Objekttyp: **TableOfContent**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **71/72 (1918)**

Heft 11

PDF erstellt am: **23.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

INHALT: Ueber Schüttelerscheinungen in Systemen mit periodisch veränderlicher Elastizität. — Das Wohlfahrtshaus der Vereinigten Drahtwerke A.-G. in Biel. — Zum Wettbewerb für eine Strassenbrücke über die Reuss bei Gisikon. — Die Durchflussverhältnisse der Reuss bei Gisikon. — Ueber die Regenmengen in der Schweiz. — Miscellanea: Versuche mit Speisewasser-Vorwärmern und Speisepumpen für Lokomotiven. Das Wolfram. Ein Quecksilberdampf-Gleichrichter mit 800 Volt Spannungen. Leuchtgas-Schäden an Strassenbäumen. Elektrifizierung der italienischen Staatsbahnen. Die Nickelerzgewinnung. Deutsche Beleuchtungstechnische Gesellschaft. Schweizerischer Elektrotechnischer Verein. — Nekrologie: Carlo Vanbianchi. G. Cuénod. — Konkurrenzen: Gymnasium im St. Jean-Quartier in Genf. — Literatur. — Vereinsnachrichten: Schweizer. Ingenieur- und Architekten-Verein. G. e. P.: Stellenvermittlung.
Tafeln 7 und 8: Das Wohlfahrtshaus der Vereinigten Drahtwerke A.-G. Biel.

Band 72. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. Nr. 11.

Ueber Schüttelerscheinungen in Systemen mit periodisch veränderlicher Elastizität.

Von Prof. Dr. *E. Meissner* in Zürich-Zollikon.

Im Stangengetriebe elektrischer Lokomotiven treten bekanntlich bei gewissen Fahrgeschwindigkeiten Schüttel-Erscheinungen auf, die sich u. U. sehr unangenehm bemerkbar machen. Sie sind deshalb Gegenstand mehrerer technischer (z. T. noch im Erscheinen begriffener) Arbeiten geworden. Dabei zeigt es sich, dass mit der üblichen Schwingungs-Theorie nicht mehr auszukommen ist, und es soll Zweck dieser Zeilen sein, die neuen Begriffe, die dort gelten, auseinander zu setzen.

Man denke sich bei einer elektrischen Lokomotive die mit dem elastischen Getriebe verbundene Ankermasse des Motors um die Motorwelle bei festgestelltem Getriebe elastische Schwingungen ausführend. Je nach der Stellung des Getriebes wird die Schwingungszahl eine andere sein, weil die Stärke der Elastizität (die Nachgiebigkeit) von jener Stellung abhängt. Was geschieht nun aber, wenn das Getriebe nicht feststeht, sondern etwa gleichförmig umläuft? Von einer eigentlichen Schwingungszahl kann jetzt offenbar gar nicht mehr gesprochen werden, ja der Schwingungsvorgang wird gar nicht mehr streng periodisch sein. Bleiben überhaupt die auftretenden Schwingungen in endlichen Grenzen, und wie verhält sich ein solches System gegenüber störenden Kräften (Erzwungene Schwingungen, Resonanz)?

Dies sind die Fragen, die im folgenden am einfachsten Fall eines ungedämpften Systems mit einem Freiheitsgrad erörtert werden sollen.[1])

1. *Die Differential-Gleichung.*

An Stelle der gewöhnlichen Gleichung der erzwungenen Schwingung

$$y'' + k^2 y = P \quad ^{2})$$

(k^2 = Elastizitätstärke, P = störende Kraft) tritt die folgende:

$$y'' + p(t) \cdot y = P(t) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Es ist die Konstante k^2 durch die periodisch veränderliche, „pulsierende" Elastizitätstärke $p(t)$ ersetzt, für welche

$$p(t+T) = p(t) \qquad p(t) > 0 \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

gilt. T soll *Pulsationsperiode* der elastischen Kraft heissen. $P(t)$ ist auch hier die störende Kraft, von der wir annehmen, dass sie ebenfalls die Periode T habe.

$$P(t+T) = P(t) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2')$$

Ist $P = 0$, so sprechen wir von *Eigenschwingungen* des Systems. Für sie gilt also

$$y'' + p(t)\, y = 0 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

2. *Struktur der Lösung.*

Das Integral von (1) setzt sich, wie man weiss, aus einer Partikularlösung von (1), $y = E(t)$, der sog. *erzwungenen Schwingung* und aus der allgemeinen Lösung von (3), der *Eigenschwingung* additiv zusammen.

Es seien jetzt $\eta_1(t)$, $\eta_2(t)$ die zwei Lösungen von (3), welche die Anfangsbedingungen

$$\eta_1(0) = 1 \quad \eta'_1(0) = 0 \quad \eta_2(0) = 0 \quad \eta'_2(0) = 1 \qquad (4)$$

erfüllen. Das allgemeine Integral von (3) ist

$$y = a_1 \eta_1 + a_2 \eta_2 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5)$$

wobei $a_1\, a_2$ Integrationskonstanten sind mit der mechanischen Bedeutung

$$a_1 = y_1(0) \qquad a_2 = y'_1(0) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (5')$$

[1]) Das vorliegende mathematische Problem ist zunächst in der sog. Störungstheorie der Planetenbewegungen aufgetreten. Die hier gegebene Darstellung sucht sich technischen Bedürfnissen anzupassen.

[2]) Akzente bedeuten Ableitungen nach der Zeit.

Ist $e(t)$ irgend eine Lösung von (1), so ist die allgemeine Lösung von der Form

$$y = e(t) + a_1 \eta_1(t) + a_2 \eta_2(t) \quad . \quad . \quad . \quad (6)$$

Wenn man in den Gleichungen (1), (3) überall statt t nun $t+T$ setzt, so ändern sie sich wegen (2), (2') nicht. Es sind daher auch $\eta_1(t+T)$ und $\eta_2(t+T)$ Integrale von (3), also von der Form (5). Somit gelten die Gleichungen

$$\left.\begin{aligned} \eta_1(t+T) &= a\,\eta_1(t) + b\,\eta_2(t) \\ \eta_2(t+T) &= c\,\eta_1(t) + d\,\eta_2(t) \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad (7)$$

wobei

$$a = \eta_1(T) \quad b = \eta'_1(T) \quad c = \eta_2(T) \quad d = \eta'_2(T) \quad (7')$$

Die vier Konstanten a, b, c, d können angegeben werden, sobald man die Integrale η_1, η_2 im Intervall $0 \leq t \leq T$ ermittelt hat. Das ist durch Annäherung, z. B. mittels eines graphischen Verfahrens[1]) stets möglich. Alsdann lehren die Formeln (7) aus den Werten der Lösung im Intervall $(0 \,..\, T)$ den Verlauf im folgenden Intervall $(T \,..\, 2T)$ berechnen, und da sich das Verfahren beliebig oft wiederholen lässt, so wird es grundsätzlich möglich, den Verlauf der Lösung ganz zu überblicken. Bevor dies ausgeführt wird, erledigen wir

die erzwungene Schwingung

durch folgenden Satz:

Ist $\frac{a+d}{2} \neq 1$, *so existiert stets eine rein periodische erzwungene Schwingung mit der Periode T der Pulsation.*

In der Form (6) wird freilich $e(t)$ nicht gerade diese Lösung sein. Wir suchen durch Verfügen über a_1 und a_2 in

$$E(t) = e(t) + a_1 \eta_1 + a_2 \eta_2$$

$E(t)$ periodisch zu machen. Dies ist schon der Fall, wenn nur

$$E(T) = E(0) \quad E'(T) = E'(0) \quad . \quad . \quad . \quad (8)$$

gemacht wird, weil dann aus Gleichung (1) und deren Ableitungen folgt, dass auch alle höhern Ableitungen von E in $t = 0, T$ übereinstimmen. Aber

$$E(t+T) = e(t+T) + a_1 \eta_1(t+T) + a_2 \eta_2(t+T)$$

somit

$$\begin{aligned} E(T) &= e(T) + a_1\, a + a_2\, b \\ E'(T) &= e'(T) + a_1\, c + a_2\, d \end{aligned}$$

Bedingung (8) erfordert

$$\begin{aligned} -e(T) + e(0) &= a_1(a-1) + a_2\, b \\ -e'(T) + e'(0) &= a_1\, c + a_2(d-1) \end{aligned}$$

Diese Gleichungen geben eindeutig

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{\Delta}\left\{(d-1)\left[e(0) - e(T)\right] - b\left[e'(0) - e'(T)\right]\right\} \\ a_2 &= \frac{1}{\Delta}\left\{-c\left[e(0) - e(T)\right] + (a-1)\left[e'(0) - e'(T)\right]\right\} \end{aligned} \qquad (9)$$

$$\Delta = (a-1)(d-1) - bc$$

sobald nur $\Delta \neq 0$ ausfällt. Nun folgt aus

$$\left.\begin{aligned} \eta_1'' + p\,\eta_1 &= 0 \\ \eta_2'' + p\,\eta_2 &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} &\eta_1\,\eta_2'' - \eta_2\,\eta_1'' = 0 \\ &\text{oder } \eta_1\,\eta_2' - \eta_2\,\eta_1' = \text{konst.} \end{aligned}$$

und für $t = 0, T$

$$\eta_1\,\eta_2' - \eta_2\,\eta_1' = 1 = \eta_1(T)\,\eta_2'(T) - \eta_2(T)\,\eta_1'(T) = ad - bc \quad (10)$$

daher ist

$$\Delta = (a-1)(d-1) - bc = 2 - (a+d)$$

und es ist $\Delta \neq 0$ wenn

$$\frac{a+d}{2} \neq 1 \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (10')$$

ausfällt.

Die so gefundene Schwingung $E(t)$ bleibt, weil periodisch, in endlichen Schranken. Ob dies auch für den Schwingungsvorgang (1) der Fall ist, wird davon abhängen, ob es für die zu E hinzutretende Eigenschwingung zutrifft.

[1]) Vergl. hierüber des Verfassers Aufsatz: Ueber graph. Integration. Diese Zeitschrift Bd. LXII, Nr. 15/16 (11./18. Oktober 1913).