Ueber die Druckfestigkeit stabförmiger Körper, mit besonderer Rücksicht auf die im steifen Fachwerk auftretenden Nebenspannungen

Autor(en): **Ritter, Friedrich**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **3/4 (1884)**

Heft 8

PDF erstellt am: **24.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-11912

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

INHALT: Ueber die Druckfestigkeit stabförmiger Körper, mit besonderer Rücksicht auf die im steifen Fachwerk auftretenden Nebenspannungen. Von Oberinspector Friedr. Ritter in Wien. — Wohngebäude des Herrn E. Miville-Iselin in Basel von E. Vischer & Fueter, Architecten. (Mit einer Tafel.) — Die Concurrenz für eine Donau- und Borceabrücke bei Cernavoda. Von A. Gaedertz. — Miscellanea: Die Beleuchtung des Innenraums im Betrieb befindlicher Dampfkessel. Betriebseröffnungen im deutschen Reiche. — Vereinsnachrichten.

Hiezu eine Beilage: Wohngebäude des Herrn E. Miville-Iselin in Basel von E. Fischer & Fueter, Architecten.

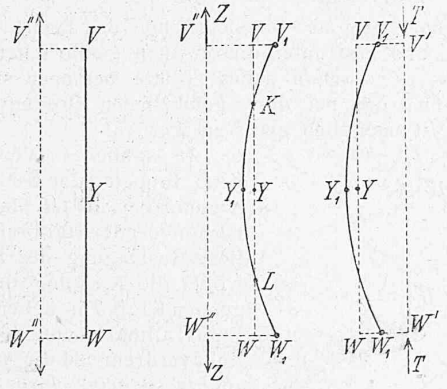
Ueber die Druckfestigkeit stabförmiger Körper, mit besonderer Rücksicht auf die im steifen Fachwerk auftretenden Nebenspannungen.

Von *Friedrich Ritter.*

(Fortsetzung.)

Es ist nun zu untersuchen, wie sich die Verhältnisse für minder steife Stäbe gestalten.

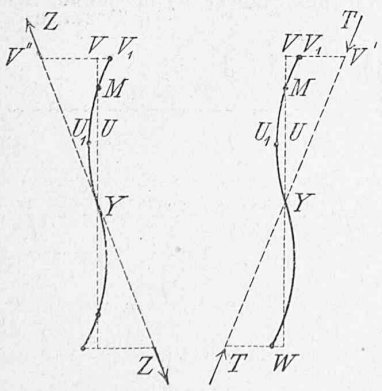
Fig. 17. Fig. 18. Fig. 19.



Ob der Stab viel oder wenig steif sei, stets ist die Summe der Krümmungswinkel auf die Länge des einfach verbogenen Stabes, nachdem diese Summe durch die Deformation des ganzen Trägers bestimmt wird, von gegebener Grösse; die Momentenfläche $VV''\ WW''$ des verbogenen Stabes von constantem Querschnitt bleibt demnach, welche Krümmung der Stab VYW auch annehme, gleich gross. Beim sehr steifen Stabe war diese Momentenfläche durch die der Richtungslinie der Kraft parallele Gerade VYW begränzt. Tritt nun beim mässig steifen Stabe an die Stelle dieser Geraden die krumme Linie $V_1\ Y_1\ W_1$, so kann die neue Momentfläche $V''\ V_1\ Y_1\ W_1\ W''$ nur dann der früheren $V''\ V\ Y\ W\ W''$ gleich sein, wenn die krumme Linie $V_1\ Y_1\ W_1$ die Gerade VW nach beiden Richtungen übergreift, d. h. in zwei Puncten K und L schneidet.

An die Stelle der gleichförmigen Biegung des Stabes tritt demnach eine ungleichförmige und das grösste Biegungsmoment, welches zugleich die grösste im Stabe vorkommende Nebenspannung bestimmt, ist etwas grösser als beim absolut steifen Stabe.

Fig. 20. Fig. 21.



Wie aus den nebenstehend skizzirten Formen der Biegungscurven des gezogenen und gedrückten Stabes erhellt, liegt jedoch die am meisten gekrümmte Stelle beim gezogenen Stab an dessen Enden V und W bez. V_1 und W_1 und beim gedrückten Stab in dessen Mitte.

In ähnlicher Weise folgt für den zweifach oder **S**-förmig verbogenen Stab, nachdem das statische Moment der durch die Biegungslinie begrenzten Fläche der Biegungsmomente in Bezug auf die Stabmitte eine durch den Biegungswinkel $\Delta_f \tau$ bedingte und dadurch gegebene Grösse besitzt, dass die Gerade VUY des absolut steifen Stabes und die Curven $V_1\ U_1\ Y$ des mässig steifen Stabes sich übergreifen und in einem zwischen Stabende und Stabmitte liegenden Puncte M schneiden.

Aus der verschiedenen Form der Biegungslinien des gezogenen und gedrückten Stabes folgt weiter, dass an den Stabenden, wo die Verbiegung am grössten, das Moment der verbiegenden Kräfte und damit die Nebenspannungen im Vergleich zum absolut steifen Stabe grösser sind beim gezogenen, dagegen kleiner beim gedrückten Stab.

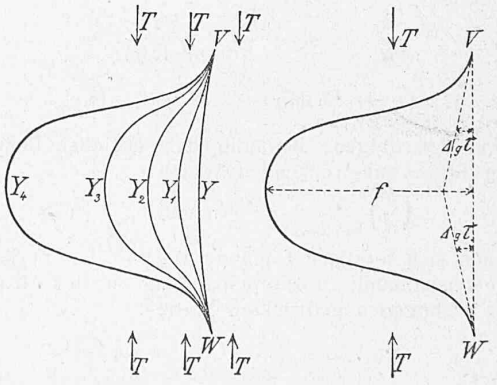
Nachdem für die Summe der aus der Längenänderung der Gurtungen und des Fachwerks entstehenden Nebenspannungen, namentlich für den Fall, als die Stäbe ihre grösste Hauptspannung erleiden, der grösste Werth an den Stabenden liegt, so ergibt sich aus dem Vorstehenden überhaupt, dass diese Nebenspannungen im mässig steifen Stab, sofern der Stab gedrückt wird, kleiner, sofern er gezogen wird, grösser sind als im sehr steifen Stabe.

Hiernach sind die gedrückten Stäbe auch bei mässiger Steifheit keineswegs ungünstiger von Nebenspannungen beeinflusst als die gezogenen Stäbe und, wenn die Unterschiede thatsächlich klein sind, wie dies gewöhnlich der Fall und für die gedrückten Stäbe weiter unten speciell nachgewiesen werden wird, so gelten für den mässig steifen Stab eben dieselben Folgerungen, wie sie oben für den sehr steifen Stab abgeleitet wurden.

Es bleibt nun noch der Fall des sehr biegsamen Stabes zu untersuchen.

Sehen wir vom gezogenen Stab, dessen Form sich mit zunehmender Biegsamkeit des Stabes nur unwesentlich ändert, ab, so zeigt sich beim einfach verbogenen gedrückten Stab, dass mit dessen zunehmender Biegsamkeit auch die Ausbiegung wächst und die anfängliche schwach ausgebogene Biegungscurve VYW allmälig in die Formen $V\ Y_1\ W$, $V\ Y_2\ W$ u. s. w. übergeht, wobei sich die Richtung der Kraft T allmälig von der rechten nach der linken Seite parallel verschiebt.

Fig. 22. Fig. 23.



Die Grenze der Ausbiegung wird erreicht, wenn der Ausbiegungswinkel $\Delta_g \tau$ an den Befestigungsstellen V und W gegen den Biegungspfeil F verschwindet, mit anderen Worten, wenn der Stab unter der Einwirkung der Last in denjenigen schwankenden Zustand geräth, für welchen, die Fläche des Stabquerschnitts $= \omega$ und deren Trägheitsmoment $= J$ gesetzt, die bekannte Beziehung gilt:

$$\left(\frac{2\ \pi}{l}\right)^2 = \frac{\alpha_0\ .\ \omega}{J} \qquad (7)$$

Das Kennzeichen dieses schwankenden Zustandes ist ja eben, dass die geringste äussere Ursache wie eine leichte Verbiegung, eine Erschütterung des Stabes u. dergl. den Zusammenbruch herbeiführt.

Wenn in der Gleichung (7) gesetzt wird

$$\frac{J}{b^2\,\omega} = m \qquad (8)$$

so gibt dieselbe

$$\left(\frac{2\,\pi}{l}\right)^2 = \frac{\alpha_0}{b^2\,m}$$

oder

$$\left(\frac{b}{l}\right)_{minimum} = \frac{1}{2\,\pi}\cdot\sqrt{\frac{\alpha_0}{m}} \qquad (9)$$

Der Werth m beträgt bei einem Stab von gleichschenklig kreuzförmigem Querschnitt, dessen Rippen im Verhältniss zur Breite dünn sind, $^1/_{24}$; α_0 sei für Eisen $^1/_{3500}$, welches ungefähr einer Faserspannung des Eisens von 600 kg per cm^2 des Bruttoquerschnitts bez. circa 700 kg per cm^2 des Nettoquerschnittes entspricht. Für einen solchen Stab wird

$$\left(\frac{b}{l}\right)_{minimum} = \frac{1}{2\,\pi}\cdot\sqrt{\frac{24}{3500}} = \frac{1}{76}$$

Lässt man die Breite eines kreuzförmigen eisernen Stabes allmälig durch Abnahme sich dieser Grenze nähern, so ändert sich der Quotient $\frac{\alpha_g}{\alpha_0}$ für die Mitte der Stablänge mit Hinsicht auf die bekannte Sinusoidenform des Stabes, wenn n_g einen von den Winkeln τ und τ' abhängigen Factor bezeichnet (für $\tau = \tau' = 45^0$ und parallele Gurtungen ist $n_g = 1$) nach folgender Beziehung:

$$\frac{\alpha_g}{\alpha_0} = n_g\cdot\frac{b}{l}\cdot\frac{\dfrac{\left(\frac{b}{l}\right)_{min.}}{\frac{b}{l}}\cdot\pi}{\sin\left(\dfrac{\left(\frac{b}{l}\right)_{min.}}{\frac{b}{l}}\cdot\pi\right)}$$

oder, wenn gesetzt wird

$$\frac{\left(\frac{b}{l}\right)_{min.}}{\frac{b}{l}} = k, \qquad (10)$$

einfacher

$$\frac{\alpha_g}{\alpha_0} = n_g\cdot\frac{b}{l}\cdot\frac{k\pi}{\sin(k\pi)} =$$

$$= n_g\cdot\frac{b}{l}\cdot\left(1 + {}^1/_6\,(k\pi)^2 + {}^7/_{360}\cdot(k\pi)^4 + \ldots\right)$$

Für den obigen, beiläufig den üblichen Belastungen eiserner Stäbe entsprechenden Werth

$$\left(\frac{b}{l}\right)_{minimum} = {}^1/_{76} \text{ und } n_g = 1$$

berechnen sich hiernach folgende Werthe des Verhältnisses von Nebenspannung zu Hauptspannung in der Mitte eines einfach verbogenen gedrückten Stabes:

$$\text{Für } \frac{b}{l} = \frac{1}{9{,}5},\ \frac{\alpha_g}{\alpha_0} = 0{,}107$$

$$= \frac{1}{19} = 0{,}058$$

$$= \frac{1}{28{,}5} = 0{,}045$$

$$= \frac{1}{38} = 0{,}041 \text{ (Minimum)}$$

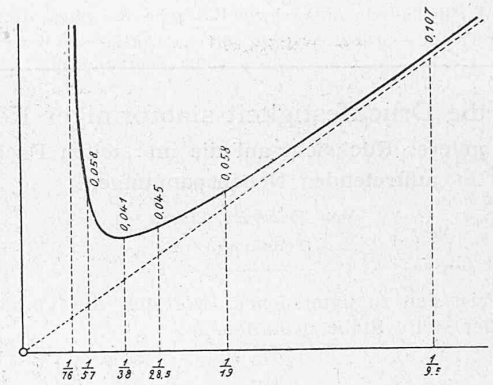
$$= \frac{1}{57} = 0{,}058$$

$$= \frac{1}{76} = \infty$$

Die Nebenspannungen nehmen somit (vergl. nachfolgende graphische Darstellung) in dem betrachteten kreuzförmigen Stabe mit dessen Breite und derselben nahezu

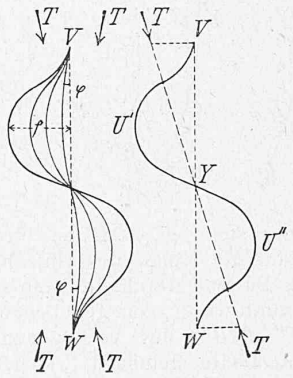
Fig. 24.

Werthe von $\frac{\alpha_g}{\alpha_0}$.



proportional stetig ab, bis sich Länge und Breite wie 1 : 38 verhalten, und erst unter dieser, dem gefährlichen Breitenverhältniss 1 : 76 schon nahen Grenze beginnen sie wieder zu wachsen, um bei dem gefährlichen Breitenverhältniss 1 : 76 selbst unendlich gross zu werden.

Fig. 25. Fig. 26.



In ähnlicher Weise nimmt beim doppelt oder **S**-förmig verbogenen gedrückten Stab mit sich vermindernder Stabbreite die seitliche Ausbiegung des Stabes zu, wobei die Richtung der verbiegenden Kraft T in nebenstehender Figur allmälig von rechts nach links verdreht und die Ausbiegung zuletzt so gross wird, dass der Ausbiegungswinkel $\varphi = \Delta_f\,\tau$ an den festen Stabenden gegen den Ausbiegungspfeil f des Stabes verschwindet, d. h. die Stabform in die bekannte Form $VU'YU''W$ eines zwischen verspannten Enden **S**-förmig verbogenen, ursprünglich geraden belasteten Stabes übergeht, der bei der geringsten äusseren Veranlassung bricht.

Bei gleicher Belastung und gleichem Querschnitt kann die Länge eines solchen Stabes bekanntlich 1,43 mal so gross genommen werden als die des vorher betrachteten einfach verbogenen Stabes, d. h. das Verhältniss zwischen Stablänge und Stabbreite kann anwachsen beziehungsweise das Verhältniss zwischen Stabbreite und Stablänge sich vermindern bis zu

$$\left(\left(\frac{b}{l}\right)\right)_{min.} = \frac{1}{1{,}43}\cdot\frac{1}{2\,\pi}\cdot\sqrt{\frac{\alpha_0}{m}} \qquad (11)$$

Bis zu dieser Grenze ändert sich mit allmälig abnehmendem Werthe $\frac{b}{l}$ die Grösse der Nebenspannung α_f an der ungünstigsten Stelle des Stabes, wenn ähnlich wie oben gesetzt wird

$$\frac{1{,}43\left(\left(\frac{b}{l}\right)\right)_{min.}}{\frac{b}{l}} = \frac{\left(\frac{b}{l}\right)_{min.}}{\frac{b}{l}} = k \qquad (12)$$

nach der Beziehung

$$\frac{\alpha_f}{\alpha_0} = n_f\cdot\frac{3\,b}{l}\cdot\frac{{}^1/_3\,(k\pi)^2}{-\,k\pi\,.\,\cot(k\pi) + 1} = \left.\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}\right\} \text{für } k \lesseqgtr {}^1/_2$$

$$= n_f\cdot\frac{3\,b}{l}\left(1 - \frac{(k\pi)^2}{15} - \frac{(k\pi)^4}{525} - \ldots\right) \qquad (13)$$

$$= n_f\cdot\frac{3\,b}{l}\cdot\frac{k\pi}{3\left(-\cos(k\pi) + \frac{\sin(k\pi)}{k\pi}\right)} \quad \text{für } k \gtreqless {}^1/_2$$

wobei n_f ähnlich wie früher n_g einen von den Winkeln τ und τ' abhängigen Coefficienten, der für $\tau = \tau' = 45^0$ und parallele Gurtungen 1 beträgt, bezeichnet.

(Fortsetzung folgt.)