Leonhard Euler (1707-1783) : zum 200. Todestag am 18. September 1983

Autor(en): **Loeffel, Hans**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Mitteilungen / Vereinigung Schweizerischer Versicherungsmathematiker = Bulletin / Association des Actuaires Suisses = Bulletin / Association of Swiss Actuaries**

Band (Jahr): **- (1984)**

Heft 1

PDF erstellt am: **27.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-554989

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

B. Wissenschaftliche Mitteilungen

HANS LOEFFEL, St. Gallen

LEONHARD EULER (1707–1783)
Zum 200. Todestag am 18. September 1983

«Wenn dies auch der Wahrheit zu widerstreiten scheint,
so müssen wir doch der Rechnung mehr trauen als unserm Verstand»

I. **Biographie**

Leonhard Euler wurde am 15. April 1707 in der Epoche des Spätbarocks als Sohn des reformierten Pfarrers Paul Euler und der Margareta Brucker in Basel geboren. Der mathematisch interessierte Theologe hörte Vorlesungen beim berühmten Jakob Bernoulli I (1655–1705). Bereits mit 13 Jahren bezog Leonhard die Universität, wo er anfänglich Philosophie und Theologie studierte und mit 17 Jahren zum Magister der philosophischen Fakultät ernannt wurde. Zu jener Zeit wirkte in Basel der Princeps mathematicorum *Johann Bernoulli I* (1667–1748), nach Leibniz und Newton der erste Mathematiker in der Welt. Der junge Euler hatte das Privileg, bei diesem hervorragenden Mathematiker jeweils am Wochenende ein Privatissimum zu absolvieren.
1725 wurden Daniel und Nicolaus Bernoulli (2 Söhne von Johann) von der Kaiserin *Katharina I* an die unter Peter dem Grossen errichtete Akademie der Wissenschaften in St. Petersburg berufen. Nachdem sich Euler erfolglos um eine Professur in Basel beworben hatte (damals entschied das Los über die Wahl der vorgeschlagenen Kandidaten), folgte auch er 1727 einem Ruf nach Petersburg. Hier wirkte Euler vorerst als Adjunkt der mathematischen Klasse, danach als Professor der Physik und schliesslich wurde ihm 1733 die mathematische Professur mit allen Nebenämtern (Mitglied des geographischen Departements etc.) übertragen. Auf seiner Reise nach Petersburg stattete Euler auch dem berühmten Philosophen und Mathematiker *Christian Wolff* (1679–1754) einen Besuch ab, dessen Monadenlehre Leibniz'schen Ursprungs er später bekämpfen sollte.
1733 verheiratete sich Euler mit der gleichaltrigen *Katharina Gsell*, Tochter des aus St. Gallen stammenden *Georg Gsell*, Hofmaler Peter des Grossen. Der Ehe entsprangen 13 Kinder, wovon aber nur 5 am Leben blieben.

Petersburg war damals nicht nur Reichshauptstadt, sondern auch geistiges Zentrum der russischen *Aufklärung*.
Die erkenntnistheoretischen Auseinandersetzungen spielten sich im Spannungsfeld zwischen dem *Rationalismus* Leibniz-Wolff'scher Prägung und dem *Empirismus* Newton-Locke'scher Observanz ab. Euler, der eine Art Mittelstellung einnahm, hielt sich mehrheitlich aus den Streitigkeiten heraus; er war eher einer gewissen Form des Cartesianismus zugeneigt.
1736 erschien sein Hauptwerk der ersten Petersburger Periode, nämlich die zweibändige *Mechanik* („Mechanica sive motus scientia analyticae exposita"). Hier werden zum erstenmal die Probleme der Dynamik auf *analytische* Weise durch Reduktion auf *Differentialgleichungen* gelöst.
In der Folge verschlechterte sich das politische Klima im russischen Reich derart, dass Euler wohl klug gehandelt hatte, als er *1741* einem Ruf Friedrichs II – genannt der Grosse – folgte und nach *Berlin* zog. Hier galt es nach den ursprünglichen Intentionen von Leibniz und den Plänen des preussischen Königs eine Akademie aus dem Boden zu stampfen.
Präsident wurde einer der „40 Unsterblichen", der französische Physiker und Philosoph Pierre-Louis Moreau de *Maupertuis* (1698–1759), ein tüchtiger Organisator von weltmännischem Schliff, kurz «un homme plein d'esprit». Sein wissenschaftlicher Ruhm gründete sich vor allem auf eine spektakuläre Lapplandexpedition zwecks Abklärung der Frage nach der Abplattung der Erde.
Euler amtete in Berlin 20 Jahre als Direktor der mathematischen Klasse und in dieser Zeitspanne entstehen neben Hunderten von Abhandlungen (darunter solche für die Akademie in Petersburg) auch Monographien und *Lehrbücher* über *Analysis* (Funktionenlehre), *Differentialrechnung* sowie die *Variationsrechnung*.
Die Messungen am Nordpol gaben Newton recht und damit wurde Maupertuis zum gefeiertsten – sogar von Voltaire umschwärmten – Wissenschaftler seiner Zeit. Doch das Glück währte nicht lange. Nach wenigen Jahren geriet Maupertuis in die Auseinandersetzung um das sog. «*Prinzip der kleinsten Aktion*», das er nicht nur für sich beanspruchte, sondern sogar etwas voreilig als Gottesbeweis zu interpretieren suchte. Neben dem Schweizer *Samuel König*[1] schaltete sich auch der illustre Philosoph der Aufklärung *Voltaire* in die Angelegenheit ein. Euler, der unbegreiflicherweise Partei für Maupertuis ergriff, geriet ins Schussfeld von Voltaire, der im Artikel 19 eines fiktiven Friedensvertrages zwischen Maupertuis und König den «Generallieutnant L. Euler» das

[1] *Samuel König* (1712–1757): Schüler von Johann Bernoulli, später Professor in Holland

LEONH.P. EULER
NAT. BASILEÆ MDCCVII.
MORT. PETROP. MDCCLXXXIII.

offene Bekenntnis ablegen lässt, «dass er nie Philosophie gelernt hat, und es aufrichtig bereut, von Uns zu der Meinung verführt worden zu sein, man könne sie verstehen, ohne sie gelernt zu haben . .».

Nach dem Tode von Maupertuis im Jahre 1759 versuchte Friedrich II – ein grosser Bewunderer der französischen Kultur – den Mathematiker und Enzyklopädisten *d'Alembert* (1717–1783) als Präsidenten an die Berliner Akademie zu gewinnen. Trotz fürstlichen Angeboten lehnte d'Alembert schliesslich ab.

Obschon Euler de facto während einiger Zeit die Akademie leitete und enorm viel zu ihrem wissenschaftlichen Ruhm beitrug, stand er beim König nie in hohem Ansehen. Wenngleich der Monarch die Leistungen des Schweizers auf dem Gebiet der *Ballistik* und *Schiffstheorie* anerkennen musste, war er sich der Bedeutung der höheren Mathematik keineswegs bewusst.

Dieses Unverständnis und Fehlverhalten (auch in finanziellen Belangen) erleichterte Euler, dem «gros cyclope de géomètre», wie ihn Friedrich einmal abschätzig nannte, den Weggang von Berlin.

1766 nahm Euler einen Ruf der Kaiserin *Katharina II* nach *Petersburg* an, der mit grosszügigen finanziellen Bedingungen verbunden war. Auch in der zweiten Petersburger Periode entwickelte der unermüdliche Wissenschaftler eine fast unglaubliche Aktivität und dies, obschon Euler 1771 das Augenlicht fast vollständig verlor. Rund die Hälfte seines Werkes entstand in jener Epoche, u. a. die *Integralrechnung*, die bekannte *Vollständige Anleitung zur Algebra* [1] sowie sein philosophisches Vermächtnis, die «*Briefe an eine deutsche Prinzessin*».

Zu Beginn des Jahres 1783 ernannte Kaiserin Katharina II die Fürstin Daschkow zum neuen Direktor der Akademie. Sie empfand für den greisen Gelehrten grosse Hochachtung und Wertschätzung.

Am *18. September 1783* – kurz nachdem Euler mit einem seiner Enkel noch gescherzt hatte – traf ihn ein Schlaganfall, an dessen Folge er wenige Stunden danach starb.

Die Petersburger Akademie ehrte den grossen Gelehrten in ungewöhnlicher Weise.

Am 3. November 1783 fand die offizielle Trauerfeier statt im Beisein der Fürstin Daschkow und eines Erzbischofs. Der mit Euler verwandte, aus Basel gebürtige *Nikolaus Fuss* (1755–1826), hielt eine «Lobrede auf seinen unsterblichen Meister». Fuss war während der 10 letzten Lebensjahre von Euler sein engster Mitarbeiter.

Nach der Trauerfeier wurde im Sitzungssaal der Akademie eine Marmorbüste von Euler aufgestellt und auf der Grabplatte findet sich die schlichte Inschrift:

> «Hier ruhen die sterblichen Reste des in der ganzen Welt bekannten Leonhard Euler»

II. Das mathematisch-naturwissenschaftliche Werk im allgemeinen

Johann Bernoulli, der gleichermassen geniale wie streitsüchtige Basler Mathematiker – der keine Konkurrenten neben sich duldete – machte bei Euler eine bemerkenswerte Ausnahme; ja er nannte ihn mit den Jahren sogar «Fürst unter den Mathematikern». In der Tat hat Euler im Bereich der *reinen Mathematik* (mit Ausnahme der Problematik der Nicht-Euklidschen Geometrie) mit einer einmaligen Universalität *Pionierleistungen* vollbracht.
Die *Zahlentheorie*, die «Königin unter den mathematischen Wissenschaften» hat Euler – im wesentlichen auf *Fermat* (1601–1665) aufbauend – glänzend gefördert und in vielen Fällen die noch ausstehenden Beweise erbracht. Mit der Begründung des sog. *Kleinen Fermat'schen Satzes*

$$a^p - 1 \text{ ist durch } p \text{ teilbar für jede Primzahl } p, \text{ die } a \in \mathbb{N} \text{ nicht teilt}$$

hat Euler den Keim zur Entwicklung der *Gruppentheorie* gelegt. Die bis heute unbewiesene Behauptung, der sog. *Grosse Fermat'sche Satz*

$$x^n + y^n = z^n \text{ ist für } n \geqq 3 \text{ in natürlichen Zahlen } x, y, z \text{ nicht lösbar}$$

hat Euler für $n = 3$ und $n = 4$ bestätigt.
Eine weitere Vermutung von Fermat, wonach jede Zahl von der Form $2^{(2^n)} + 1$ Primzahl sei, hat Euler mit dem Gegenbeispiel $n = 5$ widerlegt, denn

$$2^{(2^5)} + 1 = 4 \cdot 294 \cdot 967 \cdot 297 \text{ ist durch 641 teilbar.}$$

An diesem Beispiel offenbart sich die fantastische Rechenfertigkeit von Euler. Die Theorie der *unendlichen Reihen* ist der Schlüssel zur höheren Analysis; das hat Newton (1642–1727) als erster erkannt und Jakob Bernoulli weiter entwickelt. Obschon im 18. Jahrhundert ein Konvergenzbegriff fehlte, hat Euler das Instrumentarium der unendlichen Reihen mit geradezu traumwandlerischer Sicherheit gehandhabt. Von besonderer Berühmtheit ist das sog. *Baslerproblem*, an dem sich die Brüder Jakob und Johann Bernoulli schwertaten. Es geht um die

Summation der Reihe

$$S_2 = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \ldots + \frac{1}{n^2} + \ldots .$$

Die Existenz von S_2 ist leicht nachzuweisen, nicht aber der exakte Summenwert. Dies gelingt Euler 1735 überraschend, indem er für $\frac{1}{2}(e^x - e^{-x})$ die Potenzreihenentwicklung mit dem unendlichen Produkt koeffizientenweise vergleicht und $S_2 = \frac{\pi^2}{6}$ erhält. Diese Ableitung findet sich im ersten bedeutenden Lehrbuch der Analysis, der 1748 in Lausanne erschienenen *Introductio in Analysin infinitorum*, (I. Teil, [2]).
Die Introductio steht am Beginn einer grossen Trilogie *Introductio*, *Differentialrechnung* (1755) und *Integralrechnung* (1768–1770). Wissenschaftstheoretisch bedeutsam ist die konsequente Entwicklung und Anwendung des *analytischen Funktionsbegriffes* und die kühne Erweiterung ins *Komplexe*. Als eine der merkwürdigsten Gleichungen der Mathematik hat Felix Klein die von Euler bewiesene *Relation*

$$e^{ix} = \cos x + i \sin x, \qquad i = \sqrt{-1}$$

genannt. Für $x = \pi$ geht sie über in

$e^{i\pi} + 1 = 0$ und vereinigt die wichtigsten Konstanten der Mathematik.

Der unbeschwerte Umgang Eulers mit dem Unendlich Grossen und dem Unendlich Kleinen ist vom modernen Standpunkt aus bedenklich. Beispielsweise schreibt Euler die Zahl e als

$$e = \left(1 + \frac{1}{\Omega}\right)^{\Omega} \text{ mit } \Omega = \text{«Unendlich grosse Zahl»}.$$

Untersuchungen in jüngster Zeit, besonders von *Laugwitz*, haben die Vorwürfe an Euler im Rahmen der sog. *Nonstandard Analysis* entkräftet [3].
Der Stil Eulers in der Introductio – gekennzeichnet durch äusserste Klarheit und wohltuende Ausführlichkeit – wird auch im Kapitel über die *Zerlegung der Zahlen* (De Partitione numerorum) augenfällig. Hier löst Euler geradezu virtuos anspruchsvolle Probleme der *additiven Zahlentheorie* mit zugeordneten *erzeugenden Funktionen* oder *formalen Potenzreihen*.

Beispiel:
Auf wieviele Arten kann man die natürliche Zahl n als Summe von verschiedenen Zahlen darstellen?
Die gesuchte Anzahl B_n ergibt sich als Koeffizient von x^n in einer Potenzreihe, die aus einem geeigneten unendlichen Produkt resultiert.

$$(1+x)\,(1+x^2)\,(1+x^3)\ldots=1+x+x^2+2x^3+\ldots+6x^8+\ldots+B_n.x^n+\ldots$$
$$B_8=6,\ \text{denn}\ 8=8=7+1=6+2=5+3=5+2+1=4+3+1$$

Den von Leibniz (neben Newton) erfundenen und von den Brüdern Bernoulli adaptierten *Infinitesimalkalkül* hat Euler konsolidierend und wegweisend zugleich mit zahlreichen Begriffen und Sätzen bereichert. Stellvertretend seien genannt die *«Methode der Variation der Konstanten»* (bei der Lösung von Differentialgleichungen) sowie die Eulersche *Gammafunktion*

$$\Gamma(z)=\int_0^\infty e^{-t}t^{z-1}dt,$$

welche in der modernen mathematischen Statistik eine Rolle spielt.
In der *Geometrie* hat Euler vorwiegend mit *algebraischen und analytischen Methoden* gearbeitet. Seine Abhandlungen zur *Flächentheorie* und den Raumkurven waren richtungsweisend für die später einsetzende Entwicklung der *Differentialgeometrie*.
Die populärste geometrische Entdeckung ist der nach Euler benannte *Polyedersatz*, wonach in jedem konvexen Polyeder

$$E+F=K+2\ \text{gilt.}$$

E = Anzahl Ecken, F = Anzahl Flächen, K = Anzahl Kanten.
Diesen bemerkenswerten Satz der nichtmetrischen Geometrie (in modifizierter Form schon Descartes bekannt), teilte Euler 1750 seinem Freund und mathematischen Briefpartner *Christian Goldbach* (1690–1764) mit, dem weitgereisten Universalgelehrten und nachmaligen Sekretär der Petersburger Akademie.
Mit dem Polyedersatz strukturell verwandt ist das *«Königsberger Brückenproblem»*. Es geht um die Frage, ob die Stadt Königsberg (heute Kaliningrad) über die damals sieben Brücken durchwandert werden könne, wobei jede Brücke genau einmal überquert wird. (Siehe Fig. 1)
Die lateinisch verfasste Arbeit findet sich in [4] S. 1 und wurde von A. Speiser ins Deutsche übertragen [5]. Sie trägt den bezeichnenden Titel «Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis». In der Tat führt die Problemstellung in die bereits von Leibniz angeregte *«Analysis situs»* oder «Geometrie der Lage», die

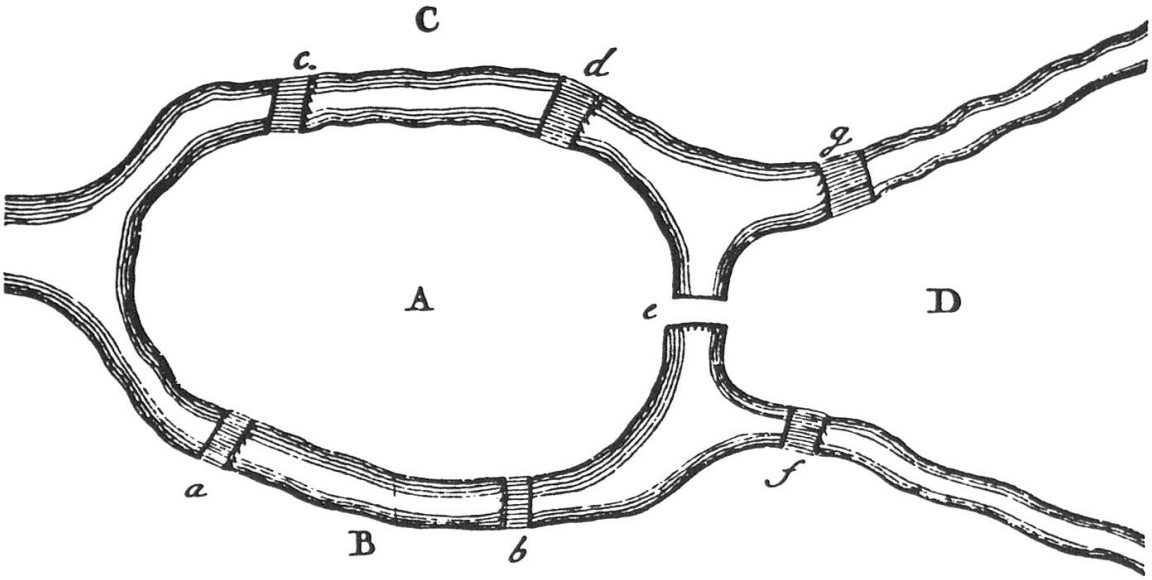

Fig. 1.

sich heute zur *Topologie*, einer fundamentalen mathematischen Disziplin entwickelt hat.

1696 hat Johann Bernoulli die Frage nach der «Kurve kürzester Fallzeit» oder *«Brachystochrone»* öffentlich zur Diskussion gestellt. Dieses konkrete physikalische Problem hat Euler, wie so oft, *verallgemeinernd* zu einer neuen Methode, der sog. *Variationsrechnung*, entwickelt. Gesucht ist eine Funktion, die ein von ihr abhängiges bestimmtes Integral (Funktional) extremal macht. Die Variationsrechnung führt uns in die *Naturwissenschaften, die im 18. Jahrhundert mit der Mathematik wesenhaft verbunden waren.* Eine Unterscheidung zwischen reiner und angewandter oder zwischen dialektischer und algorithmischer Mathematik kannte man noch nicht. Die eigentliche Genialität des Mathematikers Euler offenbart sich darin, dass er auch in der *Mechanik* und *Optik*, im *Schiffsbau* und der *Navigation*, im *Bauingenieurwesen* und im *Turbinenbau*, in der *Kartographie*, *Astronomie* und *Musiktheorie* Pionierleistungen vollbracht hat.

In Eulers Werk fehlen aber auch *elementare Lehrbücher*, *populärwissenschaftliche Veröffentlichungen* sowie Beiträge zur *Unterhaltungsmathematik* (Schach) nicht, die alle von einem ausgeprägten *didaktisch-pädagogischen Geschick* Zeugnis ablegen.

1738 erscheint die *Einleitung zur Rechenkunst* [6], die Euler im Auftrag der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften geschrieben hat und in dem der grosse Meister u.a. auf fast 150 Seiten minituös die kaufmännische Arithmetik der Sortenumwandlung vorführt.

Ein beispielloser Erfolg wurden die *Briefe an eine deutsche Prinzessin* (Markgräfin Charlotte von Brandenburg) mit dem genauen Titel: «Lettres à une princesse d'Allemagne sur divers sujets de physique et de philosophie» [7]. Diese Briefe sind Eulers philosophisches Vermächtnis und bildeten lange Zeit die meistverbreitete Synopsis populärer naturwissenschaftlicher und philosophischer Bildung. Die erhebliche Bedeutung von Eulers philosophischen Schriften für die Vorgeschichte des Kantischen Kritizismus wurde erst in neuerer Zeit erkannt. ([8], S. 447 u. ff.)
Das wissenschaftliche Erbe, das uns Euler hinterlassen hat, ist fast unübersehbar und erst relativ spät, nämlich im Jahre 1909 beschloss die *Schweizerische Naturforschende Gesellschaft* im Schosse der *Euler-Kommission* die Herausgabe des Gesamtwerkes in der Originalsprache ([8], S. 489 u. ff.).
Die *Opera Omnia* (in 4 Serien eingeteilt) umfasst bis heute über 70 Quartbände. Gegenwärtig werden in der Series Quarta mit Unterstützung der russischen Akademie der Wissenschaften der umfangreiche Briefwechsel und die Manuskripte bearbeitet.

III. Eulers Beiträge zur Stochastik und Versicherung

Gegen die Mitte seines Lebens hat Euler einen Teil seiner weitgespannten Aktivität der *Kombinatorik* und *Wahrscheinlichkeitsrechnung*, der *Statistik* und *Fehlerrechnung* sowie der *Demographie* und der *Versicherungsmathematik* gewidmet. Die diesbezüglichen Abhandlungen wurden von Louis Gustave Du Pasquier redigiert und in der Opera Omnia herausgegeben [4]. Ueber die Verdienste Eulers im Versicherungswesen speziell berichtete Du Pasquier 1910 im 5. Heft der Mitteilungen unserer Vereinigung [9].
Schon 1750 behandelte Euler die sog. *Lotterie génoise* in zwei Briefen, die er an Friedrich II gerichtet hatte. Drei Jahre später erschien die Abhandlung *«Calcul de probabilité dans le jeu de rencontre»*, auch als *Problem der vertauschten Briefe* bekannt. Zwei Personen A und B halten je n Karten in der Hand und ziehen nacheinander gleichzeitig eine Karte, bis dieselbe Karte erscheint; dann hat A gewonnen, andernfalls B.
Für die Wahrscheinlichkeit p_n, dass A gewinnt findet Euler

$$p_n = 1 - \frac{1}{2!} + \frac{1}{3!} - \frac{1}{4!} + \ldots + (-1)^{n+1} \cdot \frac{1}{n!} \tag{1}$$

und daraus $\lim_{n \to \infty} p_n = 1 - \frac{1}{e} = 0{,}632120558\ldots$ ein paradox anmutendes Resultat.
Neben Fragen der *Fehlerrechnung* und des *«gerechten Spiels»*, dem sog. *Petersburger Paradoxon*[2] – beide Themenbereiche von Daniel Bernoulli angeregt – hat sich Euler auch mit grundsätzlichen und praktischen Problemen der *Versicherung* und der *Demographie* auseinandergesetzt.
Etwa um die Mitte des 18. Jahrhunderts entstanden – vorab in England – die ersten auf solider Grundlage abgestützten Lebensversicherungsgesellschaften. Bereits im 17. Jahrhundert fanden lotterieartige Erlebensrentenversicherungen, die sog. *Tontinen* Verwendung, mit deren Hilfe der Staat Anleihen aufnehmen konnte. Diese, auf technisch schwachen Füssen stehenden Versicherungseinrichtungen, wurden nach dem italienischen Arzt Lorenzo *Tonti* benannt, der sie Kardinal Mazarin (Minister unter Ludwig XIV) zur Einführung empfahl.
Euler hat neben konkreten Gutachten mit insgesamt *vier Abhandlungen* die theoretischen und statistischen *Grundlagen der Lebensversicherungsmathematik* klar und allgemein verständlich dargelegt.
Die erste Arbeit trägt den Titel *«Recherches générales sur la mortalité et la multiplication du genre humain»* (Allgemeine Untersuchungen über die Sterblichkeit und die Vermehrung des Menschengeschlechts). [4], S. 79 u. ff.
In einem I. Teil führt Euler die Überlebensordnung

$$N,\ (1)\ N,\ (2)\ N,\ \ldots\ (t)\ N \text{ ein,}$$

wobei N die Anzahl der Neugeborenen und $(t) = {}_tp_0$ die *t-jährige Überlebenswahrscheinlichkeit* eines Neugeborenen bedeutet. Nach der Berechnung geläufiger Rentenbarwerte formuliert Euler seine *Hypothesen* für das *Bevölkerungswachstum:*

i) abgeschlossene Gesamtheit
ii) Invarianz des Sterblichkeitsgesetzes
iii) direkte Proportionalität zwischen Gesamtzahl der Lebenden und der Geburten während eines Jahres.

Aus diesen Hypothesen folgt, dass sich die jährliche Geburtenzahl N nach einer *geometrischen Progression* mit dem Quotienten n (sog. *Vermehrungsfaktor*) verändert. Mit M, der Gesamtzahl aller Lebenden und $\frac{M}{N}$, dem sog. *Fruchtbar-*

[2] *Daniel Bernoulli* (1700–1782): Specimen theoriae novae de mensura sortis (l'espérance morale), Comment. acad. sc. Petrop. 5 (1730/31), 1738

keitskoeffizienten (fécondité), findet Euler die Beziehung

$$\frac{M}{N}=1+\frac{(1)}{n}+\frac{(2)}{n^2}+\frac{(3)}{n^3}+\ldots \tag{2}$$

woraus sich die Überlebensordnung (1), (2), (3), ... rekursiv bestimmen lässt, bei Kenntnis von M und N sowie der nach Alter geordneten Sterbefälle im Laufe des Jahres.

Zur Hypothese des *geometrischen Wachstums* hat sich Euler mehrfach geäussert. Indirekt schon in seiner *Introductio* von 1748, wo man im Kapitel über die Exponentialfunktion einen für die allgemeine Geisteshaltung Eulers bezeichnenden Passus findet: *«Aus diesem Grunde erscheinen die Einwände der Ungläubigen, welche die Möglichkeit verneinen, dass die ganze Erde in so kurzer Zeit aus einem einzigen Paar bevölkert werden konnte, als lächerlich»* ([2], S. 116).

Johann Peter *Süssmilch* (1707–1767), ein mit Euler geistesverwandter und befreundeter Pfarrer bringt im 8. Kapitel seines Werkes «Die göttliche Ordnung in den Veränderungen des menschlichen Geschlechts» ([4], S. 507 u. ff.) einen mathematisch interessanten Beitrag zur *Demographie*, der fast sicher aus der Feder von Euler stammt.

Ausgehend von einfachen aber glaubwürdigen *Annahmen* betr. Heirat, Geburt, Anzahl der Kinder und Tod resultiert für die Geburtenzahl n_t in der Periode t die lineare Differenzgleichung

$$n_t=n_{t-13}+n_{t-12}+n_{t-11} \tag{3}$$

Euler vermerkt dazu: «So unordentlich diese Progressionen n_t auch anfänglich erscheinen, so werden sie doch endlich, wenn sie stets fortgesetzt werden, in eine *geometrische* Progression verwandelt» ([4], S. 532).

In der Tat lässt sich diese Behauptung beweisen, wie Gumbel in [10] im Jahre 1916 gezeigt hat. Der rekursiven Beziehung (3) wird die *erzeugende Funktion* $\varphi(x)$ zugeordnet

$$\varphi(x)=\frac{2}{1-x^{11}-x^{12}-x^{13}}=\sum n_t\cdot x^t. \tag{4}$$

Dass $\lim\limits_{t\to\infty}\frac{n_{t+1}}{n_t}=\text{konst.}$, lässt sich mittels eines Theorems nachweisen, das schon Euler bekannt war ([2], S. 339).

Das *Hauptwerk* im engern Gebiet der Versicherung ist die dritte, im Jahre 1776 entstandene Abhandlung: «Eclaircissemens sur les etablissemens publics en faveur tant des veuves que des morts, avec la description d'une nouvelle espèce de Tontine aussi favorable au public qu'utile à l'Etat».

In einem ersten Teil wird mit gewohnter Klarheit dargelegt, wie man unter *Anwendung des fundamentalen Äquivalenzprinzips* Witwenrenten mit alternativen Prämienleistungen finanziert, damit, so Euler wörtlich:

> «Auf diese Weise das Versicherungsinstitut mit den Regeln der strengsten Gerechtigkeit in vollkommenem Einklang steht, so dass niemand, welchem Stand und welcher Klasse er auch immer angehöre, einen berechtigten Grund haben wird, sich zu beklagen».

Das Schlusskapitel des Hauptwerkes ist den bereits angesprochenen *«königlichen Tontinen»* gewidmet, deren Nachteile er aufdeckt und Vorschläge zu ihrer Sanierung unterbreitet.

Die vierte einschlägige Arbeit ist lateinisch verfasst und behandelt eine allgemeine Form von *Rentenversicherung auf zwei Leben.*

Eulers Aktivität auf dem Gebiet der Versicherungsmathematik ist wissenschaftshistorisch bedeutsam. Er hat die zeitgenössischen Versicherungsunternehmen (soweit sie diesen Namen verdienten) nicht nur einer begründeten Kritik unterzogen, sondern gleichzeitig *Methoden* und *Modelle* entwickelt, die sich auf solide *mathematisch-statistische Grundlagen* abstützen.

Du Pasquier meint in diesem Zusammenhang:

> «Euler a traité ces objets à l'aide d'une méthode nouvelle aussi féconde qu'originale et qui révèle toute sa puissance» ([4], S. LIII).

IV. **Epilog**

Eulers umfassende Persönlichkeit, grenzüberschreitend mit einem J. S. Bach zu vergleichen, wäre nur unvollständig charakterisiert, würde man sein *philosophisch-theologisches Bekenntnis* nicht einbeziehen. Als Pfarrerssohn mit theologischer Vorbildung, der Offenbarung und dem Evangelium verpflichtet, blieb Euler sein Leben lang ein gläubiger Christ.

Seine Angriffe gegen die Monadologie Wolff'scher Prägung – welche selbst die moralischen Entscheidungen der Ratio zu unterwerfen drohte – sind als *Apologie des Christentums* einzustufen.

Ein eindrückliches Dokument ist die 1747 verfasste Schrift über die «Rettung der Göttlichen Offenbarung gegen die Einwürfe der Freygeister» ([7], Band XII, S. 268 u. ff.).

In Abschnitt III steht zu lesen:

> «Die grösste Vollkommenheit des Verstandes besteht also in einer vollkommenen *Erkenntnis Gottes und seiner Wercke*».

Diese Worte, die wir sinngemäss auch bei *Johannes Kepler* (1571–1630) finden, sind Ausdruck eines unerschütterlichen Gottesglaubens, der sich *harmonisch* in den wissenschaftlichen Erkenntnisbereich einfügt. Nur so kann man es auch verstehen, dass Euler jene nicht begreifen kann, welche die *«Gewissheit der Geometrie»* in Zweifel ziehen ([7], Band XII, S. 281).

Doch zum Schluss kehren wir wieder zur *Wissenschaft* zurück, die in Eulers Leben eine so dominierende Stellung einnahm.

Euler beherrschte die *«ars inveniendi»* auf meisterhafte Art, wie auch aus der *Lobrede von Nikolaus Fuss* (eines engen Mitarbeiters von Euler in seinen letzten Petersburger Jahren) hervorgeht ([1], S. XL III u. ff.).

Urteile von Verwandten (Fuss war mit einer Enkelin Eulers verheiratet) können leicht Zweifel an genügender Objektivität erwecken. Wenden wir uns deshalb einem unverdächtigen *Zeitgenossen* zu, dem Marquis *de Condorcet* (1743–1794), Mathematiker, Philosoph, Politiker, Enzyklopädist und Begründer der sog. «mathématique sociale».

In seiner Lobrede auf Euler (*Eloge de M. Euler*, ([7], Bd. XII S. 287 u. ff.)) findet man folgenden Passus:

> «Mais un caractère particulier m'a semblé le distinguer des hommes illustres ..., c'est d'avoir embrassé les Sciences Mathématiques dans leur universalité, ... il était pour ansi dire un phénomène dont l'histoire des Sciences ne nous avait encore offert aucun exemple».

«Lisez Euler, c'est notre maître à tous» pflegte der bedeutende französische Mathematiker *Laplace* (1749–1827) jeweils zu sagen und der Deutsche C. F. *Gauss* (1777 – 1855), «Fürst der Mathematiker» genannt, meinte:

> «Das Studium der Werke Eulers bleibt die beste Schule in den verschiedenen Gebieten der Mathematik».

Der ebenso universale Mathematiker und Naturforscher wie tiefgründige Philosoph Leonhard Euler hat nicht nur das Jahrhundert der Aufklärung, sondern auch unsere gegenwärtige technisch orientierte und mit sozialen Errungenschaften ausgestattete Zivilisation massgebend mitgeprägt.

Prof. Dr. Hans Loeffel
Dufourstrasse 45
9000 St. Gallen

Literatur

EO = Opera Omnia von Euler

[1] EO Series Prima, Band I, Vollständige Anleitung zur Algebra

[2] EO Series Prima, Band VIII, Introductio in analysin infinitorum

[3] *D. Laugwitz:* Unendlich Grosses und Unendlich Kleines bei Leonhard Euler, Reprint No. 407, Techn. Hochschule Darmstadt 1978

[4] EO Series Prima, Band VII, Commentationes algebraicae ad theoriam combinationum et probabilitatum pertinentes, 1923
(herausgegeben von L. G. Du Pasquier)

[5] *A. Speiser:* Klassische Stücke der Mathematik, Orell Füssli Zürich 1925

[6] EO Series Tertia, Band II

[7] EO Series Tertia, Bände XI und XII

[8] *Leonhard Euler:* Beiträge zu Leben und Werk, Gedenkband des Kantons Basel-Stadt, Birkhäuser Basel 1983

[9] *L. G. Du Pasquier:* Les travaux de Léonard Euler concernant l'assurance, Mitteilungen der Vereinigung schweizerischer Versicherungsmathematiker, 5. Heft, Bern 1910

[10] *E. J. Gumbel:* Eine Darstellung statistischer Reihen durch Euler, Jahresbericht der deutschen Mathematikervereinigung, 25, Leipzig 1916

[11] *L. G. Du Pasquier:* Leonhard Eulers Verdienste um das Versicherungswesen, Vierteljahresschrift der Naturforschenden Gesellschaft in Zürich, 54. Jahrgang, Zürich 1909

[12] *E. A. Fellmann:* Leonhard Euler, Sonderdruck aus Band VI der Enzyklopädie «Die Grossen der Weltgeschichte», Kindler Verlag Zürich 1975

[13] *R. Thiele:* Leonhard Euler, Biographien hervorragender Naturwissenschaftler, Techniker und Mediziner, Band 56, Verlag Teubner, Leipzig 1982

[14] *T. Sofenea:* Leonhard Euler und seine Schriften über die Versicherung. 250 Jahre nach seiner Geburt, Verzekerings-Archief 34, Aktuar Bijv., 1957, p. 87–104