Zeitschrift: Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries

Herausgeber: Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker

Band: 77 (1977)

Artikel: Probabilité de ruine lorsque le paramètre de Poisson est ajusté a posteriori

Autor: Dubey, André

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-967014

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Probabilité de ruine lorsque le paramètre de Poisson est ajusté a posteriori

Par André Dubey, Zurich

Le concept de probabilité de ruine joue en tant que critère de stabilité un rôle important dans la théorie du risque. Dans le modèle classique, on considère un processus de risque dont la prime est de nature déterministe. Dans un article publié en 1972 [4], *Bühlmann* étudie la probabilité de ruine pour un processus dont la prime est ajustée en fonction du nombre des dommages occasionnés par un risque et est donc de nature stochastique. Le développement des idées contenues dans cet article allait aboutir à une thèse effectuée sous la direction de M. le professeur Dr H. Bühlmann. Le présent article est un résumé de cette thèse [9].

1. Définitions et hypothèses générales

1.1 Processus de risque

On considère un processus de risque de la forme:

$$u(t) = c \int_0^t \hat{\lambda}(s)\,\mathrm{d}s - \sum_{j=0}^{N(t)} Y_j, \quad t \geq 0.$$

$u(t)$ représente les réserves réalisées par l'assureur jusqu'au moment t pour un risque appartenant à un collectif hétérogène. Un tel risque peut être une police unique ou un portefeuille supposé homogène à l'intérieur d'un plus grand portefeuille hétérogène.

On fait les hypothèses suivantes:

a) $N(t)$, le nombre de sinistres, est un processus de Poisson de paramètre inconnu λ. Ce paramètre est une réalisation d'une variable aléatoire Λ, dont la fonction de distribution sur le collectif (fonction de structure) est notée $S(\lambda)$. On suppose que le deux premiers moments de Λ existent et on pose $a = E^2(\Lambda)/\mathrm{Var}(\Lambda)$ et $b = E(\Lambda)/\mathrm{Var}(\Lambda)$. Pour un risque choisi aléatoirement dans le portefeuille, $N(t)$ est donc un processus de Poisson pondéré. Si, par

exemple, on suppose que S est une distribution gamma, alors $N(t)$ a une distribution binomiale négative, modèle proposé à plusieurs reprises dans la littérature [1, 7, 8].

b) $Y_1, Y_2, \ldots$, les montants assurés des dommages, sont des variables aléatoires positives, indépendantes, de même distribution et indépendantes de Λ. On suppose de plus que le premier moment existe et que l'unité d'argent est choisie de telle sorte que $E(Y_j) = 1$. La fonction de distribution des Y_j est notée $F(y)$.

c) $\hat{\lambda}(t)$, l'intensité de prime, est une estimation individuelle de Λ, basée sur les informations $\{N(s), s \leq t\}$ données par le déroulement des sinistres.

d) $c = 1+\beta > 1$. β est une surtaxe de sécurité correspondant au «contengency loading». L'espérance et la variance d'un processus de Poisson étant égales, on peut supposer que la prime est calculée soit suivant le principe de l'espérance, soit suivant le principe de la variance [2]. Il s'agit de la prime nette, calculée sans tenir compte des frais d'exploitation de l'assureur.

1.2 Exposé du problème

Si on suppose que le paramètre de risque Λ est constant et égal à 1, on obtient le processus de risque classique, ou la prime est $c \cdot t$. On note $\Psi_0(w)$ la probabilité de ruine dans ce cas, c'est-à-dire la probabilité que le processus descende en dessous d'une réserve ω donnée au départ:

$$\Psi_0(w) = 1 - P\left[w + c\,t - \sum_{j=0}^{N(t)} Y_j \geq 0,\ \forall\ t\right].$$

Les résultats obtenus par la théorie sont multiples (p.ex. [6, 12]).

Dans ce travail, on se propose d'étudier la probabilité de ruine $\Psi(w)$ du processus défini en 1.1, pour les estimations suivantes:

a) $\hat{\lambda}(t) = E[\Lambda/N(t)]$, l'espérance conditionnelle de Λ. Cette estimation est «optimale» [3], mais elle nécessite, pour la calculer, des informations complètes sur la fonction de structure.

b) $\hat{\lambda}(t) = N(t)/t$, l'estimation purement individuelle, qui ne suppose aucune connaissance du collectif.

c) $\hat{\lambda}(t) = \dfrac{a+N(t)}{b+t}$, l'estimation de «credibility». C'est du point de vue pratique la plus intéressante. Elle consiste en une moyenne pondérée des informations obtenues du collectif $(E(\Lambda) = a/b)$ et des informations individuelles

$(N(t)/t)$. Le facteur de pondération est choisi de telle sorte que l'estimation soit optimale [2]. C'est en particulier l'estimation qui a servi de base théorique lors de l'élaboration du système Bonus/Malus du tarif responsabilité civile UDK suisse pour voitures.

2. Probabilité de ruine lorsque l'estimation est $E[\Lambda/N(t)]$

On note W_0, W_1, ... les temps d'arrêt correspondant aux sauts du processus de Poisson pondéré et $V(x)$ la transformée de Laplace de $dS(x)$:

$$W_0 = 0,\ W_n = \inf(t : N(t) \geq n),\ n \geq 1$$
$$V(x) = E(e^{-\Lambda x}) = \int e^{-\lambda x}\, \mathrm{dS}(x).$$

A l'aide des dérivées de V, on peut exprimer les distributions conditionnelles de Λ:

$$-\ \mathrm{dS}\left(\lambda/N(t) = n\right) = \frac{e^{-\lambda t}\dfrac{(\lambda t)^n}{n!}\,\mathrm{dS}(\lambda)}{\displaystyle\int e^{-\lambda t}\frac{(\lambda t)^n}{n!}\,\mathrm{dS}(\lambda)} = (-1)^n\,\frac{\lambda^n\, e^{-\lambda t}\,\mathrm{dS}(\lambda)}{V^{(n)}(t)}$$

$$-\ E\left(\Lambda/N(t) = n\right) = \int \lambda\,\mathrm{dS}\left(\lambda/N(t) = n\right) = -\frac{d}{\mathrm{dt}}\ln V^{(n)}(t).$$

L'événement «ruine» ne peut se produire qu'au moment d'un sinistre. Il suffit donc, pour déterminer $\Psi(w)$, d'étudier le processus $u(t)$ aux temps d'arrêt W_n. La prime encaissée entre deux sinistres est alors, en utilisant la formule calculée ci-dessus:

$$P_1 = \int_0^{W_1} E\left(\Lambda/N(t) = 0\right)\mathrm{dt} = \ln\left\{V(0)/V(W_1)\right\}$$

$$P_{n+1} = \int_{W_n}^{W_{n+1}} E\left(\Lambda/N(t) = n\right)\mathrm{dt} = \ln\left\{V^{(n)}(W_n)/V^{(n)}(W_{n+1})\right\}$$

On a donc:

$$\Psi(w) = 1 - P\left[w + \sum_{n=1}^{m}(cP_n - Y_n) \geq 0,\ m = 1, 2, \ldots\right]$$

Théorème 1

Si $P(\Lambda = 0) = 0$, les variables aléatoires P_n, $n \geq 1$, sont indépendantes et ont toutes une distribution exponentielle avec densité e^{-x}.

Démonstration

a) $\lim_{x \to \infty} V(x) = P(\Lambda = 0) = 0$. Le domaine des valeurs de toutes les fonctions positives $(-1)^n V^{(n)}(x)$ est donc un intervalle ouvert à gauche et commençant en 0. Comme d'autre part $(-1)^n V^{(n)}(x)$ est strictement positif, toutes les fonctions $(-1)^n V^{(n)}(x)$ sont strictement monotone décroissantes. Pour tout y positif et z entre 0 et 1, il existe donc un et un seul $x \leq y$:

$$(-1)^n V^{(n)}(x) = z(-1)^n V^{(n)}(y) \text{ ou } x = V^{(n)^{-1}}(zV^{(n)}(y)).$$

b) $P(P_{n+1} \geq x / W_n = y) = P\big((-1)^n V^{(n)}(W_{n+1}) \leq e^{-x}(-1)^n V^{(n)}(W_n) / W_n = y\big)$

$= P\big(W_{n+1} \geq V^{(n)^{-1}}(e^{-x}V^{(n)}(y)) / W_n = y\big)$ d'après a)

$$= \int P\big(W_{n+1} - W_n \geq V^{(n)^{-1}}(e^{-x}V^{(n)}(y)) - y / W_n = y, \Lambda = \lambda\big)\, \mathrm{dS}(\lambda / W_n = y)$$

$$= \int \exp\left\{-\lambda\left(V^{(n)^{-1}}(e^{-x}V^{(n)}(y)) - y\right)\right\} e^{-\lambda y} \lambda^n \,\mathrm{ds}(\lambda) \cdot \frac{1}{(-1)^n V^{(n)}(y)}$$

$$= \frac{V^{(n)}\left(V^{(n)^{-1}}(e^{-x}V^{(n)}(y))\right)}{V^{(n)}(y)} = e^{-x}.$$

Chaque sommant P_{n+1}, $n \geq 0$, a donc une distribution exponentielle et est de plus indépendant de W_n.

c) Démonstration de l'indépendance:

$$E\left[\exp\left(-\sum_{j=1}^{n} x_j P_j\right)\right] = E\left[E\left[\exp\left\{-\sum_{j=1}^{n} x_j P_j\right\} / W_0, \ldots, W_{n-1}\right]\right]$$

$$= E\left[\exp\left(-\sum_{j=1}^{n-1} x_j P_j\right) E\left[\exp\left(-x_n P_n\right) / W_{n-1}\right]\right] \text{(propriété de Markov)}$$

$$= (1 + x_n)^{-1} E\left[\exp\left\{-\sum_{j=1}^{n-1} x_j P_j\right\}\right] \text{d'après b).}$$

Un raisonnement par induction permet de terminer la démonstration (q.e.d.).

Dans le cas ou $P(\Lambda = 0) = 0$, la probabilité de ruine du processus est, comme dans le cas classique, égale à la probabilité de ruine d'un «Random Walk» dont la queue positive est distribuée exponentiellement. On a donc immédiatement:

$$\Psi(w) = \Psi_0(w).$$

Dans un article à paraître [14], *de Vylder* montre que cette égalité est vraie pour des processus de type plus général.
Remarque: L'hypothèse $P(\Lambda = 0) = 0$ est nécessaire. Si $P(\Lambda = 0) = p > 0$, on a p.ex.:

a) Si $Y_j \sim$ distribution exponentielle

$$\Psi_0(w) = \frac{1}{c}\exp\left(-\frac{c-1}{c}w\right) \qquad \Psi(w) = (1-p^{1+c})\,\Psi_0(w)$$

b) Si $Y_j = 1$ p.s.

$$\Psi_0(w) \sim \frac{c-1}{1+\mathrm{ck}-c}e^{-\mathrm{k}w} \qquad \Psi(w) \sim (1-p^{1+\mathrm{ck}})\,\Psi_0(w), w \to \infty$$

où k est la solution positive de $e^x = 1 + cx$.

3. Probabilité de ruine lorsque l'estimation est $N(t)/t$

Lorsque l'estimation de Λ est $N(t)/t$, la situation est en fait plus simple, car la probabilité de ruine est la même pour toutes les réalisations $\lambda \neq 0$ de Λ. Soient $u(t, \lambda)$ et $\Psi(w, \lambda)$ le processus de risque et la probabilité de ruine sous la condition $[\Lambda = \lambda]$. En utilisant l'homogénéité du processus de Poisson, on montre que $u(t, \lambda)$ est équivalent à $u(t\lambda, 1)$ et que $\Psi(w, \lambda)$ ne dépend pas de λ. En utilisant la même notation qu'au chapitre précédent, on obtient:

$$P_1 = 0; P_{n+1} = \int_{W_n}^{W_{n+1}} \frac{n}{t}\mathrm{d}t = n \ln \frac{W_{n+1}}{W_n}, n \geq 1.$$

$$\Psi(w) = \Psi(w, \lambda) = 1 - P\left\{w + \sum_{j=1}^{n} (\mathrm{cP}_j - Y_j) \geq 0, n \geq 1\right\}.$$

Théorème 2

Pour toute réalisation $\lambda \neq 0$ de Λ et donc également pour le processus pondéré, on a:

1. Les variables $P_n, n \geq 2$ sont indépendantes et distribuées exponentiellement avec densité e^{-x}.
2. $P_1, P_2, \ldots, P_n$ et W_n sont indépendantes pour tout n.

Démonstration

a) Sous la condition $[W_n = y]$, W_{n-1} a la même distribution que le plus grand de $n-1$ points distribués uniformément entre 0 et y. Donc

$$P(P_n \geq x / W_n = y) = P(W_{n-1} \leq e^{-x/n-1}\, y / W_n = y) = \left(\frac{1}{y} e^{-x/n-1}\, y\right)^{n-1} = e^{-x},$$

ce qui démontre que P_n et W_n sont indépendants et que les P_n ont une distribution exponentielle.

b) Le point (2) du théorème se démontre par induction. Soient B_j et D_j des ensembles de Borel.

– $n = 2$: P_2 et W_2 sont indépendants d'après a).

– n: $P(P_j \in B_j, j \leq n, W_n \in D_n)$

$$= \int_{y \in D_n} \int P(P_j \in B_j,\ j \leq n-1 / W_{n-1} = x,\ W_n = y)$$

$$\cdot\, P(P_n \in B_n / W_{n-1} = x,\ W_n = y)\, \mathrm{dP}(W_{n-1} = x,\ W_n = y)$$

Dans cette expression on a:

$P(P_j \in B_j,\ j \leq n-1 / W_{n-1} = x,\ W_n = y)$
$= P(P_j \in B_j,\ j \leq n-1 / W_{n-1} = x)$
(car les accroissements $W_n - W_{n-1}$ sont indépendants)
$= \prod_{j \leq n-1} P(P_j \in B_j)$
(hypothèse d'induction)

On obtient donc:

$$P(P_j \in B_j,\ j \leq n,\ W_n \in D_n) = \prod_{j \leq n-1} P(P_j \in B_j)\, P(P_n \in B_n,\ W_n \in D_n)$$

$$= \prod_{j \leq n} P(P_j \in B_j)\, P(W_n \in D_n) \qquad \text{(d'après a))} \qquad \text{(q.e.d.)}$$

Ce théorème montre que la probabilité de ruine du processus $u(t)$ est identique à la probabilité de ruine d'un «Random Walk» dont la queue positive est distribuée exponentiellement. La seule différence avec l'estimation précédente est que la première prime P_1 est nulle. On a donc:

$$\Psi(w, \lambda) = 1 - F(w) + \int_0^W \Psi_0(w-y)\, \mathrm{dF}(y) \qquad \text{pour } \lambda > 0$$

$$\Psi(w) = \left[1 - P(\Lambda = 0)\right] \left(1 - F(w) + \int_0^W \Psi_0(w-y)\, \mathrm{dF}(y)\right).$$

On peut en particulier, à l'aide des transformées de Laplace, donner le comportement asymptotique de Ψ:

$$\Psi_0(w) \sim (c-1)\left(-c-f'(-k)\right)^{-1} e^{-kw}, \quad w \to \infty$$
$$\Psi(w, \lambda) \sim (1+\mathrm{ck})\, \Psi_0(w), \lambda > 0, \quad w \to \infty$$
$$\Psi(w) \sim \left[1-P(\Lambda = 0)\right] \Psi(w, \lambda), \quad w \to \infty$$

ou $f(x) = \int e^{-xy}\, dF(y)$ et k est la solution positive de $f(-x) = 1+cx$.

Dans un article à paraitre [5], *Bühlmann* et *Gerber* montrent comment on peut démontrer les théorèmes 1 et 2 à l'aide d'une transformation stochastique du temps.

Remarque: Dans la suite de cet article, on se permettra d'esquisser seulement les démonstrations. On peut en trouver les détails dans [9].

4. Moments de la ruine lorsque $\hat{\lambda}(t) = N(t)/t$

La deuxième propriété du théorème 2 permet de donner le comportement asymptotique des moments de la ruine sous la condition que la ruine se produise. Soit $T = \inf\{t : w+u(t) < 0\}$ l'instant de la ruine. Comme W_n et $u(W_n)$ sont indépendants, $d\,P(T = W_n = t) = dP(W_n = t)\, P$ (ruine au n-ième sinistre). On peut alors ramener le problème des moments de T à un problème de «Random Walk» et en utilisant des résultats de *Siegmund* [13], on obtient:

Théorème 3

$$E(T/T < \infty) \sim E(\Lambda^{-1}) \cdot w/m \qquad (w \to \infty)$$
$$\mathrm{Var}\,(T/T < \infty) \sim \mathrm{Var}(\Lambda^{-1}) \cdot (w/m)^2 \qquad (w \to \infty)$$

avec $m = (1+\mathrm{ck})^{-1} \left[\int y e^{ky}\, \mathrm{dF}(y) - c\right]$

Remarque: Dans le cas du processus de risque classique, l'espérance et la variance de l'instant de la ruine sont toutes deux asymptotiquement linéaires en w [12].

5. Approximation de la probabilité de ruine lorsque $\hat{\lambda}(t)$ est l'estimation de «credibility»

Lorsque $\hat{\lambda}(t) = \dfrac{a+N(t)}{b+t}$, un cas particulier important est celui où la fonction de structure est une fonction gamma, c'est-à-dire où $N(t)$ est distribué suivant une loi binomiale négative. On a alors $\dfrac{a+N(t)}{b+t} = E\left[\Lambda/N(t)\right]$ et, d'après le théorème 1, $\Psi(w) = \Psi_0(w)$.

Dans le cas général, il semble très difficile de donner une expression exacte pour la probabilité de ruine. Dans son article [4], *Bühlmann* propose d'approximer, pour chaque réalisation λ de Λ, le processus $u(t, \lambda)$ par un processus à accroissements indépendants:

$$u^*(t, \lambda) = c(a-\lambda b)\ln\frac{b+t}{b} + \sum_{j=0}^{N(t)} (cV_j - Y_j)$$

où les V_j sont des variables aléatoires indépendantes, indépendantes des Y_j et de $N(t)$ et distribuées exponentiellement. L'argumentation repose sur le fait que:

a) $u^*(t, \lambda)$ et $u(t, \lambda)$ sont asymptotiquement équivalents pour $t \to \infty$;

b) $E[u^*(t, \lambda)] = E[u(t, \lambda)]$;

c) $\mathrm{Var}(u^*(t, \lambda)) \leq \mathrm{Var}(u(t, \lambda))$.

Pour calculer la probabilité de ruine $\Psi^*(w, \lambda)$ de ce nouveau processus, il est possible de développer une méthode numérique basée sur une technique due à *Gerber* [11]:

On pose pour $x > 0$:

$$v(t, \lambda) = \exp\left\{-x\,u^*(t, \lambda) - cx(\lambda b - a)\ln\frac{b+t}{b} + \lambda tx \cdot Z(x)\right\}$$

$$\text{avec } Z(x) = x^{-1}\left\{1 - E\left[\exp(x(Y_j - cV_j))\right]\right\} = x^{-1}\left\{1 - \frac{f(-x)}{1+cx}\right\}.$$

On peut alors montrer:

1. $v(t, \lambda)$, $t \geq 0$, est une martingale;
2. $\Psi^*(w, \lambda) \leq \min\limits_x \max\limits_t e^{-wx} \exp\left\{cx\,(\lambda b - a)\ln\dfrac{b+t}{b} - \lambda tx\,Z(x)\right\}$.

Exemple: On choisit $Y_j = 1$ p.s., $a = 1$, $b = 6.46$, $c = 1.1$, $a/b = E[\Lambda] = 0.155$ (pour a et b, on a choisi les valeurs obtenues par *Bichsel* [1]).
On a alors pour $w \geq 50$:

$\Psi_0(w) \leq e^{-0.188w}$

$\Psi^*(w, \lambda) \leq \quad e^{-0.188w}$ *si* $\lambda \leq 0.155$	$\Psi^*(w, \lambda) \leq 2.1\, e^{-0.187w}$ *si* $\lambda \leq 0.249$
$\Psi^*(w, \lambda) \leq 1.2\, e^{-0.187w}$ *si* $\lambda \leq 0.182$	$\Psi^*(w, \lambda) \leq 5.7\, e^{-0.187w}$ *si* $\lambda \leq 0.356$

6. Un modèle discret lorsque $\hat{\lambda}(t)$ est l'estimation de «credibility»

On suppose dans ce chapitre que la fonction de structure S est une fonction de distribution gamma. On sait alors que $\Psi(w) = \Psi_0(w)$. Dans le modèle considéré jusqu'à présent, on supposait que chaque dommage entrainait une correction immédiate de la prime. Dans ce chapitre, le paramètre de risque est ajusté suivant la formule de «credibility», mais une correction de cette estimation n'intervient qu'à des temps fixes nh, $n = 1, 2, \ldots$
Le processus de risque aux temps nh est alors

$$u_n = \sum_{j=1}^{n} (cZ_j - X_j),\ n \geq 1$$

$$\text{avec } Z_j = c \cdot \frac{a + N((j-1)h)}{b + (j-1)h} \cdot h \text{ et } X_j = \sum_{N((j-1)h)}^{N(jh)} Y_k.$$

Soit $\Psi_h(w)$ la probabilité de ruine de u_n, $n \geq 1$.

Théorème 6

Soit k_0 la solution positive de $f(-x) = 1 + \frac{b}{h}(1 - e^{-cxh/b})$ avec $f(x) = \int e^{-xy}\, dF(y)$.
On a alors: $\Psi_h(w) \leq e^{-k_0 w}$.
La démonstration s'effectue en montrant que le processus $v_n^0 = \exp(-k_0 u_n)$, $n \geq 1$, est une super-martingale et en utilisant les propriétés de celles-ci.

Exemple: Si $Y_j = 1$ p.s., $a = 1$, $b = 6.46$

$h = 0$	$h = ½$ année	$h = 1$ année
$\Psi_0(w) \leq e^{-0.188w}$	$\Psi_0(w) \leq e^{-0.173w}$	$\Psi_0(w) \leq e^{-0.161w}$

7. Probabilité de ruine d'un portefeuille composé d'un grand nombre de risques

On considère un portefeuille composé de M risques indépendants $\Lambda_1, \ldots, \Lambda_M$, distribués chacun suivant la fonction de structure S. Chaque risque est estimé individuellement suivant la méthode de «credibility».
Soit $\Psi_M(w)$ la probabilité de ruine du portefeuille.
On peut alors montrer que le processus de risque du portefeuille, après une contraction du temps, converge en probabilité vers le processus de risque classique et on obtient:

Théorème 7

$$\lim_{M \to \infty} \Psi_M(w) = \Psi_0(w).$$

Littérature

[1] *Bichsel, F.:* Erfahrungstarifierung in der Motorfahrzeughaftpflichtversicherung. MVSVM, Band 64, Heft 1, 1964.
[2] *Bühlmann, H.:* Mathematical Methods in Risk Theory. Springer, 1970.
[3] – Optimale Prämienstufensysteme. MVSVM, Band 64, Heft 2, 1964.
[4] – Ruinwahrscheinlichkeit bei erfahrungstarifiertem Portefeuille. MVSVM, Band 72, Heft 1, 1972.
[5] *Bühlmann, H.* and *Gerber, H.U.:* General Jump Process and Time Change – or How to Define Stochastic Operational Time. Forthcoming in Scand. Act. J.
[6] *Cramèr, H.:* Collective Risk Theory: a survey of the theory from the point of view of the theory of stochastic processes. Skand. Jubilee Vol., 1955.
[7] *Delaporte, P.:* Un problème de tarification de l'assurance accidents d'automobiles examiné par la statistique mathématique. CR XVIe Congrès Intern. Act. Bruxelles, *2*, 1960.
[8] *Dropkin, L.B.:* Some considerations on automobile rating systems utilizing individuel driving records. Proc. Casualty Act. Soc., *46*, 1959.
[9] *Dubey, A.:* Probabilité de ruine lorsque le paramètre de Poisson est ajusté a posteriori. Thèse ETH Zurich.
[10] *Feller, W.:* An Introduction to Probability Theory and its Applications (Volume 2). Wiley, 1971.
[11] *Gerber, H.U.:* Martingales in Risk Theory. MVSVM, 1972, Heft 2.
[12] *Seal, H.:* Stochastic Theory of a Risk Business. Wiley, 1969.
[13] *Siegmund, D.:* The time until ruin in collective risk theory. MVSVM, Band 75, Heft 2, 1975.
[14] *De Vylder, Fl.:* Martingales and Ruin in a Dynamical Risk Process. Forthcoming in Scand. Act. Journal.

André Dubey
Bruggstrasse 32
8942 Oberrieden

Zusammenfassung

Es wird in diesem Artikel ein Risiko-Prozess betrachtet, für welchen der Poisson-Parameter eine Zufallsvariabel ist. Die Ruinwahrscheinlichkeit eines solchen Prozesses wird untersucht, wenn die Prämie auf Grund der Erfahrung angepasst wird.

Résumé

On suppose que le paramètre de Poisson d'un processus de risque est une variable aléatoire. On étudie dans cet article la probabilité de ruine d'un tel processus lorsque la prime est ajustée en fonction du déroulement des sinistres.

Riassunto

L'autore esamina un processo di rischio nel quale anche il parametro di Poisson è considerato come una variabile aleatoria. Poi, la probabilità della rovina è calcolata nel caso di premi variabili.

Abstract

The author considers a risk process with a Poisson parameter which itself is a stochastic variable. The ruin probability is examined in cases where the premium is calculated according to an experience rating formula.