Die Entwicklung der Versicherungsmathematik im 20. Jahrhundert

Autor(en): **Ammeter, Hans**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries**

Band (Jahr): **71 (1971)**

PDF erstellt am: **27.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-967174

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

Die Entwicklung der Versicherungsmathematik im 20. Jahrhundert *)

Von Hans Ammeter, Zürich

I

Die Versicherungsmathematik besteht nicht nur aus zerstreuten Anwendungen mathematischer Erkenntnisse im Versicherungswesen, sondern stellt ein systematisches Lehrgebäude dar, das auf wissenschaftlicher, vor allem mathematischer Grundlage die gesamte Versicherungstechnik, insbesondere in der Lebensversicherung, beherrscht.

Im folgenden wird versucht, die wichtigsten Entwicklungstendenzen dieser Versicherungsmathematik im 20. Jahrhundert zu skizzieren. Bevor jedoch näher auf diesen Zeitraum eingegangen werden kann, ist es unerlässlich, wenigstens mit einigen groben Strichen auf die frühere Entwicklung, vor allem im 18. und 19. Jahrhundert, zurückzukommen.

Die Versicherungsmathematik nahm praktisch ihren Anfang mit der Gründung der «Equitable» in London im Jahre 1762, der ältesten Lebensversicherungs-Gesellschaft, die von Anfang an auf wissenschaftlicher Grundlage aufgebaut war. Es gab allerdings schon vorher Lebensversicherungs-Einrichtungen der verschiedensten Art. Diese arbeiteten aber im allgemeinen nicht mit einer Sterbetafel, sondern mit groben Durchschnittssätzen – ähnlich wie auch heute noch vielfach in der Sachversicherung – und versuchten, sich dem übertriebenen Zugang durch ältere Leute, der sogenannten Antiselektion, dadurch zu erwehren, indem sie nur verhältnismässig enge Altersstufen, d.h. nur jüngere Leute, zur Versicherung zuliessen.

Die «Equitable» wurde ausgerechnet von einem Mann gegründet, der wegen Überschreitung dieser Altersgrenzen von den bereits bestehen-

*) Nach einer Spezialvorlesung an der ETH Zürich am 7.1.1971

den Gesellschaften nicht mehr versichert werden wollte und daher nach einer Einrichtung suchte, die allen Altersstufen offenstand. Die «Equitable» war dann die erste Lebensversicherungs-Gesellschaft, die mit einer Sterbetafel arbeitete und daher alle Altersstufen risikogerecht tarifieren und auch aufnehmen konnte.

Die Versicherungsmathematik entwickelte sich in der Folge fast ausschliesslich auf deterministischer Grundlage. Darnach ist die sogenannte Sterbenswahrscheinlichkeit eigentlich gar keine Wahrscheinlichkeit im modernen Sinne, sondern eher eine Sterbequote.

Wenn z. B. für ein bestimmtes Alter diese Sterbequote 1% beträgt – das dürfte heute etwa die Sterblichkeit eines Fünfundfünfzigjährigen bedeuten –, so sind nach der deterministischen Theorie bei einem Bestand von 10000 Versicherten genau 100 Sterbefälle zu erwarten, nicht 90 oder 110 oder 95 oder 101, sondern eben ganz genau 100.

Diese deterministische Auffassung des Absterbens, wobei für jedes Alter eine besondere Sterbequote festgelegt wird, führt dann zur Sterbetafel, die gewöhnlich in der Form präsentiert wird, dass, ausgehend von 100000 Nulljährigen, die für jedes Jahr noch Überlebenden festgelegt werden.

Während des 18. und 19. Jahrhunderts wurden zunächst eine Reihe von sogenannten Sterbegesetzen aufgestellt, d.h. analytische Formeln für die Absterbeordnung, wobei die ursprüngliche Ansicht dahin ging, diesen Formeln den Charakter von eigentlichen Naturgesetzen zu verleihen.

Hier spiegelt sich der Einfluss Newtons wider. Johann Peter Süssmilch, Oberconsistorialrat und Probst zu Köln, ging ums Jahr 1770 herum sogar so weit, von einer «göttlichen Ordnung in der Veränderung des menschlichen Geschlechts aus der Geburt, dem Tode und der Fortpflanzung desselben» zu sprechen.

In der Bibel sind für eine Reihe von Persönlichkeiten aus der Urzeit die erreichten Lebensalter genannt. So soll Adam 930 Jahre, Methusalem sogar 969 Jahre und Noah 950 Jahre alt geworden sein. Diese und andere Altersangaben veranlassten den Herrn Oberconsistorialrat, auch Sterbetafeln aus der Zeit kurz nach der Schöpfung und nach der Sintflut in seine Betrachtungen einzubeziehen.

Diese und ähnliche Auffassungen haben sich jedoch nicht halten lassen. Im 20. Jahrhundert betrachtet man eine analytische Absterbeformel mehr als ein nützliches Instrument für die Darstellung der Sterbetafel,

das sich in manchen Fällen recht gut mit den vorhandenen Beobachtungsdaten vereinbaren lässt, in anderen Fällen weniger gut.

Wegen der Langfristigkeit der Versicherungsdauern in der Lebensversicherung und weil bei vielen Lebensversicherungen implizite ein Sparprozess eingeschlossen ist, ist es notwendig, mit einer Verzinsung zu rechnen. Das führt zu einer beträchtlichen Komplizierung der Formeln und des Rechenapparates, insbesondere wegen der Fülle der einzubeziehenden numerischen Daten. Die Versicherungsmathematik beschäftigte sich deshalb längere Zeit mit der praktischen Versicherungstechnik, die gerade dem Anfänger erfahrungsgemäss Schwierigkeiten bereitet. Dabei haben sich auch berühmte Mathematiker, wie z.B. *Euler* und *Gauss*, mit diesen Fragen auseinandergesetzt.

Im Verlaufe des 19. und 20. Jahrhunderts wurde die Technik der Lebensversicherung immer mehr entwickelt; so kam man auch dazu, neben Sterbetafel und Zinsfuss, die Kostenzuschläge als dritte Rechnungsgrundlage, und neben den für die Prämienberechnung und für die Deckungskapitalien angewendeten Rechnungsgrundlagen erster Ordnung, sogenannte Rechnungsgrundlagen zweiter Ordnung einzuführen, in denen die wegen der Langfristigkeit der Lebensversicherung unentbehrlichen Sicherheitsmargen der Rechnungsgrundlagen erster Ordnung eliminiert sind.

Grundlegend für die klassische Versicherungsmathematik ist das sogenannte «Äquivalenzprinzip», nach dem die Prämien- und Reservenberechnung davon ausgeht, dass der Barwert der zu erwartenden Einnahmen an Prämien für den Versicherungsträger – vermehrt um die bereits gebildeten Reserven – gerade gleich gross sein soll wie der Barwert der zu erwartenden Ausgaben an Versicherungsleistungen.

Die Bemühungen der Versicherungsmathematiker in den verschiedenen Ländern haben schliesslich zu einem imposanten Lehrgebäude der Lebensversicherungs-Mathematik geführt, dessen wesentlicher Inhalt in modernen Lehrbüchern, wie z.B. in demjenigen von Professor *Saxer*, zusammengestellt ist. Daneben besteht noch eine umfangreiche Literatur über Spezialfragen. So interessant dieses Lehrgebäude mit Einschluss der Spezialfragen auch ist, es würde den Rahmen dieser Arbeit sprengen, näher darauf einzugehen. Es soll vielmehr versucht werden, die im Zusammenhang mit dem Ausbau der Wahrscheinlichkeitsrechnung und der mathematischen Statistik im 20. Jahrhundert eingetretene Entwicklung näher zu beleuchten.

II

Verschiedene neuere Entwicklungen der Versicherungsmathematik im 20. Jahrhundert stehen in engem Zusammenhang mit dem gleichzeitig erfolgten Ausbau der mathematischen Statistik. Hier sind die Methoden für die Ausgleichung von Sterbetafeln von besonderem Interesse. Die Versicherungsmathematik zog hierbei in zwei Richtungen von den Fortschritten der mathematischen Statistik direkten Nutzen. Zunächst konnte sie die von der mathematischen Statistik entwikkelten modernen Ausgleichungsverfahren, wie z. B. die χ^2-Minimum-Methode, übernehmen, und zweitens konnte die Überprüfung von durchgeführten Ausgleichungen mit Hilfe der von der mathematischen Statistik ausgebildeten Testverfahren verschärft werden.

Es hat sich dabei z. B. gezeigt, dass der bekannte χ^2-Test in vielen Fällen ein nützliches Instrument für die Überprüfung von Sterbetafelausgleichungen darstellt. Dieser Test versagt zwar niemals gänzlich, kann aber unter besonderen Verhältnissen durch schärfere Kriterien ersetzt werden, die vor allem berücksichtigen, dass die Sterbetafel eine geordnete Reihe darstellt, bei der es nicht gleichgültig ist, inwieweit die aufeinanderfolgenden Abweichungen zwischen Beobachtung und Ausgleichung in der geordneten Reihe zufälligen oder systematischen Charakter haben. Hier sind einige spezifische Techniken und Tests entwickelt worden, die der besonderen Fragestellung gerade bei Sterbetafeln Rechnung tragen.

III

Alle bisher geschilderten Entwicklungen gingen stillschweigend von der grundlegenden Annahme eines deterministischen Risikomodells aus. Diese Annahme trifft zweifellos in der Wirklichkeit nicht zu. Realistischer ist die Deutung des Risikogeschehens als stochastischer Prozess, bei dem die Sterbenswahrscheinlichkeiten den Charakter wirklicher mathematischer Wahrscheinlichkeiten haben. Dieser Übergang von deterministischen zu stochastischen Modellen ist der wesentliche Beitrag des 20. Jahrhunderts zur Versicherungsmathematik.

Die Annahme eines stochastischen Modells führt nicht wie im deterministischen Modell zu festen Schadenquoten, sondern zu einer Schwankungszone, in der die Anzahl der Sterbefälle oder gegebenenfalls der Gesamtschaden liegt. Es liegt auf der Hand, dass das stocha-

stische Modell zu tieferen Einsichten in die Natur des Risikogeschehens führt als das elementare deterministische Modell. Eine Reihe von Fragen lassen sich überhaupt nur auf Grund stochastischer Modelle beantworten, wie z.B. die Frage nach dem zulässigen Maximum des Selbstbehaltes und ähnliche Fragen.

Anstelle einer festen Sterberate, die zu einer ganz bestimmten Anzahl von Sterbefällen führt, tritt im stochastischen Modell die Verteilung der Schadenzahl, aus der für jede beliebige Schadenzahl die Wahrscheinlichkeit hervorgeht, mit der sie zu erwarten ist. Der Mittelwert dieser Verteilung der Schadenzahl führt dann wieder auf die gleiche feste Schadenzahl nach dem deterministischen Modell zurück. Diese Eigenschaft des Mittelwertes stellt somit die Brücke dar, die zwischen den beiden Modellen besteht. Die beiden Grundmodelle widersprechen somit einander nicht. Das elementare deterministische Modell ist gewissermassen als Spezialfall im allgemeineren stochastischen Modell enthalten.

Obschon die Versicherungsmathematik im 19. Jahrhundert noch fast ausschliesslich mit dem deterministischen Modell gearbeitet hat, lassen sich doch schon früh einige erste Ansätze zu einer stochastischen Betrachtungsweise feststellen.

Schon 1812 hat z.B. *Laplace* in seiner «Théorie analytique des probabilités» die Varianz der Verteilung des Gesamtschadens im Falle einer Leibrente angegeben. Damit wurde der Grundstein zu einer Entwicklung gelegt, bei der gewissermassen die Gausssche Fehlertheorie auf das Versicherungswesen übertragen wurde.

Es sei versucht, dies an einem einfachen Beispiel zu veranschaulichen, das sich auf die lebenslängliche Todesfallversicherung gegen Einmalprämie bezieht. Bei dieser und vielen weiteren Versicherungsformen ist die Auszahlung der Versicherungssumme an sich gewiss. Unsicher ist hingegen der Zeitpunkt des Todes der Versicherten und damit derjenige der Auszahlung der Versicherungssumme.

Wenn die Einmalprämie mit A bezeichnet wird, der Einfachheit halber die Versicherungssumme gleich 1 gesetzt wird, und der Diskontierungsfaktor für t Jahre mit v^t gegeben ist, so beträgt der «Verlust», den der Risikoträger durch den Tod des Versicherten im t^{ten} Versicherungsjahr in seinem auf den Beginn diskontierten Betrag erleidet,

$$v^t - A \qquad \text{für} \quad t = 1, 2, \ldots$$

Diese Differenz ist für kleine t zunächst positiv – d.h. es liegen echte Verluste des Versicherungsträgers vor –, wird für ein bestimmtes t – die sogenannte kritische Dauer – gerade Null und nimmt schliesslich für noch grössere t negative Werte an, d.h. es ergeben sich für den Versicherungsträger Gewinne.

Bezeichnet man die Wahrscheinlichkeit, im t^{ten} Versicherungsjahr zu sterben, mit q_t, so muss – wenn die Einmalprämie A nach dem Äquivalenzprinzip berechnet wurde – der Erwartungswert des Verlustes für die ganze Lebensdauer gerade gleich Null sein, d.h. es ist

$$E\left\{v^t - A\right\} = \sum_{t=1}^{\infty} q_t \left[v^t - A\right] = 0 .$$

Dieser Erwartungswert – der immer Null ist – ist kein geeignetes Mass für das vom Versicherer zu tragende Risiko. Als ein solches Mass für die vom Risikoträger zu deckende Gefahr wurde zunächst das sogenannte «durchschnittliche Risiko» D eingeführt, das dem halben Erwartungswert des absoluten Betrages des jeweiligen Verlustes gleichkommt; es ist also

$$D = \tfrac{1}{2} \sum_{t=1}^{\infty} q_t \left|v^t - A\right| .$$

Dieses «durchschnittliche Risiko» entspricht in seinem Aufbau dem «durchschnittlichen Fehler» in der Gaussschen Fehlertheorie. Das «durchschnittliche Risiko» ist zwar ein anschauliches Risikomass im Einzelfall, lässt sich aber als Baustein für das Gesamtrisiko eines Versicherungsbestandes kaum verwenden.

Nützlicher in dieser Hinsicht ist das sogenannte «mittlere Risiko» M, das sich durch quadratische Mittelbildung aus den einzelnen Verlustbeträgen ergibt; es ist

$$M^2 = \sum_{t=1}^{\infty} q_t \left[v^t - A\right]^2 .$$

Die Grösse M ist dem «mittleren Fehler» in der Gaussschen Fehlertheorie nachgebildet. Betrachtet man die Gesamtheit der Sterbenswahrscheinlichkeiten q_t als Verteilung, die den Verlusten $(v^t - A)$ zugeordnet sind, so ist M^2 die Varianz dieser Verteilung, die bei Anwendung des Äquivalenzprinzips den Mittelwert Null aufweist.

Das Risikoverhalten einer einzelnen Versicherung, über deren Schicksal sich nichts Bestimmtes zum voraus aussagen lässt, ist jedoch für den Versicherungsträger nur von geringem Interesse. Hier steht vielmehr das Risikoverhalten des ganzen Versicherungsbestandes im Vordergrund. Hiezu lässt sich folgendes sagen:

Analog wie für eine einzelne Versicherung eine Schadenverteilung q_t konstruiert werden kann, so lässt sich für den gesamten Versicherungsbestand eine Verteilung des Gesamtschadens aufbauen. Darnach wird jedem Gesamtschaden x eine bestimmte Wahrscheinlichkeit $f(x)$ zugeordnet, mit der dieser Gesamtschaden x zu erwarten ist. Diese Gesamtschadenverteilung entsteht im Falle der Unabhängigkeit der einzelnen Versicherungen untereinander durch Faltung aller Einzelverteilungen. Die Durchführung dieser Faltung ist allerdings praktisch kaum möglich. Hingegen lassen sich die Momente der Gesamtschadenverteilung aus den Einzelmomenten berechnen; z. B. ergeben sich Mittelwert und Varianz der Gesamtschadenverteilung durch Addition der Mittelwerte und Varianzen der Einzelverteilungen. Nach dem zentralen Grenzwertsatz der Wahrscheinlichkeitsrechnung strebt dann bei grosser Versichertenzahl die Gesamtschadenverteilung gegen die Normalverteilung mit dem Mittelwert Null und der Varianz

$$M^2 = \sum M_i^2,$$

wobei mit M_i das mittlere Risiko der i^{ten} Versicherung des Bestandes bezeichnet sei.

Diese Betrachtungsweise führt zur sogenannten individuellen Risikotheorie, individuell deshalb, weil man vom individuellen Risiko jeder einzelnen Versicherung ausgeht. Diese individuelle Risikotheorie erreichte ihren Höhepunkt etwa um die Zeit der letzten Jahrhundertwende herum und fand in der Theorie eine bescheidene, in der Praxis aber kaum eine Beachtung, wofür eine ganze Reihe von Gründen angeführt werden können. Stichwortartig seien erwähnt: Schwerfällige Anwendung, Zweifel über eine praktisch hinreichende Konvergenz zur Normalverteilung bei stark divergierenden Versicherungssummen, Nichtberücksichtigung des zeitlichen Verlaufs des Risikos usw. Gerade dieser letztere Punkt ist sehr wichtig; das mittlere Risiko wird nämlich für einen an einem bestimmten Stichtag gerade vorhandenen Bestand für die ganze künftige Laufzeit berechnet. Dieser Bestand verändert

sich jedoch durch Neuzugänge und Abgänge fortgesetzt und kann in der Folge nicht mehr gut ausgeschieden werden. Aber selbst wenn man es könnte, so würde das kaum interessieren, weil nur das Risikoverhalten des gesamten Bestandes von Bedeutung ist.

IV

Der Schwede *Filip Lundberg* suchte deshalb nach einer fruchtbareren Betrachtungsweise über den Risikoprozess im Rahmen des Versicherungswesens. Seine erste Veröffentlichung erschien bereits im Jahre 1903. Seine Ideen haben sich heute weitgehend durchgesetzt und führen zur sogenannten kollektiven Risikotheorie.

Ausgangspunkt der kollektiven Risikotheorie ist – wie es schon im Namen zum Ausdruck kommt – das Risikogeschehen in einem Risikokollektiv – also einem Versicherungsbestand, der durch Zugänge anwächst und durch Abgänge vermindert wird –, wobei die einzelne Versicherung ohne Bedeutung bleibt. Die Erfahrung zeigt, dass die Zusammensetzung von Versicherungsbeständen in der Regel sich nur langsam verändert; man kann daher der Einfachheit halber annehmen, die Zusammensetzung ändere sich gar nicht. Diese Annahme ist allerdings nicht notwendig, erleichtert jedoch die Darstellung.

Die kollektive Risikotheorie befasst sich nur mit dem Risikoteil des Versicherungsgeschäftes, lässt also den in der Versicherung gegebenenfalls eingeschlossenen Sparvorgang sowie die mit der Versicherung verbundenen Dienstleistungen und die zu ihrer Deckung bestimmten Prämienteile ausser acht. In einer bestimmten Zeitstrecke t, z.B. einem Kalenderjahr, wird in einem Versicherungsbestand eine bestimmte Risikoprämie P vereinnahmt; anderseits ist ein Gesamtschaden x aufgetreten, wobei für die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Gesamtschaden im Intervall $[x, x+dx]$ liegt, eine Wahrscheinlichkeit $f(x)\,dx$ besteht. Man kann nun anstelle der Zeitstrecke t auch von einer operationellen Zeit P sprechen, wobei diese Zeit durch die kontinuierlich beim Versicherungsträger eingegangene Risikoprämie P gemessen wird. Die Verteilung des Gesamtschadens x in der operationellen Zeit P ist zu kompliziert, als dass man sie direkt angeben könnte. Es ist notwendig, einfachere Rechenelemente einzuführen. Zu einer solchen Vereinfachung gelangt man, wenn man die Zeitstrecke P in m gleiche Teile aufteilt – diese können zeitlich verschieden lang sein – und m

schliesslich gegen ∞ streben lässt. Für hinreichend grosses m gelangt man so zum Risikoelement, in dem entweder nur ein oder gar kein Schadenfall auftreten kann. Für diese Alternative gelten im Grenzfall

$\frac{P}{m} \to dP$ die Wahrscheinlichkeiten

dP Wahrscheinlichkeit für einen Schadenfall,

$1 - dP$ Wahrscheinlichkeit für gar keinen Schadenfall.

Wenn im Schadenfall stets die mittlere Schadensumme 1 auszuzahlen ist, so ergibt sich nach dem Äquivalenzprinzip folgerichtig die Prämie

$$(dP)1 + (1-dP)o = dP.$$

Die Gesamtschadenverteilung für die ganze Periode P ergibt sich jetzt – wenn die aufeinanderfolgenden Risikoelemente als untereinander stochastisch unabhängig gelten – durch fortgesetzte Faltung. Auf diese Weise gelangt man schliesslich zur bekannten Poisson-Verteilung

$$f(x) = \frac{e^{-P} P^x}{x!}$$

im Fall einheitlicher Schadensummen 1. Die Verallgemeinerung auf uneinheitliche Schadensummen bereitet gewisse Schwierigkeiten; es ist dann als weiteres Rechenelement die Schadensummenstruktur des Versicherungsbestandes durch eine entsprechende Verteilung noch einzubeziehen.

In der kollektiven Risikotheorie sind somit lediglich die Prämieneinnahme P und die Schadensummenstruktur von Bedeutung. Alle Versicherungsbestände, welche in den beiden genannten Elementen übereinstimmen, ergeben die gleiche Verteilung des Gesamtschadens, auch wenn im übrigen noch so viele Unterschiede bestehen mögen. Nach *Lundbergs* kollektiver Risikotheorie sind z. B. zwei Bestände mit gleicher Summenstruktur, bei denen der eine 100000 Versicherte und eine mittlere Sterbenswahrscheinlichkeit von $1^0/_{00}$ aufweist, beim anderen aber 10000 Versicherte und eine mittlere Sterbenswahrschein-

lichkeit von 1% vorliegen, gleichwertig, weil in beiden Fällen die Totalprämie für 100 Schadenfälle gleich gross ist. Es ist das Charakteristikum der Lundbergschen Theorie, dass sie lediglich auf die kollektiven Durchschnittseigenschaften von Versicherungsbeständen abstellt und die einzelnen Versicherungen und auch ihre Anzahl ausser acht lässt.

Ein besonderer Vorteil der kollektiven Theorie ist es, dass sie im Gegensatz zur individuellen Betrachtungsweise den zeitlichen Verlauf des Risikos zur Darstellung bringt und damit Anschluss an die Beobachtungen über den zeitlichen Risikoverlauf und die aufeinanderfolgenden Rechnungsabschlüsse findet. Das ist ein gewichtiger Vorteil, da die Theorie damit stets mit der Wirklichkeit verglichen und gegebenenfalls durch geeignete Verallgemeinerungen wirklichkeitsnaher gestaltet werden kann.

Die Lundbergsche Theorie wurde im Anfang – d.h. zu Beginn des 20. Jahrhunderts – nur wenig beachtet, einmal weil die ersten Veröffentlichungen in schwedischer Sprache erfolgten, teilweise aber auch weil *Filip Lundberg* einem recht eigenartigen Darstellungsstil huldigte. In der Tat hat – wie Professor *Bühlmann* in seiner Antrittsvorlesung treffend bemerkte – *Filip Lundberg* die Theorie der stochastischen Prozesse auf das Versicherungswesen angewendet, ohne aber diese Theorie zu kennen. In der Folge hat der bekannte schwedische Mathematiker Professor Harald Cramér die Darstellung verbessert und vereinfacht und sie damit weiteren Kreisen zugänglich gemacht. Wegleitend sind hierbei vor allem seine Arbeiten von 1930 und 1955, die bei Anlass des 75- und 100-Jahr-Jubiläums der schwedischen Gesellschaft «Skandia» erschienen sind. Gerade in der letzteren Arbeit wird die kollektive Risikotheorie mit Hilfe der inzwischen entstandenen allgemeinen Theorie der stochastischen Prozesse begründet.

Insbesondere hat *Cramér* auch herausgearbeitet, dass die Theorie die Unabhängigkeit der Schadenfälle untereinander und gleichbleibende Schadenwahrscheinlichkeiten voraussetzt. Diese beiden Voraussetzungen treffen in der Wirklichkeit kaum je zu; in der Lebensversicherung kann man vielleicht in erster Näherung mit diesen Annahmen arbeiten. In der Sachversicherung ist dies jedoch im allgemeinen unzulässig.

Es bedeutet deshalb einen weiteren Fortschritt, dass die genannten Voraussetzungen durch allgemeinere und realistischere Annahmen

ersetzt werden konnten, was vor allem in einer grundlegenden Arbeit aus dem Jahre 1940 von *Ove Lundberg*, dem Sohn des Begründers der kollektiven Risikotheorie, *Filip Lundberg*, und auch in verschiedenen in den Jahren 1948 und später erschienen Arbeiten von *Ammeter* und weiteren Autoren geschehen ist. Es läuft dies z.B. darauf hinaus, dass man die Annahme, nach der im infinitesimalen Risikoelement nur ein oder gar kein Schadenfall auftreten kann, fallengelassen hat. Die Verallgemeinerung lässt auch mehr als einen Schadenfall im Risikoelement zu. Es kann gezeigt werden, dass dadurch nicht nur der damit gegebene Fall des Kumulrisikos, sondern indirekt auch die Fälle mit sogenannter Wahrscheinlichkeitsansteckung und mit sprunghaft veränderlichen Schadenwahrscheinlichkeiten erfasst werden können. Die verallgemeinerte kollektive Risikotheorie ist deshalb in der Lage, verschiedenartigen Risikoprozessen durch geeignete verallgemeinerte Modelle Rechnung zu tragen. Damit ist die Risikotheorie ein geschliffenes Instrument geworden, das die Lösung vieler Probleme gestattet, die in der Praxis bisher mit mehr gefühlsmässigen Schätzungen nur sehr unvollkommen behandelt worden sind.

V

Alle bisherigen Betrachtungen gingen ganz oder sehr überwiegend von der Lebensversicherung aus. Wenn man von der Versicherungsmathematik sprach, so wurde bis vor kurzem eigentlich nur die Mathematik der Lebensversicherung gemeint. In der Sachversicherung wurde demgegenüber lange Zeit nur mit Behelfsmethoden gearbeitet, die kaum Anspruch darauf erheben konnten, als mathematische Methoden anerkannt zu werden. Es ist deshalb wohl kaum ein Zufall, dass die Lebensversicherung dank ihres soliden theoretischen Unterbaus auf viel besseren und solideren Grundlagen steht als die Sachversicherung.

Immerhin wurden schon früh einige Versuche gemacht, mathematische Methoden auch in der Sachversicherung anzuwenden. Beispielsweise gibt es eine Arbeit aus dem Jahre 1834 über die Feuerversicherung. Praktisch ist jedoch die Sachversicherungsmathematik erst im 20. Jahrhundert entstanden, ja man kann sogar sagen, zum überwiegenden Teil erst in der zweiten Hälfte des 20. Jahrhunderts, und zwar im Zusammenhang mit dem Aufbau der modernen Risikotheorie auf kollektiver Grundlage.

Natürlich lässt sich auch in der Sachversicherung ein deterministisches Modell entwickeln, das für manche Problemstellungen ausreicht. Ein solches Modell wurde in der Zeit zwischen den beiden Weltkriegen u.a. vom Hamburger Professor *Riebesell* entwickelt und gipfelt in einem von ihm im Jahre 1936 erschienenen Lehrbuch. Dieses Gedankengut ist nicht zuletzt auch durch die Lehrbücher des schweizerischen Versicherungswissenschafters Professor *Max Gürtler* bekanntgeworden.

Während in der Lebensversicherung das deterministische Modell aus verschiedenen Gründen in der Regel praktisch befriedigt, ist die Lage in der Sachversicherung ganz anders. Einmal fehlt in der Sachversicherung im allgemeinen ein Sparprozess; ferner sind die Versicherungsdauern im allgemeinen wesentlich kürzer als diejenigen der Lebensversicherung, und schliesslich ist – und das ist entscheidend – der Risikoprozess in der Sachversicherung weit unstabiler als in der Lebensversicherung. Dies bringt es mit sich, dass die verallgemeinerten, modernen Modelle der kollektiven Risikotheorie in der Sachversicherung fruchtbare Anwendung finden, eine Entwicklung, die vor allem durch die Gründung der ASTIN im Jahre 1957, einer internationalen Organisation für das Studium der Sachversicherungsmathematik, gefördert wurde.

In dieser internationalen Organisation haben auch verschiedene Schweizer massgebend mitgewirkt, so vor allem Professor *Bühlmann, Kupper,* der leider allzu früh verstorbene *Marcel Derron* und der Verfasser selbst. Die beiden erstgenannten Herren haben auch eine schweizerische Arbeitsgruppe ASTIN ins Leben gerufen, die sowohl in theoretischer wie auch in praktischer Hinsicht bereits zu wertvollen Beiträgen zur Sachversicherungsmathematik gelangt ist.

Die ASTIN hat sich bis jetzt, neben der Pflege und dem Ausbau der Risikotheorie, vornehmlich mit den Problemen der Motorfahrzeugversicherung und der Feuerversicherung befasst, wobei es ihr gelungen ist, die wesentlichen Risikofaktoren herauszuarbeiten und vor allem für das Bonusproblem sinnvolle Lösungen zu entwickeln. Gerade das Bonusproblem kann ohne die modernen Methoden der Risikotheorie kaum fruchtbar behandelt werden.

Wer sich tiefer in diese modernen Probleme einarbeiten will, dem sei angelegentlich das neue Lehrbuch von Professor *Bühlmann* «Mathematical Methods in Risk Theory» empfohlen.

VI

Die Entwicklung der modernen Kollektivrisikotheorie zu einem leistungsfähigen Instrument hat vielleicht gerade noch rechtzeitig eine Höhe erreicht, die es erlaubt, fruchtbar bei der Lösung eines Problems mitzuwirken, das sowohl für die Assekuranz als auch für die moderne Volkswirtschaft von schicksalhafter Bedeutung geworden ist, nämlich das sogenannte Grossrisikoproblem.

Die moderne Technik hat zu immer grösseren Risiko-Objekten geführt; nicht nur können ganze Industriekombinate durch eine Feuersbrunst bedroht werden, es ist auch an die Naturkatastrophen zu erinnern, wie eine gerade in jüngster Vergangenheit in Pakistan eingetreten ist. Ein anschauliches Beispiel bilden auch die modernen Riesenflugzeuge. Ein Jumbo-Jet kann beim Absturz Schäden auslösen, die wohl in wenigen Jahren, wenn nicht schon jetzt, in Schweizer Franken die Milliardengrenze überschreiten werden.

Für die Deckung dieser Grossrisiken müssen neue Deckungsverfahren gefunden werden, da das klassische Verfahren die erforderliche Deckung nur schwer zusammenzubringen vermag.

Diese Grossschäden stehen in einem engen Zusammenhang mit den sogenannten Grösstschäden. Gemeint sind damit die allergrössten Schadenbeträge, welche bei einem Versicherungsträger in bestimmten Abrechnungsperioden, z.B. einem Jahr, auftreten. Es ist nun gerade in der allerjüngsten Vergangenheit gelungen, die Verteilungsgesetze der Grösstschäden auf risikotheoretischer Grundlage herzuleiten. Diese neuen Verteilungsgesetze erlauben es, das Grossrisikoproblem technisch zu erfassen und Lösungen dafür zu entwickeln. Es besteht so die Möglichkeit, geeignete Deckungsverfahren aufzubauen, die in Verbindung mit der weltweit zusammengelegten Deckungskapazität zu einer rationalen Lösung des Problems führen.

Es ginge leider zu weit, diese Gedankengänge hier noch weiter auszuführen. Immerhin sei festgestellt, dass wohl gerade diese Arbeiten in den nächsten Jahren im Vordergrund des Interesses stehen werden.

Abschliessend kann man sich zusammenfassend so äussern, dass in der Entwicklung der Versicherungsmathematik ein Trend festzustellen ist, der von deterministischen Annahmen zu stochastischen Modellen führt.

Dieser Trend hat dazu geführt, dass die Versicherungsmathematik nicht mehr auf die Lebensversicherung beschränkt ist, sondern sich auch auf die Sachversicherung immer mehr ausdehnt. Dabei darf man feststellen, dass das mathematische Rüstzeug für einen modernen Versicherungsmathematiker vor allem in der Sachversicherung weitergehen muss, als dies in der klassischen Lebensversicherung der Fall gewesen war. Hier liegt noch ein weites Feld, in dem sich die Versicherungsmathematik in den nächsten Jahrzehnten praktisch bewähren und weiterentwickeln kann.

Zusammenfassung

Die Versicherungsmathematik, die auf eine mehr als 200jährige Geschichte zurückblicken kann, entwickelte sich ursprünglich anhand deterministischer Modelle, die im wesentlichen auf die Lebensversicherung zugeschnitten waren. Der Übergang auf stochastische Modelle vollzog sich vorerst in Anlehnung an die Gausssche Fehlertheorie und führte zunächst zur individuellen Risikotheorie. Erst im 20. Jahrhundert wurde durch Lundberg und Cramér sowie weitere Autoren die kollektive Risikotheorie geschaffen. Das ursprüngliche Modell der kollektiven Risikotheorie stützte sich auf den homogenen stochastischen Prozess. In der Folge wurde dieses Modell weiter verallgemeinert, so dass heute Modelle für die verschiedenartigsten Risikoprozesse zur Verfügung stehen. Parallel mit dieser Entwicklung wurde die ursprünglich weitgehend auf die Lebensversicherung spezialisierte Versicherungsmathematik auch auf die Sachversicherung ausgedehnt, für die sowohl deterministische wie stochastische Modelle geschaffen wurden.

Summary

Actuarial science, which has a history of more than 200 years, developed originally on the basis of deterministic models. These models were essentially tailored for life insurance. The transition to stochastic models first developed in accordance with Gauss's theory of error and eventually led to individual risk theory. Only in the 20th century was collective risk theory created by Lundberg and Cramér as well as others. The initial model of collective risk theory was based on the homogeneous stochastic process. Subsequently, this model was further generalized so that today models for a great variety of risk processes are available. Parelleling this development, actuarial science, which was originally specialized for the most part in life insurance, has also been extended to property insurance for which deterministic as well as stochastic models have been created.

Résumé

La science actuarielle, dont l'histoire couvre plus de 200 ans, s'est primitivement développée sur la base de modèles déterministes qui – pour l'essentiel – calquaient l'assurance-vie. Le passage aux modèles stochastiques suivit primitivement l'exemple de la théorie des erreurs de Gauss et conduisit tout d'abord à la théorie individuelle du risque. Ce ne fut qu'au 20e siècle que Lundberg et Cramér, avec d'autres auteurs, fondèrent la théorie collective du risque. Un processus stochastique homogène était à la base du modèle initial. Par la suite, il a été généralisé de sorte qu'aujourd'hui on dispose de modèles pour les processus de risques les plus variés. Parallèlement à ce développement, la science actuarielle – au début fortement spécialisée en assurance-vie – s'est étendue à l'assurance de choses pour laquelle des modèles tant déterministes que stochastiques ont été créés.

Riassunto

La matematica assicurativa che può volgere uno sguardo retrospettivo su oltre 200 anni die storia, si sviluppò all'inizio in base a modelli determinati, essenzialmente foggiati sull'assicurazione sulla vita. Il passaggio su modelli stocastici si eseguì prima in appoggio alla teoria dell'errore di Gauss e portò in seguito alle teorie individuali di rischio. Solamente nel 20° secolo venne creata da Lundberg e Cramér, nonchè da altri autori la teoria collettiva di rischio. I modelli originali delle teorie collettive di rischio si appoggiavano al processo omogeno e stocastico. In seguito, questo modello venne ulteriormente generalizzato, cosicchè oggigiorno vi sono a disposizione modelli per i processi di rischio più variati. Parallelamente a questo sviluppo, la matematica assicurativa, specializzatasi all'inizio principalmente sull'assicurazione sulla vita, si estese anche all'assicurazione delle cose, per la quale vennero creati sia modelli deterministici che stocastici.