Kurzmitteilungen

Objekttyp: **Group**

Zeitschrift: **Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries**

Band (Jahr): **- (1980)**

Heft 3

PDF erstellt am: **26.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

D. Kurzmitteilungen

Näherungsformeln bei unterjähriger Zahlung

Unter diesem Titel publizierten wir in Band 79/2 (1979) der Mitteilungen der VSVM eine Arbeit von H. U. Gerber und D. A. Jones, welche zu einem Briefwechsel Anlass gegeben hat, den wir unseren Lesern nicht vorenthalten möchten.

1 Replication

Dear Editors,

The following formula is derived in the above mentioned paper by probability method:

$$\ddot{a}_x^{(m)} = \frac{d}{d^{(m)}} \frac{i}{i^{(m)}} \ddot{a}_x - \frac{i - i^{(m)}}{i^{(m)} d^{(m)}} \qquad (*)$$

Here is a simpler proof:

$$A_x = 1 - d\ddot{a}_x,$$

$$A_x^{(m)} = 1 - d^{(m)} \ddot{a}_x^{(m)}.$$

Assuming a uniform distribution of deaths throughout each year of age, we have

$$A_x^{(m)} = \frac{i}{i^{(m)}} A_x; \quad \text{hence (*) follows.}$$

We would also like to mention that a slight variant of (*) for the case $m = \infty$ appeared as question 5 in the 1936 Actuarial Society of America and America Institute of Actuaries Joint Associateship Part 6 Examination.

Yours sincerely,

Elias S. W. Shiu
Department of Actuarial Mathematics
University of Manitoba
Winnipeg (Canada)

2 Rejoindre

Dear Editors,

Donald Jones' and my comments to Mr. Shiu's communication are as follows:

(1) The proof suggested by Shiu appeared in our recent note in ARCH "The Uniform Distribution of Deaths Assumption and Probability Theory".

(2) In many texts for example in Jordan, annuities are treated before insurances. Therefore, a derivation that does not use insurances has a merit of its own.

Sincerely,

Hans U. Gerber
Department of Mathematics
University of Michigan
Ann Arbor (USA)

FRANZ G. LIEBMANN, Wien

Erfahrungs-Tarifierung in der Kraftfahrzeug-Haftpflichtversicherung in Österreich

Betrachtet wird ein Versicherungsbestand mit der jährlichen Schadenhäufigkeit q. Von diesem Gesamtbestand werden jene Teilbestände untersucht, deren Versicherungen t Jahre in Kraft waren und in diesen t Jahren genau n Schäden hatten. Gesucht ist dabei die zukünftige Schadenhäufigkeit $q(n,t)$ dieses Teilbestandes. Unter gewissen Voraussetzungen, die in der Arbeit von Bichsel [1] angegeben sind, ist die gesuchte Schadenhäufigkeit gegeben durch die Beziehung

$$q(n,t)=q\,\frac{1+\frac{b}{q}n}{1+bt}.$$

Der Parameter b hängt mit der Heterogenität des Bestandes zusammen: für heterogene Bestände ist b gross, für fast homogene Bestände ist b klein und für vollständig homogene Bestände ist b Null.
Die Parameter b und q wurden aufgrund einer Stichprobe bestimmt, welche rund 1% (=14.122) aller, in Österreich im Jahre 1975 bestehenden Kraftfahrzeug-Haftpflichtversicherungsverträge umfasst. (Die Stichprobe war Grundlage für ein «Gutachten über die Einführung eines neuen Prämiensystems» in der Kfz-Haftpflichtversicherung in Österreich, welches 1977 am Institut für Versicherungsmathematik der Technischen Universität Wien erstellt wurde.) Die Berechnung der beiden Parameter ergibt:

$$b=0.175$$
$$q=0.2236$$

Aufgrund dieser Parameter errechnet sich folgendes «theoretische» Prämiensystem:

Prämie in Prozent der Grundprämie nach t Jahren und n Schäden

gemäss der Beziehung $\Pi(n,t)=\dfrac{1+\frac{b}{q}n}{1+bt}\,100$

t	n				
	0	1	2	3	4
1	85%	151%	218%	285%	351%
2	74%	132%	190%	248%	305%
3	66%	117%	168%	219%	270%
4	59%	105%	151%	197%	243%
5	53%	95%	137%	178%	220%
6	49%	87%	125%	163%	201%

Zum Vergleich soll noch das Prämiensystem angegeben werden, welches anlässlich der Einführung der Bonus-Malus-Tarifierung der Kfz-Haftpflichtversicherung in Österreich im Jahre 1977 angewendet wurde:

Prämie in Prozent der Grundprämie nach t Jahren und n Schäden gemäss dem Bonus/Malus-System, eingeführt 1977 in Österreich

t	n				
	0	1	2	3	4
1	100%	140%	170%	200%	200%
2	80%	120%	170%	200%	200%
3	80%	120%	140% oder 170%	170% oder 200%	170% oder 200%
4	70%	100%	140%	170% oder 200%	170% oder 200%
5	70%	100%	120% oder 140%	140% 170% 200%	140% 170% 200%
6	60%	80%	120%	140% oder 170%	140% 170% 200%

Zum Teil ergeben sich mehrere Prozentsätze, je nachdem wie sich die n Schäden auf die t Jahre verteilen, und zwar aufgrund des nachfolgenden Schemas, bei dem wie in der Schweiz jedes schadenfreie Jahr eine Reduktion um eine und jeder Schaden eine Erhöhung um drei Stufen bewirkt.

Prämienstufe		Prozent der Tarifprämie
0		50
1		50
2		60
3		60
4		70
5		70
6		80
7		80
8		100
9	Grundstufe	100
10		120
11		120
12		140
13		140
14		170
15		170
16		200
17		200

Eine weitere Untersuchung der Stichprobe, insbesondere in Hinblick auf die Zusammenhänge der in dieser Arbeit angewendeten Formel mit der Credibility Theory, wäre eine sicherlich sehr lohnende Aufgabe. Hier sei nur noch auf die Arbeit von H. Bühlmann [2] hingewiesen.

Franz G. Liebmann
Bundesministerium für Finanzen
(Versicherungsaufsicht)
Himmelpfortgasse 4–8
1015 Wien

Literatur

[1] F. Bichsel: Erfahrungstarifierung in der Motorfahrzeug-Haftpflichtversicherung. Mitteilungen der VSVM, Bd. 64/1 (1964).
[2] H. Bühlmann: Optimale Prämienstufensysteme. Mitteilungen der VSVM, Bd. 64/2 (1964).

W. Ettl, Wien

Einfache Formeln für die Pensionsversicherung nach dem Umlagesystem

Steigende Lebenserwartung, insbesondere der Pensionisten, bereiten den Pensionsversicherungen nach dem Umlageverfahren Schwierigkeiten. Erfahrungsgemäss stossen Beitragserhöhungen durch höhere Umlageprämien ab einer gewissen Höhe auf massiven Widerstand der Mitglieder der Pensionskasse. Leistungssenkungen lassen die Attraktivität der Kasse jedoch sehr stark sinken.

Ein möglicher Weg wäre die Hinaufsetzung des Pensionsalters. Den engeren Zusammenhang zwischen Umlageprämie und Lebenserwartung hat W. Letsch in [1] gezeigt. Die Erhöhung der vollständigen mittleren Lebenserwartung der Neugeborenen e_0 zeigt sich beim x-jährigen in guter Näherung als Indexverschiebung. Es wird den x-jährigen die Lebenserwartung der $(x-\Delta)$-jährigen zugeordnet.

Legt man die Grundlagen (Schweizerische Sterbetafel) SM/SF 1968/73 [3] zugrunde, wobei für Männer $x_0=25$, $s=65$ und Frauen $s=62$ gelte, so ergibt sich für die Umlageprämie β (siehe [1])

$$\beta=0{,}2804 \text{ für Männer}$$
$$\beta=0{,}4811 \text{ für Frauen}$$

Legt man die von M. Frischknecht konstruierte «Theoretische Sterbetafel 2101» (siehe [2]) zugrunde, so ergeben sich

$$\beta=0{,}6176 \text{ für Männer}$$
$$\beta=0{,}9176 \text{ für Frauen}$$

Im folgenden sei die Verminderung der Prämie, die sich durch das Hinaufsetzen auf das Pensionsalter $s+\Delta$ ergibt, erläutert. Für praktische Zwecke genügt es, den Fall $\Delta=1$ zu berechnen, da ja weitere Rekursion möglich ist. Man erhält nach einfachen Umformungen:

$$\beta_{\Delta=1}=\frac{(e_s-1)\beta}{e_s+\beta}.$$

Zur Illustration werde das Pensionsalter im vorigen Beispiel um jeweils ein Jahr für Männer auf $s=66$ und für Frauen $s=63$ erhöht:

Beitragssätze	Männer		Frauen
$s=65$	0,2804	$s=62$	0,4811
$s=66$	0,2540	$s=63$	0,4439

Für die «Theoretische Sterbetafel 2101» (siehe [2]) muss man das Pensionsalter ca. um 6 Jahre für Männer und um 6 Jahre für Frauen hinaufsetzen, um die Beitragssätze annähernd konstant auf dem Niveau SM/SF 1968/73 zu halten.

Andererseits können ebenfalls Erwägungen einer Herabsetzung des Pensionsalters in Betracht gezogen werden. Dadurch entsteht eine Erhöhung der benötigten Umlageprämie. Wir setzen $\Delta=-1$ für die Berechnung der Herabsetzung um 1 Jahr, wobei weitere Fälle mittels Rekursion berechnet werden können.

Es ergibt sich leicht:

$$\beta_{\Delta=-1}=\frac{\beta e_{s-1}}{e_{s-1}-1-\beta}.$$

Als Beispiel sei wieder SM/SF 1968/73 betrachtet. Vorerst mit $s=64$ für Männer statt $s=65$ und $s=61$ für Frauen statt $s=62$ ergibt sich

	Männer		Frauen
$s=65$	0,2804	$s=62$	0,4811
$s=64$	0,3087	$s=61$	0,5205

Weiter sei nun neben einer Reduktion des Pensionsalters eine Erhöhung der Lebenserwartung um 1 Jahr angenommen, so ergibt sich

	Männer		Frauen
$s=65$	$1{,}068 \times 0{,}2804=0{,}2995$	$s=62$	$1{,}050 \times 0{,}4811=0{,}5125$
$s=64$	$1{,}1775 \times 0{,}2804=0{,}3302$	$s=61$	$1{,}1375 \times 0{,}4811=0{,}5473$

Für die Theoretische Sterbetafel 2101 ergibt sich gar

	Männer		Frauen
$s=65$	0,6176	$s=62$	0,9176
$s=64$	0,6583	$s=61$	0,9714

Es zeigt sich, dass Erhöhungen des Pensionsalters demographische Veränderungen sehr gut ausgleichen können. Es können aber auch sehr grosse finanzielle Probleme für eine Pensionskasse im Umlageverfahren auftreten, wenn eine Reduktion des Pensionsalters bei gleichzeitig steigender mittleren Lebenserwartung vorgenommen wird.
Als Vergleich geben wir die entsprechenden Daten der österr. Verhältnisse mittels ÖVM 70/72 [4]:

Männer		Frauen	
$s=65$	0,2385	$s=62$	0,4414
$s=64$	0,2636	$s=60$	0,5173
$s=60$	0,3831	$s=55$	0,7547
Erhöhung der Lebenserwartung um 1 Jahr			
$s=65$	0,2581	$s=62$	0,4647
$s=64$	0,2823	$s=60$	0,5422
$s=60$	0,4055	$s=55$	0,7846
Erhöhung des Pensionsalters um 1 Jahr bei unveränderter Lebenserwartung			
$s=66$	0,2152	$s=63$	0,4068
$s=65$	0,2385	$s=61$	0,4778
$s=61$	0,3501	$s=56$	0,7011
Erhöhung der Lebenserwartung um 1 Jahr und Erhöhung des Pensionsalters um 1 Jahr als Ausgleich			
$s=66$	0,2337	$s=63$	0,4292
$s=65$	0,2564	$s=61$	0,5021
$s=61$	0,3716	$s=56$	0,7295

Dr. Wolfgang Ettl
Univ. Ass. am Institut
für Versicherungsmathematik
der TU Wien,
Gusshausstrasse 27–29
1040 Wien

Literatur

[1] Letsch, W.: Umlageprämie und Lebenserwartung. Mitteilungen der VSVM, Bd. 79/2 (1979)
[2] Frischknecht, M.: Mittlere Lebenserwartung der Schweizer und Schweizerinnen nach Generationen-Sterbetafeln. Mitteilungen der VSVM, Bd. 72/2 (1972).
[3] Eidgenössisches Statistisches Amt: Schweizerische Sterbetafel 1968/73. Statistische Quellenwerke der Schweiz/Heft 559, 1975.
[4] Statistisches Handbuch für die Republik Österreich, Hrsg.: Österr. Stat. Zentralamt, XXV Jg., Neue Folge, 1974.