Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 29/30 (1897)
Heft: 19

Artikel: Einflusslinien des gelenklosen Bogens
Autor: Kinkel, Md.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-82524

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

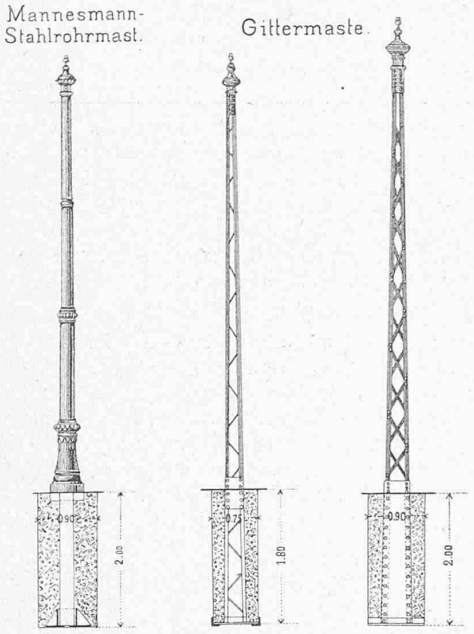
Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Fig. 11. **Basler Strassenbahnen.**



Masstab 1 : 100.

für den Arbeitsdraht (Fig. 9) konstatiert werden, welche dazu dienen, bei Temperaturdifferenzen den Durchhang des Kupferleiters zu regulieren. (Fortsetzung folgt.)

Einflusslinien des gelenklosen Bogens.

Von Ingenieur *Md. Kinkel.*

I.

Der gelenklose Bogen, auch Bogen mit eingespannten Kämpfern genannt, ist bekanntlich dreifach statisch unbestimmt in Bezug auf seine Auflagerbedingungen. Für die vorliegende Untersuchung soll ein Fachwerkbogen vorausgesetzt werden, der eine statisch bestimmte Stabanordnung habe, nachdem die drei statisch unbestimmten Auflagerbedingungen entfernt worden sind.

Herr Professor *W. Ritter* sagt in seinem Werke „Der elastische Bogen" Seite 23 und 24:

Die Drehung des Schwerpunktes der Centralellipse S unter der vertikalen Last P ist: $\delta = P \,.\, H \,.\, u_1$.

Die vertikale Verschiebung: $v = P \,.\, H \,.\, c_1 \,.\, u_2$.

Die horizontale Verschiebung: $h = P \,.\, H \,.\, c_2 \,.\, u_3$.

Die Bezeichnungen in diesen Formeln sind dabei der Fig. 1 zu entnehmen. Dieselbe ist möglichst genau nach der Tafel des angeführten Werkes ausgeführt und es sei für die Erklärung derselben auf die angegebene Quelle verwiesen.

Denkt man sich hierauf am Punkte S, dem Mittelpunkte der Centralellipse, den man sich mit dem Auflager links durch einen starren Stab fest verbunden vorstelle:

1. *Ein Moment M;* 2. *Eine vertikale Kraft A;*
3. *Eine horizontale*) Kraft H*

angebracht, so ruft das Moment *nur* eine Verdrehung, die Kraft *A nur* eine *vertikale* Verschiebung und die Kraft *H nur* eine *horizontale* Verschiebung des Mittelpunktes hervor, sowie man das linke Bogenende als freischwebend und das rechte als festgehalten voraussetzt. Es fällt nämlich der Drehpunkt für das Moment, als durch eine unendlich ferne Kraft hervorgerufen, mit dem Mittelpunkte zusammen, während die Drehpunkte für die Kräfte A und H als die Antipole von zwei Durchmessern ins Unendliche fallen und daher nur Parallelverschiebungen in vertikaler, bezw. horizontaler Richtung erzeugen.

Da sich aber der Mittelpunkt, weil mit dem linken Auflager starr verbunden, weder drehen noch verschieben darf, so folgt daraus, dass die durch die Last P hervorgerufenen Verdrehungen und Verschiebungen vollständig durch diejenigen aufgehoben werden müssen, welche durch M, A und H erzeugt werden. Die Grössen von Drehwinkeln und von Verschiebungen sind ferner proportional den erzeugenden Momenten und Kräften. Deshalb sind die Einspannungsmomente proportional den u_1, und die Auflagerkräfte proportional den u_2, bezw. u_3.

Mit andern Worten:

1. *Das erste Seilpolygon mit seiner* **Endtangente** *als Abscissenachse ist die Einflusslinie für das Einspannungsmoment am* **linken** *Auflager.*

2. *Das dritte Seilpolygon mit seiner* **Endtangente** *als Abscissenachse ist die Einflusslinie für die in den Schwerpunkt verschobene* **linke** *vertikale Auflagerreaktion.*

3. *Das fünfte Seilpolygon mit seiner Endtangente als Abscissenachse ist die Einflusslinie für den im Schwerpunkt angreifenden Horizontalschub.*

Für das rechte Auflager gilt:

1 a. *Das erste Seilpolygon mit seiner* **Anfangstangente** *als Abscissenachse ist die Einflusslinie für das Einspannungsmoment am* **rechten** *Auflager.*

2 a. *Das dritte Seilpolygon mit seiner* **Anfangstangente** *als Abscissenachse ist die Einflusslinie für die in den Schwerpunkt verschobene* **rechte** *Auflagerreaktion.*

Der Satz 3 bleibt, da End- und Anfangstangente zusammenfallen müssen, auch für das rechte Auflager in obiger Form bestehen*).

Es fragt sich nun, mit welchen Masstäben die Ordinaten der Einflusslinien zu messen sind.

Für u_1 und u_2 findet man denselben am einfachsten durch folgende Ueberlegung. Denkt man sich eine Last 1 genau über dem linken Auflager, so hat dieselbe keinen Einfluss auf die Kräfte im Bogen, da sie direkt vom Auflager aufgenommen wird. Der linke Auflagerdruck ist daher $A = 1$ und der rechte $B = 0$. Die Ordinate unter dem Auflager ist aber gleich t_1, d. h. dem vertikalen Abstande der äussersten Seiten des dritten Seilpolygons, t_1 ist daher der Masstab für die Ordinaten des dritten Seilpolygons.

Diese Auflagerkraft denkt man sich aber nicht am Widerlager, sondern im Schwerpunkt angreifend. Der Abstand des Auflagers vom Schwerpunkte sei a, so muss das Moment $-A \,.\, a$ angebracht werden, um die Verlegung der Kraft A vom Schwerpunkte zum Auflager zu bewirken. Da aber $A = 1$ ist, so muss u_1 unter dem Auflager gleich a sein. Macht man die Polweite des ersten Seilpolygons gleich $\Sigma \Delta G$, wie es gewöhnlich geschieht, so sind die u_1 direkt im Masstabe der Trägerzeichnung als Meter zu messen und mit P zu multiplizieren, um das Einspannungsmoment zu erhalten. Der vertikale Abstand der äussersten Tangenten der ersten Seilkurve ist nämlich an jeder Stelle gleich ihrem Abstande vom Schnittpunkt derselben, wie sich aus der Aehnlichkeit des Tangentendreieckes mit dem Kräftepolygon ergiebt.

Für das fünfte Seilpolygon ergiebt sich der Masstab zu t_2, das im vierten Seilpolygone als horizontaler Abstand der äussersten Seilpolygonseiten gefunden wurde.

Es ist nämlich allgemein die horizontale Verschiebung eines mit dem Bogenende starr verbundenen Punktes unter irgend einer Last R:

$$h_0 = -R \,.\, r_s \, y_d \,.\, \Sigma \Delta G$$

vgl. am angeführten Orte Seite 12, wo r_s den Abstand der Kraft vom Schwerpunkt der Centralellipse, y_d den Abstand der Verschiebungsachse vom Antipol der Kraftrichtung darstellt.

*) Bei unsymmetrischen Bogen ist unter «horizontal» die zur vertikalen konjugierte Richtung in Bezug auf die Centralellipse zu verstehen. Das 2., 4. und 5. Seilpolygon muss mit dieser Richtung neu gezeichnet werden.

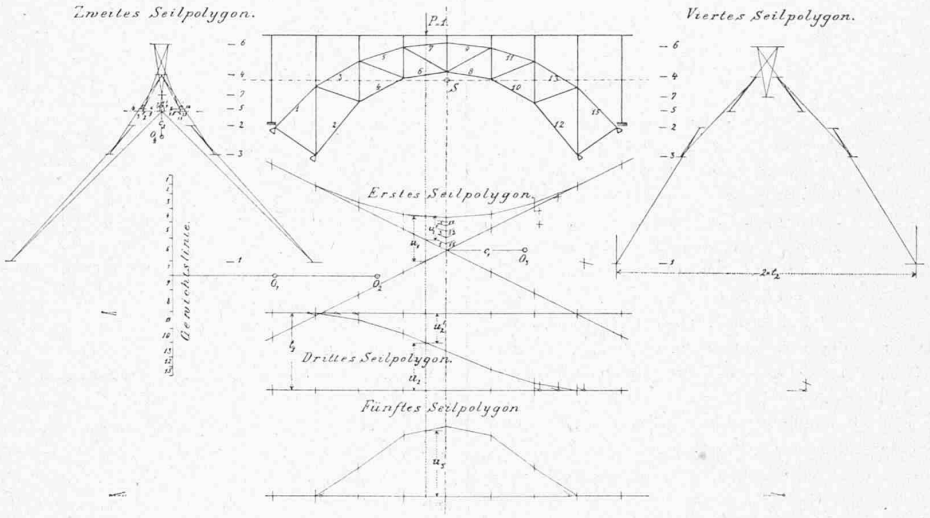
*) Diese Entwickelungen sind den Vorträgen des Herrn Professors *W. Ritter* entnommen. Man vergleiche hierüber auch *Müller-Breslau*, Graphische Statik der Baukonstruktion, II. Band, 1. Abteilung, § 11, woselbst der Beweis ohne die Hilfe der Centralellipse auf zwei Wegen durchgeführt ist.

Setzt man an Stelle von R eine Kraft $H = 1$ durch den Schwerpunkt und betrachtet die Verschiebungen des Schwerpunktes selbst, so wird $r_s = 0$; $y_d = \infty$. Das Produkt $r_s \cdot y_d$ wird aber gleich dem Quadrate des kleinen Durchmessers der Centralellipse, dasselbe ist gleich:

$i_2^2 = \frac{H \cdot c_2 \cdot t_2}{\Sigma A G}$. Daraus folgt:

$$h_0 = - H^{-1} \cdot H \cdot c_2 \cdot t_2$$

Fig. 1. **Einflusslinien des gelenkloses Bogens.**



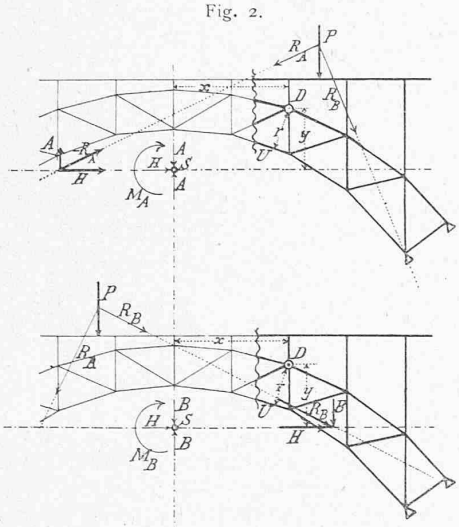
und das Verhältnis der Horizontalverschiebungen bezw. der Horizontalschübe, die durch eine vertikale Kraft $P = 1$ und durch den Horizontalschub $H = 1$ erzeugt werden, ist:

$$\frac{h}{h_0} = \frac{P^{-1} \cdot H \cdot c_2 \cdot u_3}{H^{-1} \cdot H \cdot c_2 \cdot t_2} \text{ oder } \frac{H_p}{H^{-1}} = P \cdot \frac{u_3}{t_2}.$$

Weitere Beweise finden sich bei Müller-Breslau an genannter Stelle.

Aus diesen drei Einflusslinien der statisch unbestimmten Grössen lassen sich leicht die Spannungen der einzelnen Stäbe berechnen. Betrachtet man z. B. den in Figur 2 mit U bezeichneten Stab mit dem Drehpunkt D und dem Hebelarm r, so erkennt man, dass zwei Fälle zu unterscheiden sind, je nachdem die angreifende Last rechts vom

Fig. 2.



Schnitt liegt oder links. Die Koordinaten des Drehpunktes seien x und y.

Liegt die Last rechts vom Schnitt und wird der rechte Teil des Bogens festgehalten, so wirkt auf die drei geschnittenen Stäbe der linke Auflagerdruck R_A. Diesen denken wir uns durch das Moment M_A an den Schwerpunkt verschoben und daselbst in seine Komponenten A und H zerlegt. Dann ist die Spannung in dem betrachteten Stabe:

$$U = \frac{M}{r} = \frac{1}{r}\left(M_A + A \cdot x - H \cdot y\right) \quad . \quad . \quad (1)$$

Liegt die Last links vom Schnitt, so wirkt die rechte Komponente der Last R_B; dieselbe ist gleich, aber entgegengesetzt dem rechten Auflagerdrucke. Man verschiebt sie wieder durch ein Moment M_B und zerlegt sie in B und H. Es ergiebt sich sodann:

$$U = \frac{1}{r}\left(M_B - B \cdot x - H \cdot y\right) \quad . \quad . \quad . \quad (1^a)$$

Oben ist bewiesen worden, dass

$$M_A = Pu_1;\ M_B = Pu_1^1;$$

$$A = P \cdot \frac{u_2}{t_1};\ B = P\frac{u_2^1}{t_1} \text{ und } H = P \cdot \frac{u_3}{t_2}.$$

Die Gleichungen (1) gehen daher, wenn $P = 1$ gesetzt wird, über in die Gleichungen:

$$\eta = \frac{1}{r}\left(u_1 + \frac{u_2 \cdot x}{t_1} - \frac{u_3 \cdot y}{t_2}\right) = \frac{1}{r}\left(m + a - h\right) \quad (2)$$

$$\eta = \frac{1}{r}\left(u_1^1 - \frac{u_2^1 \cdot x}{t_1} - \frac{u_3 \cdot y}{t_2}\right) = \frac{1}{r}\left(m^1 - b - h\right) \quad (2^a)$$

worin die Buchstaben m und m^1, sowie a und b, und h gewählt worden sind, um die Einflüsse von M, A, B und H zu bezeichnen.

Die Grössen η sind alsdann die Ordinaten der Einflusslinie der Stabspannung.

Die Ausdrücke $\frac{u_2 \cdot x}{t_1}$ und $\frac{u_3 y}{t_2}$ lassen sich einfach mit Hülfe von Reduktionswinkeln mit den Verhältnissen $\frac{x}{t_1}$ und $\frac{y}{t_2}$ ermitteln; jedoch muss man nicht nur für jeden Stab zwei Umrechnungswinkel zeichnen, sondern auch noch jede Ordinate u_2 und u_3 reducieren. Ist die Fahrbahn durch eine grössere Anzahl Säulen auf den Bogen abgestützt, so erkennt man leicht, was für eine umständliche Arbeit auf diese Weise das Aufzeichnen der Einflusslinien bildet. (Fortsetzung folgt.)

Feuersichere Decken.

Für die Beurteilung der Feuersicherheit massiver Deckenkonstruktionen stehen bisher brauchbare Prüfungsresultate nur in beschränktem Masse zur Verfügung. Seit den im Jahre 1893 in Verfolg eines Preisausschreibens des Verbandes deutscher Privat-Feuerversicherungs-Gesellschaften unter Leitung des Branddirektors Stude in Berlin angestellten amtlichen Erprobungen feuersicherer Baukonstruktionen haben weitere massgebliche Feuerproben mit Decken nicht mehr stattgefunden. Gerade in neuester Zeit ist jedoch eine ganze Reihe angeblich feuersicherer Decken erfunden und in die Baupraxis eingeführt worden. Einige Anhaltspunkte für den