**Zeitschrift:** Pestalozzi-Kalender

**Herausgeber:** Pro Juventute

**Band:** 24 (1931) **Heft:** [2]: Schüler

Rubrik: Geometrie

#### Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

#### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

#### Terms of use

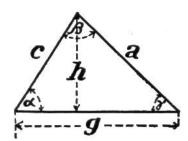
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 13.07.2025

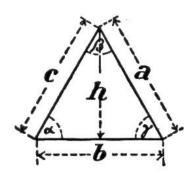
ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

# Geometrie

#### Formeln zur Inhaltsberechnung von Flächen u. Körpern

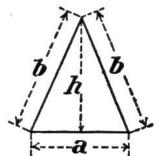


#### Dreieck:



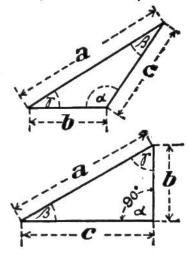
#### Gleichseitiges Dreieck:

Seiten = 
$$a = b = c$$
,  $x = x \beta = x \gamma = 60$ ;  
 $F = \frac{a^2}{4} \sqrt{3} = 0.433 a^2$ ;  $\sqrt{3} = 1.73205$ .  
genauer 0.4330125.  $a^2$   
 $h = \sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}} = \sqrt{a^2 - \frac{c^2}{4}}$ ;  
 $h = \frac{a}{2} \sqrt{3} = a.0.866025$ .



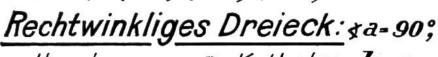
#### Gleichschenkliges Dreieck:

Grundlinie = 
$$a$$
, gleiche Seiten =  $b$   
 $F = \frac{a}{4}\sqrt{(2b+a)\cdot(2b-a)} = \frac{a}{2}\sqrt{(b+\frac{a}{2})\cdot(b-\frac{a}{2})}$   
 $h = \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}}, h = \sqrt{(b+\frac{a}{2})\cdot(b-\frac{a}{2})};$ 

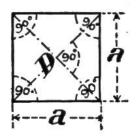


# Ungleichseitiges Dreieck:

Seiten 
$$a,b$$
 und  $c,s = \frac{a+b+c}{2}$   
 $F = \sqrt{s(s-a).(s-b).(s-c)}$ .

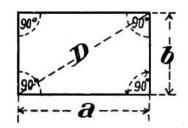


Hypotenuse = 
$$a$$
, Katheten= $b$ ,  $c$ ,  
 $F = \underline{b} \cdot \underline{c}$ ;  $a^2 = b^2 + c^2$ ;  $a = \sqrt{b^2 + c^2}$ ,  
 $b = \sqrt{a^2 - c^2}$ ,  $c = \sqrt{a^2 - b^2}$ .



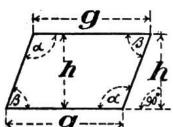
Quadrat: Seite=
$$a$$
, Diagonale= $D$ ,
 $F = a \cdot a = a^2$ ,  $a = \sqrt{F}$ .

$$D = \sqrt{a^2 + a^2} = \sqrt{2a^2} = a \cdot \sqrt{2} = a \cdot 1,4142.$$

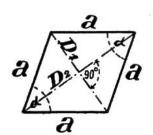


#### Rechteck:

Seiten  $\boldsymbol{a}$  und  $\boldsymbol{b}$ , Diagonale =  $\boldsymbol{D}$ , F=a.b,  $a=\frac{F}{h}$ ;  $b=\frac{F}{a}$ ;  $D = \sqrt{a^2 + b^2}$ 

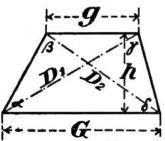


Parallelogramm:
Grundlinie = g, Höhe rechtwinklig
auf Grundlinie = h,  $F = g.h, g = \frac{F}{h}, h = \frac{F}{G}$ 



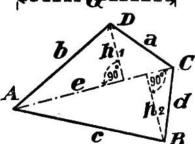
#### Rhombus:

Gleiche Seiten = a , Diagonalen Du D2  $F = a^2 \sin \alpha_i \quad F = \frac{D_1 \cdot D_2}{2}$   $D_1 = \frac{2F'}{D_2} \quad D_2 = \frac{2F'}{D_4} \quad D_3$ 



### Trapez :

Parallelseiten= G und g , Höhe= $m{h}$  , Diagonalen = D, und D, ,  $F = \frac{G+g}{2}h$ ,  $\not < \alpha + \beta + \gamma + \delta = 4R$ ,

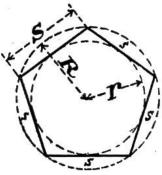


#### Trapezoid :

Diagonale A.C., rechtwinklig darauf die Höhen **h**, und **h** 2

 $F = \underline{AC} \cdot h_1 + h_2 = \underline{e} \cdot h_1 + h_2$ 

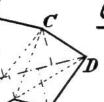
# Reguläre Vielecke (Polygone):

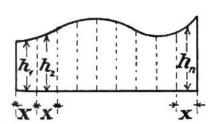


Seite = S, Radius des umschriebenen Kreises = RRadius d.eingeschrie-

benen Kreises = 1.

Polygon	R	r	S	F
Dreieck	0.5778	0.289 8	1.732R od. 3.463r	0.433 82 od. I. 299 A
Quadrat	0.7078	0.500 8	1.414 R ,, 2.000 r	1.000 8º ,, 2.000 A
Fünfeck	0.8518	0.688 S	1.176 R ., 1.453 r	1.72 1 8 " , 2.378 A
Sechseck	1.000 8	0.866 S		2.5988° ,, 2.598 A
Siebeneck				3.634 82 ,, 2.736 A
Achteck	1.3078	1.208 8	0.765 R ,, 0.828 r	4.8288° ,, 2.828 F
Neuneck	1.4628	1.374 8	0.684R,, 0.728r	6.18282 ,, 2.892 F
Zehneck			0.618R,, 0.649r	
Elfeck	1.775 8	1.704 8	0.563 R ,, 0.587 r	9.366 8° ,, 2.973 F
Zwölfeck	1.9328	1.866 8	0.518 R ,, 0.536 r	11.19682 ,, 3.000 !



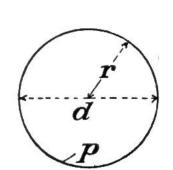


# Unregelmässige Vielecke od. Flächen:

Die Fläche kann berechnet werden durch Zerlegung des Vielecks in Dreiecke mittels Diagonalen u. Summierung der ermittelten Dreiecksflächen, oder auch durch Einteilung in Trapeze u Dreiecke vermittels einer passend gewählten Abszisse und rechtwinklig auf diese errichteten Koordinaten der Eckpunkte, Summierung des ermittelten Jnhalts dieser Trapeze u. Dreiecke

Durch Zerlegung in parallele Streifen von gleicher Breite x und mittl. Höhen h, h, .... h,.

$$F = X.(h_1 + h_2 \cdot \cdot \cdot + h_n).$$



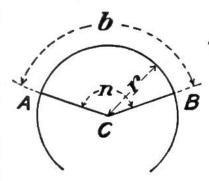
Kreis: Durchmesser = d, Radius = r, Umfang = p, Inhalt = F.

$$p = 2r\mathcal{H} = d\mathcal{H} = d.3,14159,$$

$$F = r^2 \mathcal{H} = \frac{d^2 \mathcal{H}}{h} = 0.785.0^2$$
.

$$P = \sqrt{\frac{F}{M}} = 0.564.\sqrt{F}$$

$$d = 2.\sqrt{\frac{F}{\pi}} = 1.128\sqrt{F}$$
.



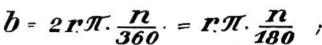
# Kreissektor: (ABGA)

Radius = r, Bogen = b Zentriwinkel = n

$$F = \frac{P^2 \mathcal{H} \cdot \mathbf{n}}{360} = \frac{b \cdot P}{2}$$

$$P = \sqrt{\frac{F.360}{\pi n}} = \frac{b}{\pi} \cdot \frac{180}{n} ;$$

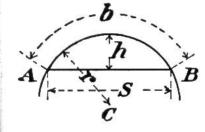
$$n = \frac{360 \cdot F}{r^2 \pi} = \frac{b}{r \pi} \cdot 180;$$



Halbkreis: Bogen =  $b = \pi r$ , Fläche =  $F = \frac{\pi r^2}{2}$ .

Viertelkreis:  $p = \frac{b}{2} = \frac{\pi r}{2}$ ,  $F = \frac{\pi r^2}{2}$ .



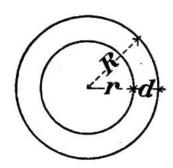


Sehne = 
$$S$$
, Höhe =  $\overline{h}$ ,  $F = \frac{2}{3}S.h$ .

genau  $F = \frac{r^2\pi \cdot n}{360} - \frac{1}{2}S\sqrt{r^2 - \frac{1}{4}S^2} = \frac{br - s(r - h)}{2}$ .

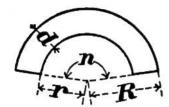
 $S = 2\sqrt{h(2r - h)}$ ,  $r = \frac{S^2}{8h} + \frac{h}{2}$ .

# Kreisring:

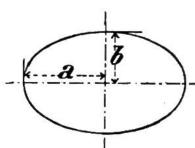


Aeusserer Radius = R. Innerer Radius = r,  $F = R^2 \pi - r^2 \pi$ . =  $\pi(R+r) \cdot (R-r)$ . roenn d = radiale Breite des Kreisrings so ist  $F = \pi(2r+d)$ . d

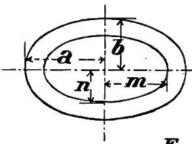
# Kreisringstück (Konzentrisch)



Aeusserer Radius = R, Innerer Radius = r, Zentriwinkel= $m{n}$ , radiale Breite= $m{d}$ ,  $F = (R^2 \pi - P^2 \pi) \frac{n}{360} = (R^2 P^2) \frac{\pi n}{360}$ ;  $=(R+r)d\frac{\pi n}{360}=(R+r)d.n.0.0087;$ 

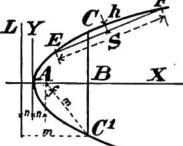


Ellipse: Halbe grosse Achse = a, Halbe Kleine Achse = b, Fläche F = a.b. T.



Elliptischer Ring: Halbe Achsen der äussern Ellipse=a,b, Halbe Achsen der innern Ellipse=m,1, Fläche: F = T.(ab-mn).

# Parabelsegment ECFE:



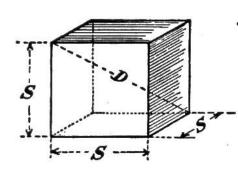
 $F = \frac{2}{3} S.h, \overline{S} = \overline{EF},$ Parabelfläche CAC¹C:

 $F = \frac{2}{3} \overline{CC}^{1} A\overline{B}_{i}$ 

# Sehne = a ; Höhe = b ,

Sehne = 
$$a$$
; Höhe =  $b$ ,  $F$ (annähernd) =  $\frac{3}{5}a.b$ ;

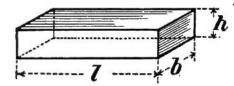
#### Tafel V



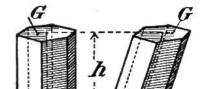
#### Würfel:

Seite = S, Inhalt = K, Oberfläche = 0  $K = S^3$ ,  $O = 6S^2$ ;  $S = \sqrt[3]{K}$ Diagonale =  $D = \sqrt{3S^2} = S\sqrt{3} = S \cdot 1,732050$ .

#### Parallelepipedon:

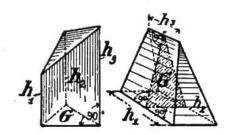


# Länge = l, Breite - b, Höhe - h, Inhalt = K = l. b.h. Oberfläche = 0 = 2.(l.b+lh+b,h)



#### Prisma:

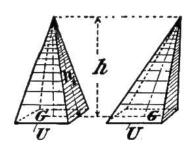
Grundfläche = G, Höhe = h,
Inhalt = K = G.h.
Oberfläche O = Umfang der Grund=
fläche U×h+2G.



### Schiefabgeschnittenes Prisma:

Flächeninhalt des senkrechten Quer = schnittes = G,
Länge der Kanten =  $h, h_2 h_3 \dots h_n$ ,
Inhalt  $K = G \cdot \underbrace{h, +h_2 + h_3 + \dots h_n}_{n}$ .

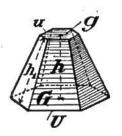
Bei mehr als 3 Kanten ist das Prisma regelmässig oder hat dasselbe wenigstens Axensymetrie.



#### Pyramide:

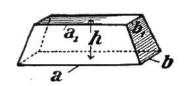
Grundfläche = G, Höhe = h,  $K = \frac{G \cdot h}{3}$ ;  $h = \frac{3K}{G}$ ,  $G = \frac{3K}{h}$ ;

Mantel  $M = Umfang der Grundfläche U \times \frac{h_2}{2}$ , Oberfläche O = M + G.



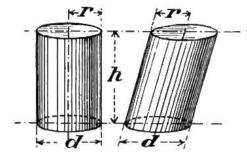
### <u> Abgestumpfte Pyramide:</u>

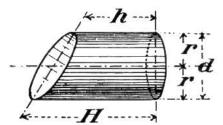
Parallele Endflächen = G, g, ihr Abstand = h, ihre Umfänge U, u, Mantel  $M = \frac{U+u}{2} \cdot h$ ,  $K = \frac{h}{3} (G+g+\sqrt{Gg})$ , O = M+G+g.

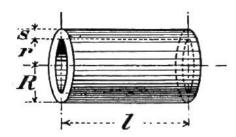


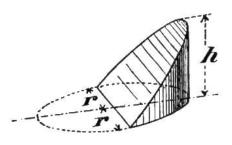
Obelisk, Wall, (regelmässig aufgeschütteler Haufen)
$$K = \frac{1}{6}h \left[ (2a+a_1)b + (2a_1+a_2)b_1 \right].$$

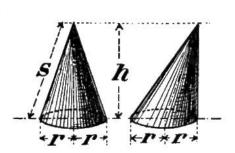
E.Pochen

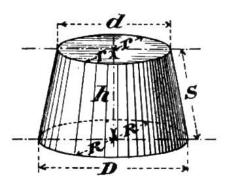












#### Cylinder (Walze)

Radius = r, Durchmesser = d, Höhe = hInhalt  $K = r^2 \pi . h$  oder  $\frac{d^2}{4} \pi . h$   $r = \sqrt{\frac{K}{\pi h}}$ ;  $h = \frac{K}{r^2 \pi}$ .

Mantel =  $2r\pi . h$  oder  $d\pi . h$ .

Oberfläche =  $2r\pi . (r+h)$  oder  $d\pi . (\frac{d}{2} + h)$ 

### Schiefabgeschnittener Cylinder:

Grösste Höhe = H, kleinste Höhe = h, Inhalt  $K = r^2 \pi . \frac{H+h}{2}$  oder  $\frac{d^2 \pi . \frac{H+h}{2}}{2}$ Mantel =  $r\pi(H+h)$ 

#### Hohlcylinder (Rohr):

Innerer Radius =  $\mathbf{r}$ ,
Aeusserer Radius = R, Länge = l,
Wandstärke = s = R - r,
Inhalt  $K = \pi.l.(R^2 - r^2)$ , oder  $K = \pi.l.s(2R - s)$  oder  $\pi.l.s(2r + s)$ .

#### Cylinderhuf:

Radius der Grundfläche = r,
Höhe des Hufes = h, Mantel = 2rh.
Inhalt:  $K = \frac{2}{3} r^2 h$ .

### Kegel:

Radius der Grundfläche = r.

Höhe = h, Seite =  $s = \sqrt{r^2 + h^2}$ ,

Mantel  $M = \pi r \sqrt{r^2 + h^2}$  oder  $\pi r s$ ,

Oberfläche =  $\pi r^2 + r \pi s$  oder  $r \pi (r + s)$ oder =  $\pi r (r + \sqrt{r^2 + h^2})$ .

Inhalt  $K = \frac{1}{r^2} r^2 \pi h$ 

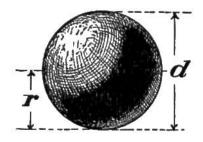
Inhalt  $K = \frac{1}{3} r^2 \pi . h$ ;  $r = \sqrt{\frac{3K}{\pi . h}}$ ;  $h = \frac{3K}{r^2 \pi}$ .

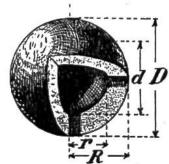
#### Abgestumpfter Kegel:

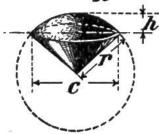
Radien der parallelen Endflächen = R und r, Durchmesser = D und d, Höhe = h, Seite = S, Inhalt  $K = \frac{1}{3}\pi h (R^2 + Rr + r^2)$ Mantel  $M = \pi s.(R + r)$ .

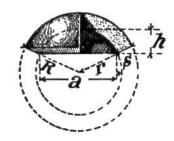
Oberfläche  $O = \pi [R^2 + r^2 + (R + r)S]$ .

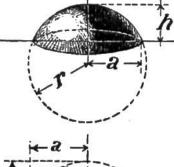
E Powhon

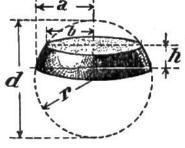












### Kugel:

Radius =  $\mathbf{r}$ , Durchmesser =  $\mathbf{d}$ ,

Oberfläche  $0 = 4\mathbf{r}^2\mathbf{H} = 12,566\mathbf{r}^2$ , oder  $\mathbf{d}^2\mathbf{H}$ .

Inhalt  $K = \frac{4}{3}\mathbf{r}^3\mathbf{H} = 4,189\mathbf{r}^3$ ,  $K = \frac{0.\mathbf{r}}{3}$ ,  $K = \frac{\mathbf{d}^3\mathbf{H}}{6} = 0,5236.\mathbf{d}^3$ ;

Radius  $\mathbf{r} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{0}{\pi}}$ ;  $\mathbf{r} = \sqrt[3]{\frac{3K}{4\pi}}$ .

### Hohlkugel:

Acusserer Radius = R, innerer = r,
Acusserer Durchmesser = D, innerer = d,
Inhalt  $K = \frac{4\pi}{3} \cdot (R^3 - r^3) = \frac{\pi}{6} (D^3 - d^3)$ .

### Kugelsektor:

Radius der Kugel = rBegrenzende Kalotte, Höhe = h, Durchm.=c, Oberfläche  $0 = \frac{\pi r}{2}(4h+c)$ Inhalt  $K = \frac{2}{3}r^2\pi h = 2,0944r^2h$ .

# <u> Hohlkugelsektor:</u>

Aeusserer Radius = R innerer = rWanddicke = R-r = S,  $r = \frac{a^2 + 4h^2}{8h}$ Inhalt  $K = 2,094\frac{h}{r}(R^3-r^3)$ .

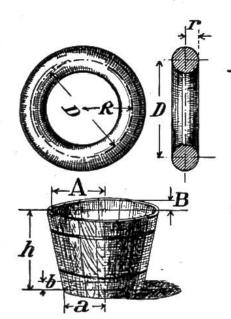
# Kugelsegment (Kugelkalotte):

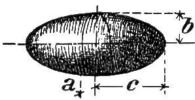
Radius der Kugel = r,
Radius der Grundfläche = a,
Höhe der Kalotte = h,
Oberfläche =  $0 = 2\pi rh = \pi(a^2 + h^2)$ Inhalt  $K = \frac{1}{6}\pi h(3a^2 + h^2)$  oder  $= \frac{1}{3}\pi h^2(3r - h)$ .

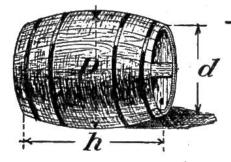
#### Kugelzone:

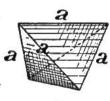
Höhe der Zone = h, Radius der Kugel = rRadius der Endflächen = a und b, Mantel  $M = 2r\pi h$ , Oberfläche  $0 = M + a^2\pi + b^2\pi$ ; Inhalt  $K = \frac{1}{6}\pi h (3a^2 + 3b^2 + h^2)$ .

E. Fochan

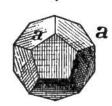


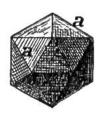












# Cylindrischer Ring:

Radius des kreisförmigen Querschnittes =  $\mathbf{r}$ , Durchmesser des Ringes =  $\mathbf{D}$ , Radius =  $\mathbf{R}$ , Inhalt  $\mathbf{K} = 2\pi^2 R \mathbf{r}^2 = 2,467 \, \mathbf{Dd}^2$ . Oberfläche  $\mathbf{0} = 4\pi^2 R \mathbf{r} = 9,87 \, \mathbf{Dd}$ .

#### Kübel:

Die unter sich parallelen Endflächen sind Ellipsen mit den Halbachsen A,B und a,b, Höhe zwischen den Endflächen = h Inhalt  $K = \frac{1}{6}\pi h[2(AB+ab)+Ab+aB]$ .

#### Ellipsoid:

Bezeichnung der 3 Halbachsen =  $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}$ , Inhalt  $K = \frac{4}{3} \, \mathcal{H} \cdot \mathbf{a} \cdot \mathbf{b} \cdot \mathbf{c} = 4,189 \, \mathbf{a} \, \mathbf{b} \cdot \mathbf{c}$ .

#### Fass:

Spunddurchmesser = D, Bodendurchmesser = d, Höhe (resp. Länge) = h, Inhalt  $K = \frac{1}{12} \pi h \cdot (2D^2 + d^2)$ ,  $K = \frac{1}{15} \pi h \cdot (2D^2 + Dd + \frac{3}{4} d^2)$ ,

### Reguläre Polyeder:

Tetraeder: (4 gleichseitige Dreiecksflächen)

Länge der Kante = a, Oberfl.  $0 = a^2\sqrt{3} = 1,732.8^2$ Inhalt  $K = \frac{1}{12}a^3\sqrt{2} = 0,11785.8^3$ 

Oktaeder: (8 gleichseitige Dreiecksflächen)

Kante = a, Oberfl.  $0 = 2a^2\sqrt{3} = 3,46410168^2$ Inhalt  $K = \frac{a^3}{3}\sqrt{2} = 0,4714045 a^3$ .

Dodekaeder: (12 regelmässige Fünfecke)

Kante = a,  $0 = 3a^2\sqrt{25 + 10\sqrt{5}} = 20,6457798^2$ Inhalt  $K = \frac{a^3}{4}$ . (15+7 $\sqrt{5}$ ) = 7,663119  $a^3$ .

| Kosaeder: (20 gleichseitige Dreiecksflächen) | Kante = a,  $0 = 5a^2\sqrt{3} = 8,6602545 a^2$ . | Inhalt  $K = \frac{5}{12}a^3(3+\sqrt{5}) = 2,181695 a^3$ .

E. Pochon