselbe Resultat erhalten würden. Der diesbezügliche Unterschied zwischen [1] und der vorliegenden Arbeit liegt lediglich in der Definition der Risikoprämie, indem

bei [1] $\qquad X' = P(\vartheta) = E[X|\vartheta] + \alpha\,\mathrm{Var}[X|\vartheta]$

währenddem hier $\qquad X' = P(\vartheta) = E[X|\vartheta] + \alpha E_\vartheta[\mathrm{Var}[X|\vartheta]]$

ist. Mit anderen Worten: im ersten Fall handelt es sich um einen individuellen, im zweiten um einen uniformen Schwankungszuschlag.

Zu guter Letzt bleibt dem geneigten Leser die Beantwortung der folgenden Frage vorenthalten: Gibt es neben den Quotierungsregeln vom hier betrachteten Typ noch andere Prämienberechnungsprinzipien, die im obigen Sinn iterativ sind?

Literatur

[1] *H. Bühlmann*, Mathematical Methods in Risk Theory, Springer 1970.

Zusammenfassung

In seinem Buch «Mathematical Methods in Risk Theory» [1] behandelt Bühlmann – meines Wissens zum erstenmal – das mathematisch sehr interessante Konzept der «iterativen Prämienberechnungsprinzipien». Im folgenden stellen wir dieses Konzept in einer leicht verschiedenen Terminologie nochmals kurz dar, geben anschliessend ein allgemeines iteratives Berechnungsprinzip an und exemplifizieren dieses schliesslich anhand einiger konkreter Annahmen.

Summary

The mathematical concept of iterative premium calculation principles as introduced by Bühlmann in his new book [1] is presented here by using a slightly different terminology. A generalized variance principle is than shown to be iterative and illustrated by means of three special cases.

Résumé

La notion des méthodes itératives pour le calcul des primes, introduite par Buhlmann dans son livre «Mathematical Methods in Risk Theory», est présentée en utilisant une nouvelle terminologie. Puis il est démontré qu'un principe de variance généralisé est itératif dans le sens défini plus haut. L'article se termine par trois exemples spéciaux.

Riassunto

La nozione dei metodi iterativi per il calcolo dei premi, come fu introdotta da Bühlmann nel suo nuovo libro [1], viene presentata qui utilizzando una terminologia lievemente diversa. In seguito si dimostra che un determinato metodo generale è iterativo nel senso definito anterioramente e finalmente segue una illustrazione mediante l'esempio di tre casi speciali.