Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 69/70 (1917)
Heft: 21

Artikel: Neuere Beobachtungen über die kritischen Umlaufzahlen von Wellen
Autor: Stodola, A.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-33973

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 13.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

INHALT: Neuere Beobachtungen über die kritischen Umlaufzahlen von Wellen. — Die Wasserkraftanlagen Tremp und Seros der Barcelona Traction, Light & Power Co. — Anwendung der elektrischen Heizung für industrielle Zwecke. — Das Bürgerhaus in der Schweiz (V. Band: Der Kanton Bern, I. Teil). — Die Verwendung von Holz und Torf in den Gaswerken. — † K. Brandau. — Miscellanea: Das zukünftige Eisenbahnnetz Marokkos. Eidgen. Technische Hochschule. Eine Hochofen- und Stahlwerkanlage in Holland. Die Befestigung der Wand- und Hängelager für Transmissionen in Eisenbeton-Gebäuden. Elektromotor-Triebwagen mit Sulfitspiritus-Betrieb. Dampfturbinen für kleine Leistungen. Verwertung der grossen Torflager Irlands. Die Eisenerzförderung in den Vereinigten Staaten von Nordamerika. Das Kraftwerk Olten-Gösgen. — Konkurrenzen: Bebauungsplan Zofingen. — Literatur. — Vereinsnachrichten: Gesellschaft ehemaliger Studierender: Stellenvermittlung.

Tafeln 18 und 19: Aus: Das Bürgerhaus in der Schweiz (V. Band: Der Kanton Bern, I. Teil).

Band 70. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. Nr. 21.

Neuere Beobachtungen über die kritischen Umlaufzahlen von Wellen.

Von Prof. Dr. *A. Stodola*, Zürich.

(Schluss von Seite 232.)

5. Verhalten einer gleichmässig belasteten Welle zwischen der ersten und zweiten kritischen Drehzahl gewöhnlicher Art.

a) Wagerechte Welle mit freier Auflagerung und Kreuzgelenkantrieb. Die unter 4 *a* beschriebene Welle zeigte bei Verwendung der Scheiben von 250 *mm* Durchmesser und je 37 *gr* Uebergewicht im Abstande von je 100 *mm* vom Mittelpunkte, zwischen 1000 und 1600 Umdrehungen zunächst keine Anzeichen eines kritischen Zustandes. Eine Steigerung auf rund 48 *gr* pro Scheibe ergab hingegen auffallende Störungen, insbesondere in der Gegend von 1450 Umdrehungen. Die eigentümlichen Bahnen, die der Wellenmittelpunkt beschreibt, sind in Abbildung 11 dargestellt, u. zw. entfallen etwa sechs Umläufe auf 1 Sekunde, gegenüber 22 bis 25 Umdrehungen der Welle in 1 Sekunde.

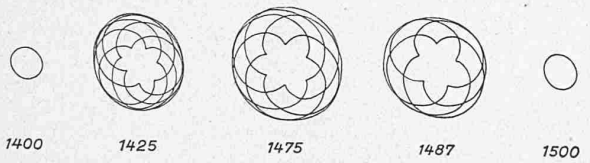

Abbildung 11.

Da jedoch gleichzeitig eine Verschiebung des Endlagers, durch welche die Mitte des Universalgelenkes aus der Mitte der Kugelschale herausrückte, eingetreten war, wurde ein neues Gelenk hergestellt, bei dem das Wellenende selbst kugelig abgedreht war und in einer feststehenden Kugelschale lief. Das Kreuzgelenk war im Kugelkopfe untergebracht, und es konnte demnach ein Zwang durch exzentrische Stellung des Kopfes nicht mehr auftreten. Eine neue Versuchsreihe bestätigte hierauf zunächst das Vorkommen der kritischen Drehzahl n_{g1}, ebensosehr jedoch auch das einer zweiten Störung n_{g2}, wenn genügend grosse Ueberwuchtmassen angebracht wurden. Je 20 *gr* am Halbmesser von 100 *mm* zeigten keine Wirkung. Bei je 28,4 *gr* hingegen trat ein ausgeprägtes Maximum bei 1450 *Uml/min* ein, mit etwa 5,5 bis 6 *mm* Durchmesser der ovalen Wellenbahn gegenüber etwa 2 *mm* vor und nach der Störung. Noch ausgeprägter war der Anstieg bei 37,2 *gr* Uebergewicht für je eine Scheibe, wobei die Auslenkung in der Mitte der Wellenlänge die Hubbegrenzung erreichte, mit einem Bahndurchmesser von 14 *mm*. Beachtenswert ist, dass die Auslenkung in den äusseren Vierteln der Wellenlänge bloss 7 bis 9 *mm* betrug, und dass von einer Knotenbildung, wie sie der zweiten kritischen Drehzahl gewöhnlicher Art entspricht, nichts bemerkt werden konnte.

Es steht also fest, dass eine zweite kritische Drehzahl neuer Art in Erscheinung tritt, dass sie aber nicht in der einfachen Beziehung $n_{g2} = n_{k2}/2$ zur kritischen Drehzahl „I. Art" steht. Da $n_{k1} = 584$ war, sollte das theoretische $n_{k2} = 4 \times 584 = 2336$, und $n_{g2} = 1168$ sein. Statt dessen ist $n_{g2} = 1450$, also $n_{g2} : n_{k2} = 0{,}62$; oder $n_{g2} : n_{k1} = 2{,}49$ statt 2,0.

Eine weitere, aber viel geringere Störung trat bei etwa 1650 *Uml/min*, also rund dem 2,8 fachen der ersten kritischen Drehzahl auf. Von dieser Störung berichten meine Freunde in der Praxis, dass sie wiederholt beobachtbar war, ohne dass eine Erklärung dafür in schwankenden Fundamenten oder ähnlichen Resonanzerscheinungen gefunden werden konnte. Dabei soll jedoch die Unruhe über dem 2,8-fachen Betrag von n_{k1} bis zur zweiten normalen kritischen Drehzahl n_{k2} stetig zugenommen haben, während bei meinen Versuchen die an sich höchst geringfügige Störung wieder ganz verschwand, und erst bei etwa 1900 *Uml/min* scharf wachsende Ausschläge einsetzten.

Um die Erscheinungen weiter aufzuklären, schien mir ein Versuch Wert zu besitzen, bei dem die Ueberwucht nicht in gleichen Abständen vom Scheibenmittelpunkt untergebracht wird, sondern derart, dass die Exzentrizität dem Gesetze

$$e = e_0 \sin 2\pi \frac{x}{l}$$

gehorcht, wo x den Abstand von einem Lager l die ganze Wellenlänge bedeutet. Gemäss der Ableitung in meinen „Dampfturbinen", Seite 300, besitzt eine so ausgewuchtete Welle keine kritische Geschwindigkeit erster, wohl aber eine solche zweiter Ordnung. Sie müsste demgemäss durch den Geschwindigkeitspunkt erster Ordnung ohne jede Störung, mit leichter S-förmiger Krümmung, also ruhender Mitte hindurchgehen. Die Ueberwucht betrug der Reihe nach für die Scheiben Nr.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

am Halbmesser von 100 *mm* Gramm (Gewicht):

14	37,5	47	37,5	14	—14	—37,5	—47	—37,5	—14

Die Auswuchtung der Scheiben in sich gelang soweit, dass die Welle durch die erste kritische Umlaufzahl mit einem Ausschlag von bloss 1 *mm* (Halbmesser) hindurchging, falls man die Drehzahl in 15 Sekunden von 550 auf 600 in der Minute beschleunigte. Bei längerem Verweilen auf der kritischen Drehzahl kommt die Welle allerdings zum Streifen, doch wird sie unmittelbar darüber fast vollkommen ruhig. Bei einer Steigerung der Drehzahl wachsen die Ausschläge gemäss den Schaulinien in Abbildung 12, wobei sich *a* auf die Mitte, *b* auf ein Viertel der Wellenlänge beziehen, und die Ordinaten die mittlern Durchmesser der beschriebenen ovalen Bahnen bedeuten. Bei etwa 1350 Umdrehungen beginnt die neue Störung sich bemerkbar zu machen, erreicht bei 1430 das Maximum, und klingt in der Wellenmitte ganz ab; im Wellenviertel beginnt bei 1600 Umdrehungen der zur zweiten kritischen Drehzahl gehörende scharf wachsende Ausschlag, der eine Steigerung über 1700 Umdrehungen verbietet[1]). Hier, wie bei den frühern Versuchen ist im übrigen die Unstabilität des Gleichgewichtes im kritischen Gebiet keine grosse. Man kann die Welle durch leichten Druck mittels einer Stange beruhigen, sodass sie eine Weile mit kleinem Ausschlag läuft. Umgekehrt kann man unterhalb oder bei 1300 Umdrehungen durch leichten Stoss einen Ausschlag hervorrufen, der längere Zeit oder überhaupt stehen bleibt, — ein Zeichen, dass dem labilen ein indifferentes Gleichgewicht vorausgeht. Eigentümlich ist für das kritische Gebiet zwischen etwa

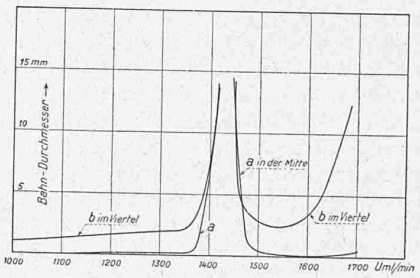

Abb. 12.

[1]) In einer anderen Versuchsreihe ohne Ueberwuchtmassen, mit ziemlich ruhig laufender Welle, glaubten wir in Anbetracht der die Welle mit wenig Spiel umfassenden Führungsringe die Drehzahl auf die zweite kritische hinaufsteigern zu dürfen. Das Ergebnis war ein explosionsartiges Auseinanderschleudern der Vorrichtung und Zusammenreissen der Führungen mit den Lagern.

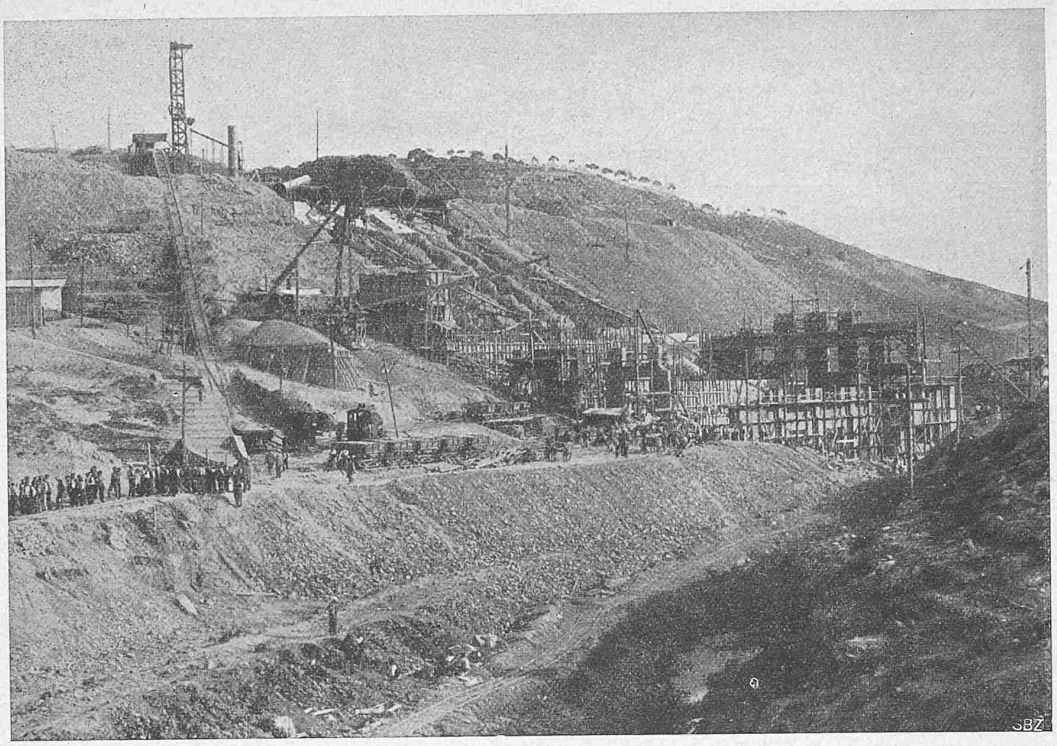

Abb. 76. Die Baustelle von Wasserschloss, Druckleitung und Maschinenhaus am 18. Oktober 1913.

1350 und 1500 Umdrehungen, dass die Bahn des Wellenmittelpunktes in der Mitte der Wellenlänge eine nahezu einfache elliptische bis kreisförmige Kurve ist. Im Viertel der Wellenlänge hingegen erscheinen der Abbildung 11 ähnliche Bahnen, die wir als Uebereinanderlagerung einer einfachen „Kreisbewegung" und einer hinzutretenden Schwingung zu betrachten haben.

Da die Welle bei der ersten kritischen Drehzahl nicht ganz ruhig blieb, bestand die Ueberwucht offenbar aus der Uebereinanderlagerung einer über die ganze Welle verteilten und einer sinuslinienförmigen. Der ersteren kommt dann bis zur zweiten kritischen Drehzahl eine sinuslinienähnliche Durchbiegung zu, was man häufig übersieht[1]). Hiernach wäre zwar das Vorhandensein einer Durchbiegung in der Mitte begreiflich, nicht aber ihre äusserst rasche gleichzeitige Zunahme mit dem Ausschlag im Wellenviertel.

b) Wagerechte Welle mit beidseitiger Einspannung. Hier ist das Verhältnis $n_{k_1} : n_{k_2} = 1 : 2{,}8$, daher würde die Gewichtsstörung, wenn sie aufträte, bei $n_{g_2} = 0{,}5\, n_{k_2} = 1{,}4\, n_{k_1}$ zu erwarten sein. Im Versuch konnte keine beobachtet werden, es machte sich nur bei 43 *gr* Ueberwucht pro Scheibe eine Labilität des Gleichgewichtes bis zu $n = 1{,}4\, n_{k_1}$ bemerkbar, indem die kleine kreisrunde Bahn des Wellenmittelpunktes bei leichter Störung von aussen sich vergrösserte, bis Streifen eintrat. Ob die Störung selbsttätig aufgetreten wäre, wenn man grössere Ueberwucht aufbrachte, konnte nicht festgestellt werden, da die Lagerung in starkes Mitschwingen geriet.

c) Senkrecht aufgestellte Welle mit freier Auflagerung. Die mit 4*c* gleiche Anordnung zeigte bei gleichmässig verteilter Ueberwucht von 33 *gr* für jede Scheibe die gleiche Störung wie bei wagerechter Welle, mit gleichen Bahnformen des Wellenmittelpunktes. Bei sinusförmiger Verteilung, wie unter 5*a*, bleibt hingegen der Halbierungspunkt der Wellenlänge fast völlig ruhig, die Welle bildet eine leicht geschwungene Sinuslinie und zeigt keinerlei Anzeichen einer selbständigen Störung. Im Viertel der Wellenlänge geht die kreisförmige Bahn bei rund 1200 *Uml/min* in Formen über, die Abb. 3A (200 Umdr.) ähnlich sehen, allein ohne dass ein Zwischenhöchstwert des Ausschlages feststellbar wäre. Offenbar kommt neben dem Kreuzgelenk auch der Grösse und der Verteilung der Ueberwucht eine besondere Rolle zu, denn wenn die Schuld am Kreuzgelenk allein liegt, so ist zu fragen, warum in senkrechter Lage die Störung bei sinusförmiger Verteilung verschwindet? Ein endgültiges Urteil könnte erst abgegeben werden, wenn die von mir für vollständig ausgewuchtete Wellen aufgestellten Schwingungsgleichungen auf endliche Werte der Exzentrizität ausgedehnt und integriert werden könnten.

Inzwischen bilden die Versuche für die Konstrukteure von Turbinen und Gebläsen einen empirischen Anhaltspunkt über die kritischen Störungsgebiete bei starrem und insbesondere bei nachgiebigem Antrieb durch bewegliche Kupplungen.

Zusammenfassung:

1. Die wagerecht gelagerte Welle mit einer Einzelscheibe oder mit vielen gleichmässig verteilten Scheiben besitzt ein neues kritisches Gebiet „zweiter Art" bei ungefähr der Hälfte der tiefsten kritischen Drehzahl „erster Art". Die Störung verschwindet vollständig, wenn man die Welle senkrecht anordnet, sofern keine Ungleichförmigkeit des Antriebes durch ein Kreuzgelenk, d. h. eine bewegliche Kupplung verursacht wird.

2. Zwischen der 1. und 2. kritischen Drehzahl erster Art besteht bei Kreuzgelenkantrieb und freier Auflagerung (Kugelschalen) ein weiteres Störungsgebiet, dessen Drehzahl rund das 2,5-fache der tiefsten kritischen Drehzahl erster Art ist. Die Störung erscheint bei wagerechter und senkrechter Wellenlage, hängt jedoch ab von der Grösse und Verteilung der Ueberwucht. Bei sinusförmiger Verteilung (wobei *e* in der einen Wellenhälfte nach unten, in

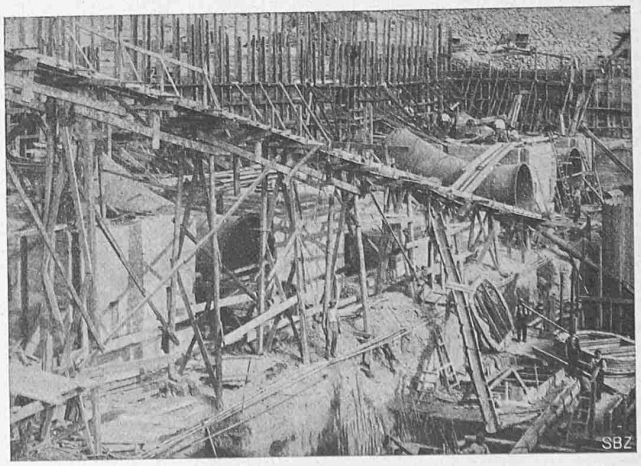

Abb. 77. Rohrkrümmer beim Eintritt ins Turbinenhaus (8. Aug. 1913).

[1]) Formeln (6) und (7) in meinen „Dampfturbinen" Seite 294 ergaben in der Tat $y = \frac{e_0}{2}\left[\frac{\mathrm{Cosh}\, k x}{\mathrm{Cosh}\, k l} + \frac{\cos k x}{\cos k l} - 2\right]$, also für die Mitte ($x = 0$), wenn der kritische Wert $\cos k l = 0$ ausgeschlossen wird, stets endliche Beträge. Dabei ist zu bemerken, dass die Konstantenbestimmung für die ungerade Funktion a. a. O. S. 295 Gl. (7a) auch bei endlichen Werten der Exzentrizität e_0 gilt, falls man diese in der einen Hälfte nach oben, in der andern nach unten gerichtet annimmt.

Vom Bau der Druckleitung zur Kraftzentrale Seros.

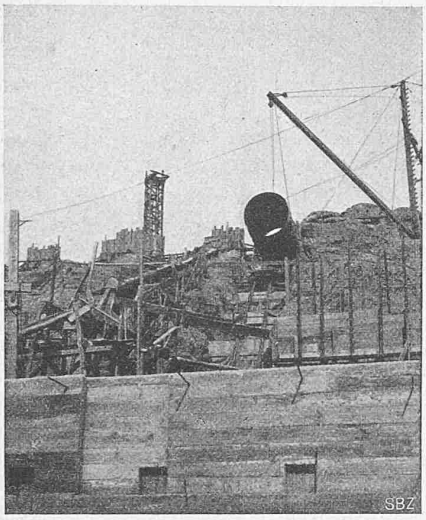

Abb. 79. Montieren der Rohrleitungen.

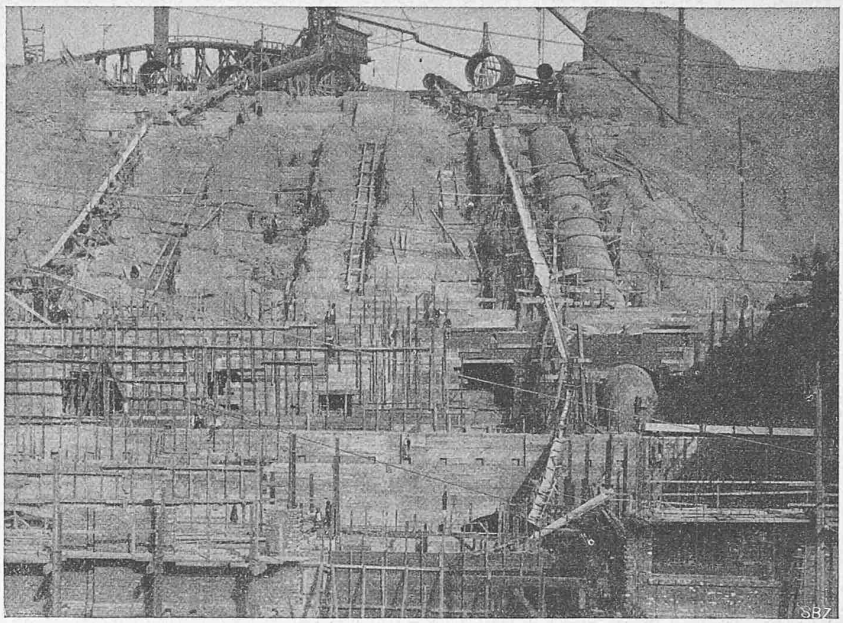

Abb. 78. Die Rohrbahn von unten gesehen; Stand der Arbeiten am 18. Oktober 1913.

der andern nach oben gerichtet ist) und bei senkrechter Wellenstellung gelang es, die Störung ganz zu beseitigen.

3. Die beschriebenen Erscheinungen traten an der von uns benutzten Versuchseinrichtung (mit 16 bis 20 *mm* Wellendurchmesser und 250 bis 500 *mm* Scheibendurchmesser) erst bei stärkern Ueberwuchten in ausgesprochener Weise auf.

4. Es darf vermutet werden, dass an den in der Praxis beobachteten Störungen im gleichen Gebiet der Antrieb durch bewegliche Kupplungen mitbeteiligt war, daher sich vom Standpunkte der Ruhe des Ganges die Benützung fester Kupplungen empfiehlt.

Die Wasserkraftanlagen Tremp und Seros der Barcelona Traction, Light & Power Co.

Von Ing. *A. Huguenin*, Direktor der A.-G. Escher Wyss & Cie., Zürich.

(Fortsetzung von Seite 234.)

Angesichts des nicht sehr widerstandsfähigen Felsens, der an jener Stelle zu Tage tritt, entschloss sich die Bauleitung nachträglich, die talseitige Abschlussmauer nicht unmittelbar an den Absturz zu legen, woraus sich die Notwendigkeit ergab, in der Rohrleitung am obern Ende einen Krümmer einzuschalten. Jede Rohrleitung ist unmittelbar hinter der Einlasschütze durch ein 1 *m* weites Rohr direkt entlüftet. Die Anordnung der *Druckleitungen* und des Maschinenhauses ist aus Abb. 74 und 75 (S. 245) zu ersehen. Zum Verständnis der Disposition ist es notwendig, dass folgende Bemerkungen vorausgeschickt werden. Der 1,2 *km* lange Unterwasserkanal mündet direkt in den Segre; er musste durch einen auf der ganzen Länge relativ sehr tiefen Einschnitt gebildet werden, da das kleine Seitental zum Segre, in dem das Maschinenhaus steht (Abb. 76), bloss sehr flachen Talweg besitzt. Angesichts der Notwendigkeit, schon für den Ablaufkanal einen relativ sehr tiefen Einschnitt ausheben zu müssen, bemühte man sich, die Aushubarbeiten für das Maschinenhaus selbst auf ein Minimum zu beschränken. Es wurde deshalb eine Anordnung gewählt, die den allerschmalsten Bau gestattete; diese wurde in der vertikalen Anordnung der Turbinen gefunden, die für so grosse Einheiten hier zum ersten Mal in Europa in Anwendung kam.

Das *Maschinenhaus* ist ausgerüstet mit vier vertikalen, einkränzigen Francisturbinen von je 14 500 *PS* maximaler Leistung, und für die spätere Einsetzung einer fünften Turbine eingerichtet. Die Turbinen sind direkt gekuppelt mit vertikalen Generatoren (Abb. 81 u. 82) der General Electric Co. von 8000 *kW* Normalleistung und 6000 Volt Spannung. Die Erregergruppen sind getrennt angeordnet und liegen im mittleren Felde des Hauses.

Die Saugrohre zu diesen grossen Turbinen wurden in Beton ausgeführt, mit Ausnahme des obersten Teiles, der eine Blechauskleidung erhielt (Abb. 81). Im untersten Teil des Maschinenhauses konnte sich also der Aushub auf

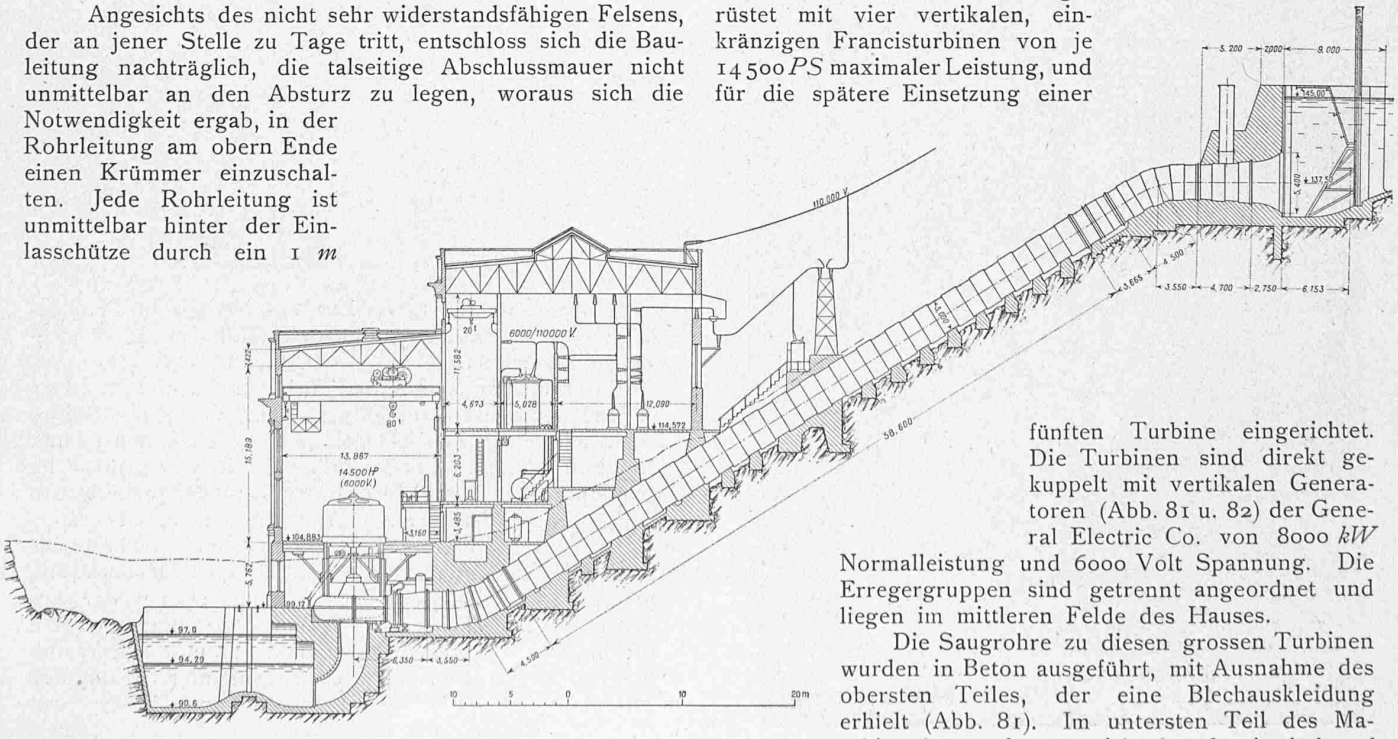

Abb. 74. Querschnitt des Maschinenhauses, samt Druckleitung und Wasserschloss. — 1 : 600.