Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 5/6 (1885)
Heft: 11

Artikel: Die secundären Spannungen in Fachwerken
Autor: Ritter, W.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-12852

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

INHALT: Die secundären Spannungen in Fachwerken. Von Professor W. Ritter. — Honigmann'sche Locomotiven. Von R. Abt. — Literatur: Schweizerischer Baukalender. — Correspondenz. — Miscellanea: Technisches Inspectorat im Schweiz. Eisenbahndepartement. Sudanbahn. — Preisausschreiben: Ermittelung der vortheilhaftesten Dampfgeschwindigkeit.

Die secundären Spannungen in Fachwerken.

Von Professor *W. Ritter.*

Die übliche statische Berechnung der Fachwerke fusst bekanntlich auf der Annahme, dass die in den einzelnen Stäben wirkenden Kräfte genau mit deren Schwerpunktsaxen zusammen fallen, dass also diese Stäbe ausschliesslich nur auf Zug oder auf Druck in Anspruch genommen werden. Diese Annahme ist jedoch nur richtig, wenn die Knotenpunkte als Gelenke construirt sind, die sich ohne Reibungswiderstand drehen können. Da aber die Stäbe bei der in Europa üblichen Constructionsweise an den Knotenpunkten starr miteinander vernietet werden, so folgt, dass die Stabkräfte etwas aus der Axe heraustreten und hierbei im Materiale Spannungen hervorrufen, die sich zu den schon aus der axialen Inanspruchnahme entstehenden hinzufügen. Man nennt diese Spannungen meistens secundäre zur Unterscheidung von den durch reinen Zug oder Druck sich bildenden primären Spannungen.

Die Frage der secundären Spannungen ist in den letzten Jahren von gelehrten und practischen Technikern vielfach studirt worden, und es zeigt diese Thatsache, welche Wichtigkeit diesem Thema zugemessen wird.

Meistens wog hierbei das Bestreben vor, allgemeine Regeln abzuleiten, mittelst deren die Grösse dieser Spannungen annähernd taxirt, beziehungsweise abgeschwächt werden könnte; seltener ist die Aufgabe verfolgt worden, die secundären Spannungen für ein bestimmtes Beispiel genau zu berechnen; die höchst langwierigen arithmetischen Operationen, die hierzu nöthig sind, schrecken auch in der That davon ab. Im Nachfolgenden soll nun ein Verfahren erläutert werden, das ebenfalls diesen letzteren Zweck verfolgt, dabei aber sich einer *graphischen* Operation bedient, durch welche die Zahlenrechnung bedeutend reducirt und die Lösung eines bestimmten Falles wesentlich kürzer wird.

1. *Winkeldeformationen.*

Da die Stäbe eines Fachwerkes in verschiedenem Sinne in Anspruch genommen werden, sich theils verlängern, theils verkürzen, so erleiden die Winkel, welche je zwei Stäbe miteinander einschliessen — gelenkförmige Knoten vorausgesetzt — kleine Aenderungen, und es handelt sich zunächst darum, diese Winkeldeformationen zu berechnen.

Verlängern sich die drei Seiten $s_1\, s_2\, s_3$ des Dreieckes $A_1\, A_2\, A_3$ (Figur 1) um bez. $ds_1\, ds_2\, ds_3$, so werden im Allgemeinen auch die Winkel $\alpha_1\, \alpha_2\, \alpha_3$ sich ändern; bezeichnet man die Aenderung des Winkels α_1 mit $d\alpha_1$, so findet man eine Beziehung zwischen dieser und den Längenänderungen durch Differenziren der bekannten Gleichung

$$s_1^2 = s_2^2 + s_3^2 - 2\, s_2\, s_3 \cos \alpha_1 .$$

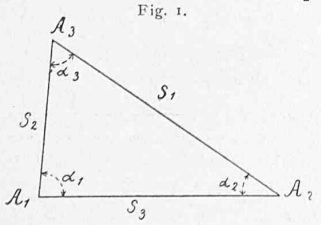
Man erhält

$$2\, s_1\, ds_1 = 2\, s_2\, ds_2 + 2\, s_3\, ds_3 - 2\, s_2 \cos \alpha_1\, ds_3 - 2\, s_3 \cos \alpha_1\, ds_2 + 2\, s_2\, s_3 \sin \alpha_1\, d\alpha_1$$

und hieraus

$$d\alpha_1 = \frac{s_1\, ds_1 - s_2\, ds_2 - s_3\, ds_3 + s_2 \cos \alpha_1\, ds_3 + s_3 \cos \alpha_1\, ds_2}{s_2\, s_3 \sin \alpha_1} .$$

Fig. 1.



Ersetzt man hierin $s_2 - s_3 \cos \alpha_1$ durch $s_1 \cos \alpha_3$ und $s_3 - s_2 \cos \alpha_1$ durch $s_1 \cos \alpha_2$ und berücksichtigt, dass der Nenner des Bruches dem doppelten Flächeninhalt F des Dreiecks gleich ist, so folgt

$$d\alpha_1 = \frac{s_1\, ds_1 - s_1 \cos \alpha_3\, ds_2 - s_1 \cos \alpha_2\, ds_3}{2\, F} .$$

Die Aenderung, welche ein Fachwerkstab in seiner Länge erleidet, lässt sich leicht berechnen, wenn die in dem Stabe pro Flächeneinheit wirkende Kraft, die sogenannte specifische Spannung σ, sowie die Länge des Stabes bekannt ist; es verhält sich nämlich jederzeit die Längenänderung ds zur ganzen Länge s, wie die Spannung σ zum Elasticitätsmodul E; oder es ist

$$ds = \frac{\sigma\, s}{E} . \qquad (1)$$

Drückt man in obiger Gleichung die ds in dieser Weise aus (wobei E constant angenommen werden darf), so bekommt man

$$d\alpha_1 = \frac{s_1\, \sigma_1\, s_1 - s_1 \cos \alpha_3\, \sigma_2\, s_2 - s_1 \cos \alpha_2\, \sigma_3\, s_3}{2\, E\, F} .$$

Ersetzt man noch das erste s_1 durch $s_2 \cos \alpha_3 + s_3 \cos \alpha_2$, so wird

$$d\alpha_1 = \frac{(s_2 \cos \alpha_3 + s_3 \cos \alpha_2)\, \sigma_1\, s_1 - s_1 \cos \alpha_3\, \sigma_2\, s_2 - s_1 \cos \alpha_2\, \sigma_3\, s_3}{2\, E\, F}$$

$$= \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)\, s_1\, s_2 \cos \alpha_3 + (\sigma_1 - \sigma_3)\, s_1\, s_3 \cos \alpha_2}{2\, E\, F} .$$

Theilt man diesen Ausdruck in zwei Brüche, ersetzt im ersten $2\, F$ durch $s_1\, s_2 \sin \alpha_3$ und im zweiten durch $s_1\, s_3 \sin \alpha_2$, so erhält man

$$E\, .\, d\alpha_1 = \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)\, s_1\, s_2 \cos \alpha_3}{s_1\, s_2 \sin \alpha_3} + \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)\, s_1\, s_3 \cos \alpha_2}{s_1\, s_3 \sin \alpha_2}$$

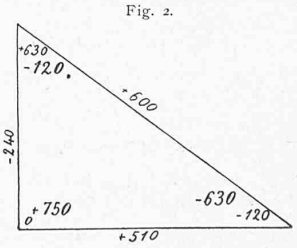
oder endlich

$$E\, .\, d\alpha_1 = (\sigma_1 - \sigma_2) \cot g\, \alpha_3 + (\sigma_1 - \sigma_3) \cot g\, \alpha_2 . \qquad (2)$$

Mit Hülfe dieser übersichtlichen Gleichung lassen sich die drei Werthe $E\, .\, d\alpha$ leicht berechnen. Am besten schlägt man dabei folgenden Weg ein: Man berechnet zuerst, indem man die Stabkräfte durch die Stabquerschnitte dividirt, die Werthe σ und schreibt sie, am besten in Kilogrammen pro cm^2, auf die Mitten der Dreiecksseiten, wobei Zugspannungen mit dem +, Druckspannungen mit dem — Zeichen zu versehen sind. Dann subtrahirt man, dem Umfang des Dreiecks links herum folgend, je zwei σ von einander, multiplicirt die Differenz mit der Cotangente des eingeschlossenen Winkels und schreibt das Product in letzteren ein. Endlich subtrahirt man, dem Umfange jetzt rechts herum folgend, je zwei dieser Zahlen und schreibt die Differenz je in die dritte Ecke. Dann sind diese letzteren Zahlen gleich den $E\, .\, d\alpha$, ebenfalls in kg pro cm^2 ausgedrückt.

Zum besseren Verständniss sei hier ein Beispiel beigefügt, bei welchem die drei Seiten sich wie 3 : 4 : 5 verhalten (Fig. 2), so dass die drei $cotg\, \alpha$ beziehungsweise gleich $^4/_3$, $^3/_4$ und 0 werden.

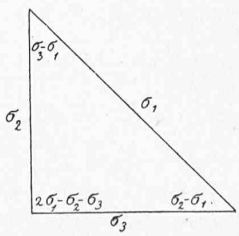
Fig. 2.



Sind die Cotangenten der Winkel unregelmässige Zahlen, so kann man sie der Bequemlichkeit wegen vorerst ebenfalls einschreiben, so dass in jede Ecke drei Zahlen zu stehen kommen.

Sind im Gegentheil die beiden spitzen Winkel gleich 45°, so kann man nach dem in Figur 3 angegebenen Schema die Werthe $E\, .\, d\alpha$ direct, ohne Zwischenrechnungen, eintragen.

Fig. 3.



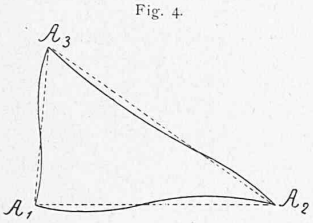
Dass die Summe der drei Winkeländerungen in jedem Dreieck gleich null sein muss, sieht man ohne Weiteres ein.

Die Werthe $d\alpha$ selbst braucht man nicht zu kennen; in der Folge treten sie stets mit E multiplicirt auf.

2. *Drehungswinkel der Stäbe.*

Die im vorigen Capitel berechneten Winkeldeformationen treten nur unter der Voraussetzung ein, dass die Stäbe sich an den Knotenpunkten reibungslos um Gelenke drehen können; in der Wirklichkeit sind aber die Winkel in Folge der Vernietungen unveränderlich; sollen sich gleichwol die Stäbe verlängern und verkürzen, so kann dies nur dadurch geschehen, dass sie sich *verbiegen*, wie dies in Figur 4, natürlich übertrieben, dargestellt ist.

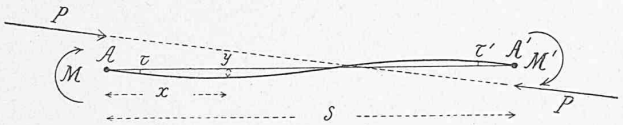
Fig. 4.



Die punktirt gezogenen Verbindungslinien der drei Ecken stellen in dieser Figur die Lage der Stäbe bei gelenkförmigen Knoten dar; die Winkel, welche diese Geraden miteinander einschliessen, sind daher gleich den deformirten Winkeln $\alpha + d\alpha$. Solche Verbiegungen treten aber wiederum nur dann ein, wenn, wie schon früher bemerkt, die Stabkräfte aus den Stabaxen heraustreten, oder, was auf dasselbe herauskommt, wenn an den Stabenden Momente hinzutreten.

Es handelt sich nun zunächst darum, zu bestimmen, um wie viel sich die Stäbe an ihren Endpunkten drehen, wenn an diesen Stellen Biegungsmomente wirken.

Fig. 5.



Der ursprünglich gerade Stab AA' (Figur 5) werde an seinen Endpunkten von Momenten M und M' erfasst, die ihn in die S-förmig gebogene Form überführen und dadurch entstanden sind, dass die ursprünglich in der Axe wirkende Kraft P eine schiefe Stellung angenommen hat, wie es in der Figur angedeutet ist. Die Länge des Stabes sei s und das Trägheitsmoment seines Querschnittes, bezogen auf die zur Biegungsebene senkrechte Schwerpunktsaxe, J. Es frägt sich nun, wie gross die Winkel τ und τ' seien, um welche die Stabaxe von der Geraden AA' abgelenkt wird.

Zur Beantwortung dieser Frage benützen wir die Gleichung der elastischen Linie eines geraden Stabes

$$\frac{d^2 y}{d x^2} = -\frac{M_x}{EJ}.$$

Für einen Punkt im Abstande x vom linken Ende wird das Moment

$$M_x = \frac{M(s-x) - M'x}{s};$$

denn es muss dieser Ausdruck in Bezug auf x vom ersten Grade sein, weil der Hebelarm von P proportional x abnimmt; ferner findet man für $x = o$ und für $x = s$ die beiden Endwerthe des Momentes.

Die Integration obiger Differentialgleichung führt zu der Gleichung

$$y = \frac{1}{6EJs}\{M(2s-x) - M'(s+x)\}(s-x)x.$$

Man überzeugt sich von der Richtigkeit dieser Lösung leicht durch zweimaliges Differenziren; die Integrationsconstanten ferner ergeben sich aus der Bedingung, dass y für $x = o$ sowol als für $x = s$ gleich null werden muss.

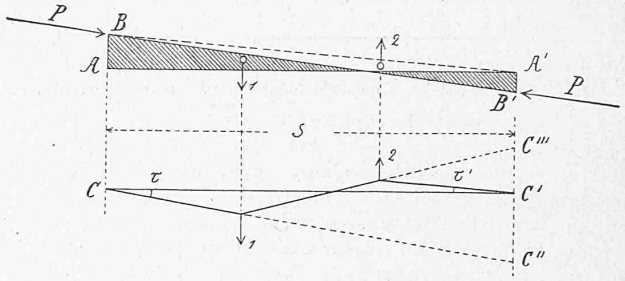
Zu dem Winkel τ gelangt man nun leicht durch Differenziren obiger Gleichung; setzt man nämlich im Differenzialquotienten die Grösse x gleich null, so erhält man die Tangente von τ oder, da dieser Winkel ausserordentlich klein ist, den Winkel selbst:

$$\tau = \frac{(2M - M')s}{6EJ}. \qquad (3)$$

Der Ausdruck für τ', den wir übrigens in der Folge nicht nöthig haben, findet sich einfach durch Vertauschung von M und M'.

Noch rascher gelangt man zur Gleichung (3), wenn man sich die elastische Linie des Stabes im Anschluss an die Momentenfläche gezeichnet denkt.

Fig. 6.



In Figur 6 ist diese Fläche schraffirt; zerlegt man sie in die beiden Dreiecke ABA' und $A'B'B$, von welchen das erstere positiv, das letztere negativ zu nehmen ist, und lässt die Flächeninhalte derselben, in den resp. Schwerpunkten concentrirt, als Kräfte 1 und 2 wirken, so erhält man das Seilpolygon CC'. Die Kraft 1 ist gleich $\frac{Ms}{2}$, die Kraft 2 gleich $\frac{M's}{2}$; die Angriffspunkte liegen in den beiden Dritteln von s; folglich wird das Moment der Kraft 1 in Bezug auf das rechte Stabende $C''C''' = \frac{Ms}{2} \cdot \frac{2s}{3}$, das Moment der Kraft 2, auf dieselbe Stelle bezogen, $C'C''' = \frac{M's}{2} \cdot \frac{s}{3}$, und hiernach die Differenz $C'C'' = \frac{(2M - M')s^2}{6}$. Dieser Werth, durch EJ dividirt, ist aber gleich $\tau \cdot s$, folglich ergibt sich wie oben

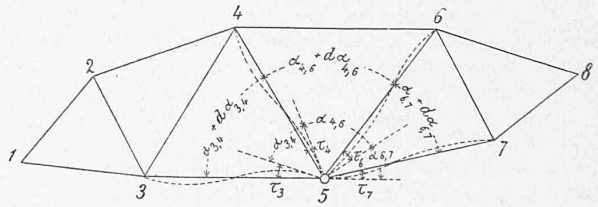
$$\tau = \frac{(2M - M')s}{6EJ}. \text{*)} \qquad (3)$$

3. *Bedingungsgleichungen.*

Zwischen den Winkeldeformationen $d\alpha$ und den Drehungswinkeln τ der Stäbe bestehen nun einfache Beziehungen.

Betrachten wir (Figur 7) ein beliebiges Fachwerk und bezeichnen wir die ursprünglichen Winkel, unter welchen die Stäbe im Knotenpunkte 5 zum Beispiel zusammenstossen, mit $\alpha_{3 \cdot 4}$, $\alpha_{4 \cdot 6}$ und $\alpha_{6 \cdot 7}$, ferner die Drehungswinkel der betreffenden Stäbe mit τ_3, τ_4, τ_6 und τ_7, so werden die

Fig. 7.



Tangenten an die deformirten (S-förmigen) Stäbe die Winkel α, die geraden Linien dagegen die deformirten Winkel $\alpha + d\alpha$ mit einander einschliessen. Es ist daher beispielsweise für die Stäbe 35 und 45

$$\alpha_{3 \cdot 4} + d\alpha_{3 \cdot 4} = \alpha_{3 \cdot 4} + \tau_3 - \tau_4$$

oder $\quad d\alpha_{3 \cdot 4} = \tau_3 - \tau_4,$

ebenso $\quad d\alpha_{4 \cdot 6} = \tau_4 - \tau_6,$

und $\quad d\alpha_{6 \cdot 7} = \tau_6 - \tau_7.$

Führt man für die τ die Ausdrücke der Gleichung (3) ein, so wird

*) Streng genommen sollte die Fläche zwischen der Richtungslinie von P und der *elastischen Linie* des Stabes als Momentenfläche betrachtet werden; der Ausdruck für τ wird dann transcendent und viel complicirter; ebenso würde dadurch auch das Verfahren, das in diesem Aufsatz erklärt werden soll, umständlicher. Da es jedoch bei der Bestimmung der secundären Spannungen nicht auf absolute Genauigkeit ankommt, so reicht der obige angenäherte Werth von τ in den meisten Fällen aus. Merkliche Fehler ergeben sich nur bei schmalen, auf Zug beanspruchten Stäben.

$$d\alpha_{3\cdot 4} = \frac{(2M_3 - M_3')\,s_3}{6EJ_3} - \frac{(2M_4 - M_4')\,s_4}{6EJ_4}.$$

Darin bedeutet M_3 dasjenige Moment, welches der Stab 35 am anliegenden Ende, M_3' dasjenige, welches er am entfernten Ende auszuhalten hat.

Der Bequemlichkeit halber führen wir für die Folge an Stelle der M Grössen μ ein, indem wir

$$M = \frac{6J}{s}\mu \qquad (4)$$

setzen. Offenbar sind die μ Kräfte pro Flächeneinheit, können also in derselben Einheit wie die σ gemessen werden. Obige Gleichung geht dann über in

$$E.\,d\alpha_{3\cdot 4} = (2\mu_3 - \mu_3') - (2\mu_4 - \mu_4'),$$

ebenso wird $E.\,d\alpha_{4\cdot 6} = (2\mu_4 - \mu_4') - (2\mu_6 - \mu_6'),$ (5)

und $E.\,d\alpha_{6\cdot 7} = (2\mu_6 - \mu_6') - (2\mu_7 - \mu_7').$

Auch in diesen Gleichungen bezieht sich je das μ ohne oberen Index auf das am Knotenpunkte 5 liegende Stabende, μ' auf das entgegengesetzte. Es folgt hieraus, dass sämmtliche in einem Fachwerke auftretenden μ auf zweierlei Art bezeichnet werden können; so wird beispielsweise für den Knotenpunkt 5 der Werth μ_4 identisch sein mit μ_5' für den Knotenpunkt 4, und umgekehrt wird μ_4' für den Punkt 5 gleich μ_5 für den Punkt 4 sein.

Unter den an einem Knotenpunkte zusammentreffenden Momenten M besteht aber noch eine weitere Beziehung. Die Stabkräfte P müssen nämlich stets mit den in demselben Punkte angreifenden äusseren Kräften oder Belastungen im Gleichgewicht sein, gleichviel ob sie durch den Knotenpunkt gehen oder excentrisch wirken. Bestimmt man nun in letzterem Falle die statischen Momente der Kräfte P in Bezug auf den Knotenpunkt, so muss für jeden Knoten die Summe dieser Momente gleich null sein. Für den Punkt 5 ist somit

$$M_3 + M_4 + M_6 + M_7 = o$$

oder unter Benützung der Gleichung (4)

$$\frac{J_3}{s_3}\cdot\mu_3 + \frac{J_4}{s_4}\cdot\mu_4 + \frac{J_6}{s_6}\cdot\mu_6 + \frac{J_7}{s_7}\cdot\mu_7 = o. \qquad (6)$$

Die Gleichungen (5) und (6) sind nun gerade ausreichend, um für ein ganzes Fachwerk die Werthe μ oder was dasselbe ist, die Momente M zu berechnen; denn da für jeden Stab zwei Momente auftreten, so ist die Zahl der unbekannten μ gleich der doppelten Zahl von Stäben oder kurz gleich der Zahl der Stabenden; für jeden Knotenpunkt erhalten wir aber eine Gleichung von der Form (6) und, wenn daselbst n Stäbe zusammenstossen, n-1 Gleichungen von der Form (5), somit zusammen gerade so viel Gleichungen als Stabenden. Die Zahl sämmtlicher Unbekannten ist daher stets gleich der Zahl der vorhandenen Gleichungen.

Alle diese Gleichungen sind linear, und ihre Auflösung würde keine Schwierigkeiten verursachen, wenn nicht ihre Zahl so gross wäre; schon bei einem kleineren Fachwerke führt die gewöhnliche Lösung zu so umfangreichen, langwierigen Rechnungen, dass man davon abstehen und ein anderes Verfahren aufsuchen muss. Ein solches Verfahren hat Ingenieur *F. Manderla* in der „Allgemeinen (Förster'schen) Bauzeitung" 1880 (Seite 34) entwickelt; in sehr geschickter Weise wird dort die Zahl der Unbekannten auf die Zahl der Knotenpunkte zurückgeführt und die Lösung sodann auf dem Wege der Annäherung vorgenommen. Auch das im vorliegenden Aufsatze beschriebene graphische Verfahren führt nur auf diesem Wege zum Ziele, schliesst sich indessen unmittelbar an obige beiden Gruppen von Gleichungen an. Eine directe Methode, die hinsichtlich des zur Lösung erforderlichen Zeitaufwandes noch praktisch genannt zu werden verdient, ist meines Wissens noch nicht aufgefunden worden.

4. *Construction der μ.*

Wir setzen zunächst voraus, die Werthe μ' seien für einen Knotenpunkt, beispielsweise für den Punkt 5 in Figur 7, bekannt; ebenso seien die Werthe $E.\,d\alpha$ mit Hülfe der Gleichung (2) berechnet worden. Dann reiht man (Figur 9), in irgend einem passenden Massstabe die Werthe $E.\,d\alpha$ unter Berücksichtigung ihres Zeichens aneinander und zieht durch die vier Grenzpunkte die Verticalen 3, 4, 6 und 7. Sodann verschiebt man jede dieser Verticalen um das entsprechende

Fig. 8.

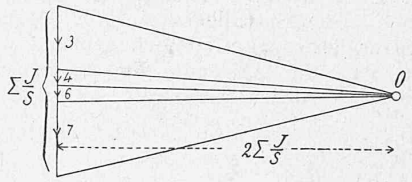
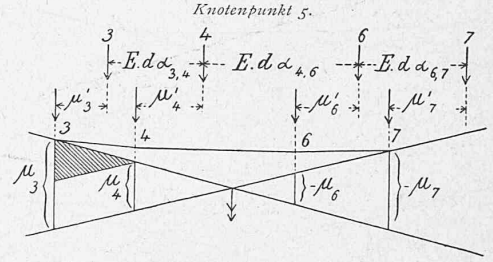


Fig. 9.
Knotenpunkt 5.



μ' nach links, lässt in den verschobenen Verticalen Kräfte von der Intensität $\frac{J}{s}$ wirken und setzt sie durch ein Seilpolygon zusammen. Als Poldistanz für das Kräftepolygon (Figur 8) nimmt man die doppelte Summe der vier $\frac{J}{s}$. *Dann schneiden die erste und letzte Seilpolygonseite auf den verschobenen Verticalen die Werthe μ ab.*

Der Beweis ist einfach:

Legt man in Figur 9 durch den oberen Endpunkt von μ_4 eine Parallele zur letzten Seilpolygonseite, so ist das hiebei entstehende (in der Figur schraffirte) Dreieck der Figur 8 ähnlich, seine horizontale Ausdehnung also doppelt so gross wie seine verticale Seite; erstere ist aber gleich $E.\,d\alpha_{3\cdot 4} + \mu_3' - \mu_4'$, letztere gleich $\mu_3 - \mu_4$, folglich

$$E.\,d\alpha_{3\cdot 4} + \mu_3' - \mu_4' = 2(\mu_3 - \mu_4)$$

oder

$$E.\,d\alpha_{3\cdot 4} = (2\mu_3 - \mu_3') - (2\mu_4 - \mu_4')$$

entsprechend der ersten der Gleichungen (5). Ebenso sind die übrigen zwei Gleichungen erfüllt. Aber auch der Gleichung (6) genügt die Construction; denn stellt man für den Schnittpunkt der ersten und letzten Seilpolygonseite, das heisst für die Resultante der vier Kräfte die statischen Momente dieser letzteren auf und berücksichtigt, dass die Hebelarme jeweilen doppelt so gross sind wie die entsprechenden μ, so folgt

$$\frac{J_3}{s_3}\cdot 2\mu_3 + \frac{J_4}{s_4}\cdot 2\mu_4 + \frac{J_6}{s_6}\cdot 2\mu_6 + \frac{J_7}{s_7}\cdot 2\mu_7 = o.$$

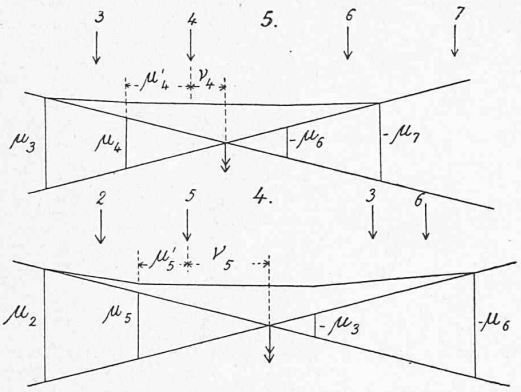
Nun sind freilich die μ' ebensowenig wie die μ von vornherein bekannt; allein da eine Aenderung der μ' im Seilpolygon nur mit dem halben Werthe auf die μ übergeht, so kann man zunächst sämmtliche μ' gleich null annehmen, die hieraus sich ergebenden μ als angenäherte μ' an richtiger Stelle auftragen, die μ zum zweitenmale construiren und auf diese Weise successive die richtigen Werthe erhalten.

Die ganze Construction besteht somit darin, dass man zunächst für jeden Knotenpunkt ein Kräftepolygon mit den Werthen $\frac{J}{s}$ zeichnet und in den Abständen $E.\,d\alpha$ Verticalen zieht. Diese Theile der Zeichnung bleiben unverändert und werden am besten gleich mit Tusch ausgezogen. Der Massstab für die $\frac{J}{s}$ ist dabei ganz beliebig. Hierauf zeichnet man (die μ' als nicht vorhanden betrachtend) die Seilpolygone, greift die Abschnitte μ der äussersten Seiten mit dem Zirkel ab und trägt sie an entsprechender Stelle (unter Berücksichtigung des Zeichens) als μ' auf. Mit den nun verschobenen Kräften werden sämmtliche Seilpolygone zum zweiten male construirt und diese Arbeit so oft wiederholt, bis sich die μ nur noch unmerklich ändern.

Trotzdem dieses Verfahren immer noch recht umständlich ist, so hat es doch vor der Rechnung den grossen Vorzug der Uebersichtlichkeit, und es können Fehler leicht vermieden werden. Ueberdies gibt es einige Kunstgriffe, durch welche die Arbeit bedeutend abgekürzt wird. Namentlich kann von folgender Beziehung Gebrauch gemacht werden:

Bezeichnet man die Abstände der unverschobenen Kräfte von der schliesslichen Mittelkraft mit ν, so ist für

Fig. 10.



zwei benachbarte Knotenpunkte, zum Beispiel für die Seilpolygone 5 und 4 (Figur 10)

$$\mu_4' + \nu_4 = 2\,\mu_4 \quad \text{und} \quad \mu_5' + \nu_5 = 2\,\mu_5,$$

woraus sich ergibt, da μ_4' mit μ_5 und μ_5' mit μ_4 identisch ist,

$$\mu_4' = \frac{\nu_4 + 2\,\nu_5}{3}.$$

Wäre die Lage der Mittelkraft von vornherein bekannt, so liessen sich hiernach die definitiven Lagen der Kräfte und damit auch die μ direct construiren; aber auch abgesehen davon ist diese Gleichung von Werth; denn da die Mittelkraft sich während der ganzen Construction im Allgemeinen nicht wesentlich verschiebt, so gelangt man mit Hülfe derselben bedeutend rascher zum Ziele.

5. Berechnung der secundären Spannungen.

Sind die Werthe μ bestimmt, so führt eine einfache Multiplication und Division sofort auf die secundären Spannungen. Bezeichnet man letztere mit σ' und im Querschnitte die Entfernung der äussersten Faser von der Schwerpunktsaxe mit e, so ist

$$M = \frac{\sigma' J}{e}$$

und mit Rücksicht auf Gleichung (4),

$$\sigma' = \frac{6\,e}{s} \cdot \mu\,. \qquad (7)$$

Ist der Querschnitt bezüglich der in Frage kommenden (auf der Ebene des Fachwerks normal stehenden) Schwerpunktsaxe symmetrisch, so verhält sich die secundäre Spannung zu μ wie die dreifache Breite des Stabes zu seiner Länge. Bei unsymmetrischem Querschnitte sind dagegen zwei verschiedene e zu unterscheiden; demnach erhält man auch für jedes Stabende zwei verschiedene σ', von denen stets das eine eine Zug-, das andere eine Druckspannung darstellt.

Das Zeichen von σ' ist bei einiger Aufmerksamkeit leicht festzustellen. Am besten gibt man schon bei Berechnung der primären Spannung dem Zug das positive, dem Druck das negative Zeichen. In der Figur 9 sind sodann die Verticalen in derjenigen Reihenfolge aufzutragen, wie die entsprechenden Stäbe in der Richtung des Uhrzeigers um den Knotenpunkt herum aufeinander folgen; bei negativem $d\,\alpha$ kommt hierbei natürlich die nächstfolgende Verticale links von der vorhergehenden zu liegen. Von den μ sind die links von der Mittelkraft liegenden positiv, die anderen negativ zu rechnen; als μ' angesehen hat man daher links liegende μ nach links, rechts liegende nach rechts zu übertragen. In welchem Sinne endlich das Moment M auf das Stabende einwirkt, geht aus Figur 5 deutlich hervor.

Will man wissen, um wieviel die Kräfte P aus den Stabaxen heraustreten, so braucht man bloss mit Hülfe der Gleichung (4) die betreffenden Momente zu rechnen und durch P zu dividiren.

6. Excentrische Befestigung der Stäbe.

In das beschriebene Verfahren lässt sich auch der Einfluss einer excentrischen Befestigung der Stäbe an den Knotenpunkten leicht einführen.

Geht die Axe eines Stabes nicht genau durch die Knotenpunkte, so erleidet derselbe schon aus diesem Grunde Extraspannungen und erhält, wenn er sich an den Enden frei drehen kann, eine gebogene Form; die Winkel τ_e, um welche er sich hierbei an seinen Endpunkten dreht, lassen sich, sobald die Grösse der Excentricität bekannt ist, mit Hülfe der Gleichung (3) leicht berechnen; man braucht dort nur statt M und M' die Producte aus der Kraft P in die beidseitigen Excentricitäten zu setzen.

Denkt man sich nun gelenkförmige Knotenpunkte, so werden die Winkeldeformationen $d\,\alpha$ offenbar um die eben besprochenen Drehungswinkel grösser, beziehungsweise kleiner ausfallen; man hat daher in Figur 9 die in den Abständen $E.\,d\,\alpha$ aufgetragenen Kräfte vorerst je um die Strecken $E.\,\tau_e$ nach rechts zu verschieben und dann die oben beschriebene Construction der μ vorzunehmen.

Schliesslich summirt man die directe Wirkung der excentrischen Befestigung und die aus den μ sich ergebenden Spannungen. Meistens sind hierbei die beiden zu summirenden Werthe von ungleichem Zeichen; mit anderen Worten, die schädliche Spannung, welche sich aus der excentrischen Befestigung ergibt, wird durch die starre Knotenpunktsverbindung wieder theilweise aufgehoben.

7. Temperatureinfluss.

Unsere gewöhnlichen, auf Rollenschuhen lagernden eisernen Fachwerke erleiden in der Regel infolge einer gleichförmigen Erwärmung der ganzen Construction keine Extraspannungen; dagegen entstehen sofort schädliche innere Spannungen, wenn die einzelnen Theile des Fachwerks sich *ungleich* erwärmen, wie dies bei der Sonnenbestrahlung fast immer der Fall ist.

Die Grösse dieser Spannungen kann gerade so wie früher bestimmt werden; der einzige Unterschied besteht darin, dass die Stäbe sich jetzt nicht in Folge von inneren Kräften, sondern in Folge von Temperaturänderungen ausdehnen oder verkürzen. Nennt man den Ausdehnungscoefficienten für Eisen a und die Anzahl Grade, um welche sich ein gewisser Stab von der Länge s erwärmt, t, so wird seine Längenänderung

$$d\,s = a\,t\,s.$$

Vergleicht man diesen Werth mit der Gleichung (1), welche für die Beanspruchung durch eine Kraft P gilt, so sieht man sofort, dass an Stelle von σ das Product $E\,a\,t$ zu setzen ist. Diese Producte schreibt man, wie früher die σ, in die Dreiecksseiten ein, berechnet die $E.\,d\,\alpha$ und verfährt dann genau so, wie es im 4. und 5. Capitel gezeigt worden ist.

Honigmann'sche Locomotiven.

Von *R. Abt.*

Die *„Schweizer. Bauzeitung“* hat zu wiederholten Malen Notizen über die von Herrn *Honigmann* erfundene Natronlocomotive gebracht. Zweck dieser Zeilen ist, auf die — scheinbar wenigstens — ganz widersprechenden Resultate dieser Veröffentlichungen aufmerksam zu machen und dadurch Anlass zu einer *zuverlässigen* Auskunft über diese mit grossem Beifalle aufgenommene Erfindung zu geben.

Herr Director *Lentz* aus Düsseldorf hat in der Generalversammlung deutscher Eisenhüttenleute Ende vorigen Jahres darauf hingewiesen, dass eine Honigmann'sche Locomotive, um die gleiche Arbeit zu leisten, eine ca. viermal grössere Heizfläche erfordere, als eine gewöhnliche Maschine.

Dieser Vortrag veranlasst Herrn Honigmann drei Zeugnisse über die Leistungsfähigkeit seiner Motoren zu veröffentlichen. (*„Schweiz. Bauzeitung“* vom 7. Februar.)