Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 71/72 (1918)
Heft: 15

Artikel: Genauigkeit graphischer Triangulation
Autor: Kobelt, Karl
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-34825

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 14.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

INHALT: Genauigkeit graphischer Triangulation. — Das „Maiensäss“ in Kilchberg. — Zur numerischen Ermittlung der Schwingungszahlen elastischer Eigenschwingungen von Triebwerken. — Die Durchflussverhältnisse der Reuss bei Gisikon. — Zum Wettbewerb für die Reussbrücke Gisikon. — Amerikanischer Eisenhochbau. — Miscellanea: Die belgischen Wasserstrassen. Ein Verfahren zur Herstellung eines auchlosen Brennstoffes durch Tieftemperatur-Destillation der Kohle. Eisenbahnbrücke über den Allegheny River. Die Kunsthalle in Bern. 100 Jahre Gasbeleuchtung in Wien. — Nekrologie: P. Treu. F. Villa. — Konkurrenzen: Eisenbahnbrücke bei den Arsta-Inseln in Stockholm. Verwaltungsgebäude der Aargauischen Kreditanstalt in Aarau. — Literatur. — Vereinsnachrichten: Schweizerischer Ingenieur- und Archiekten-Verein. G. e. P.: Stellenvermittlung.

Tafeln 9 bis 12: Das „Maiensäss“ in Kilchberg.

Band 72. Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet. Nr. 15.

Genauigkeit graphischer Triangulation.

Von Dr. Ing. *Karl Kobelt*, St. Gallen.

Die Ausführung von Triangulationen auf graphischem Wege ist nicht nur für den Topographen, sondern auch für den Bauingenieur von so grosser Bedeutung, dass wir die Ergebnisse darauf bezüglicher Genauigkeits-Untersuchungen einem weitern Kreise zugänglich machen möchten. Rein theoretische Untersuchungen werden soweit angängig hier weggelassen. Wir verweisen diesbezüglich auf unsere ausführliche Abhandlung: „Genauigkeits-Untersuchung der graphischen Triangulation“.[1])

Wenn bis anhin die graphische oder Messtisch-Triangulation hartnäckige Gegner hatte, so liegt der Grund hauptsächlich in der Unsicherheit über die erreichbare Genauigkeit in der Bestimmung des Neupunktes aus den gegebenen Festpunkten, ganz besonders beim graphischen Rückwärts-Einschneiden oder der „Pothenot'schen Punktbestimmung“, die uns im Folgenden am eingehendsten beschäftigen wird.

A. Genauigkeit des rückwärts eingeschnittenen Punktes.

Die Genauigkeit des aus drei Punkten A, B, C rückwärts eingeschnittenen Punktes P hängt nicht allein von der Geschicklichkeit des Beobachters und der Güte der Instrumente ab; die Hauptfehlerquellen liegen vielmehr im Problem selbst und haben systematischen Charakter.

In Bezug auf diese systematischen Fehler ist es belanglos, nach welchem von den vielen in der Literatur angegebenen Verfahren der Punkt ermittelt wird, insbesondere ob nach direkter oder indirekter Methode; denn je weiter P von A, B, C entfernt liegt, umso schleifender werden sich bei der indirekten Methode die drei Visurstrahlen schneiden und umso weniger genau lassen sich beim direkten Verfahren die Zentren der drei Konstruktionskreise konstruieren. Andererseits ist die Bestimmung von P keine eindeutige oder doch eine sehr ungenaue, wenn P auf dem durch A, B, C gehenden Kreise oder in unmittelbarer Nähe davon liegt, weil bei indirekter Methode eine fehlerhafte Orientierung des Blattes gar nicht, bezw. nur sehr schwer erkennbar ist und auf direkte Art die drei Konstruktionskreise zusammenfallen, bezw. sehr schleifende Schnitte bilden.

Die Genauigkeit des Punktes in der Ebene wird ganz allgemein nach den verschiedenen Richtungen verschieden sein und kann zweckmässig durch die *Fehler-Ellipse* dargestellt werden (Abb. 1), indem die zu einem beliebigen Radius senkrecht stehende Tangente an diese Ellipse auf dem Radius eine Strecke abschneidet, die dem mittlern Fehler des Mittelpunktes P in Richtung des Radius entspricht. Die Lotpunkte oder Fusspunkte F aller möglichen Radien liegen auf der *Fusspunktkurve*.

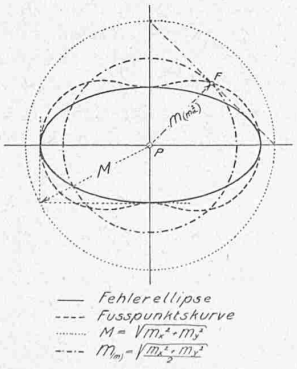

Abb. 1.

Um für die Praxis einfache und leicht verwertbare Resultate zu erlangen, beurteilen wir im Folgenden die Güte eines Punktes nicht nach jeder beliebigen Einzelrichtung, sondern nach allen Richtungen durch P in der Ebene insgesamt und folgen dabei der Definition des *mittleren Punktfehlers von Helmert:* Das Quadrat des mittlern Punktfehlers ist gleich der Summe der Quadrate der mittlern Fehler in zwei zueinander senkrechten Richtungen

$$M = \sqrt{M_x^2 + M_y^2} = \sqrt{a^2 + b^2}$$

wobei a und b die Ellipsenaxen bedeuten.

Aus Abb. 1 ist sofort ersichtlich, dass nach Helmert M grösser ist als a, das heisst grösser als der grösste Fehler in der ungünstigsten Richtung. Wir haben deshalb vorgeschlagen, den mittleren Punktfehler durch den *Mittelwert der Quadrate der mittleren Fehler in zwei zueinander senkrecht stehenden Richtungen* zu definieren. Dadurch werden die Genauigkeitsverhältnisse des Punktes in der Ebene treffender charakterisiert:

$$M_{(M_\alpha^2)} = \sqrt{\frac{M_x^2 + M_y^2}{2}} = \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} = \frac{M}{\sqrt{2}}$$

Im Folgenden halten wir uns an die Definition von Helmert, weil diese bis jetzt allgemein in der Literatur gebräuchlich ist. Wir haben in obiger Formel auf die einfache Beziehung zwischen den beiden Definitionen hingewiesen.

*

I. Analytische Bestimmung des mittleren Punktfehlers.

Die Punkte A, B, C in Abb. 2 stellen die fehlerlosen Projektionen der Festpunkte, P die fehlerfreie Lage des Neupunktes auf dem Messtischblatt dar. Zur Bestimmung der mittleren Fehler in zwei zu einander senkrecht stehenden Richtungen, M_x und M_y, denken wir uns durch P ein rechtwinkliges Koordinatenkreuz x, y beliebig gelegt. Q sei die fehlerhafte Lage des Neupunktes P.

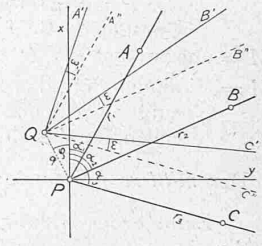

Abb. 2.

Wir setzen voraus, dass die Einstellungsfehler als verschwindend angenommen werden können, sodass die Visurstrahlen QA', QB' und QC' von dem fehlerhaft bestimmten Punkte aus unter sich dieselben Winkel $(\alpha_3 - \alpha_2)$ und $(\alpha_2 - \alpha_1)$ einschliessen, wie die fehlerlosen Strahlen PA, PB, PC.

Wird durch Q ein neues System von Linien QA'', QB'', QC'' bezw. zu PA, PB, PC parallel gezogen, so bilden diese Linien überall den selben, von der fehlerhaften Orientierung des Messtisches herrührenden Winkel ω mit den Richtungen QA', QB', QC'.

Die Perpendikel von A auf QA', von B auf QB' und von C auf QC' können als die zusammengesetzten, mit der nämlichen Genauigkeit gegebenen wirklichen Beobachtungsfehler angesehen werden. Bezeichnet man daher diese Fehler, die zum Teil aus fehlerhafter Tischorientierung, zum Teil aus Zeichnungsfehlern bestehen, mit v_1, v_2, v_3, so ergeben sich bei Berücksichtigung nur der ersten Potenzen von ω und q nach Abb. 2 die Gleichungen:

$$\left.\begin{aligned} v_1 &= r_1\,\omega + q\,\sin(\varphi + \alpha_1) \\ v_2 &= r_2\,\omega + q\,\sin(\varphi + \alpha_2) \\ v_3 &= r_3\,\omega + q\,\sin(\varphi + \alpha_3) \end{aligned}\right\}$$

Wir setzen nach Abb. 2:

$$q\sin\varphi = y\,; \quad q\cos\varphi = x$$

und führen als Abkürzungen ein:

$$\cos\alpha = a\,; \quad \sin\alpha = b.$$

Obiges Gleichungssystem geht über in:

$$\left.\begin{aligned} v_1 &= r_1\,\omega + a_1\,y + b_1\,x \\ v_2 &= r_2\,\omega + a_2\,y + b_2\,x \\ v_3 &= r_3\,\omega + a_3\,y + b_3\,x \end{aligned}\right\}$$

[1]) Besprochen unter „Literatur“ in Bd. LXXI, S. 122 (9. März 1918).

Diese Gleichungen können als *Fehlergleichungen* mit den drei Unbekannten ω, x, y angesprochen werden. Wir setzen eine Ausgleichung nach der Methode der kleinsten Quadrate an, trotzdem diese nicht notwendig wäre zur Bestimmung von drei Unbekannten aus nur drei Gleichungen. Es steht uns aber nichts im Wege, gleichwohl diesen Ansatz zu machen. Er empfiehlt sich geradezu zur Bestimmung der mittleren Fehler von x und y, also in zwei zueinander senkrechten Richtungen, weil die direkte Bestimmung mit Hilfe des Gauss'schen Fehlerfortpflanzungs-Gesetzes algebraisch sehr kompliziert sein würde.

Wenn für obiges total äquivalentes Fehlergleichungssystem die Normalgleichungen und die umgewandelten Fehlergleichungen mit nur zwei Unbekannten x und y aufgestellt werden, so lassen sich die mittlern Fehler in Richtung der x- und y-Axe wie folgt ermitteln:

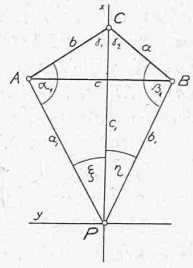

Abb. 3.

$$M_x = m_1 \sqrt{\frac{1}{[b'\,b' \cdot 1]}}$$

$$M_y = m_1 \sqrt{\frac{1}{]a'\,a' \cdot 1]}}$$

$$= M_x \sqrt{\frac{[b'\,b']}{[a'\,a']}}$$

woraus auf rein algebraischem Wege für den mittlern Punktfehler der Wert resultiert:

$$M = \frac{c_1 \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{a \cdot b \cdot \sin(\alpha_1 + \beta_1)} \cdot m_1,$$ siehe Abb. 3.[1])

M kann folgende *Grenzwerte* annehmen:

Es ist:

$M = \infty$ für P im Unendlichen

„ P auf dem Kreis durch ABC (oder auf der Geraden ABC)

$M =$ unbestimmt für P zusammenfallend mit A, B oder C.

$M =$ Minimum für das Zentrum des dem Dreieck ABC eingeschriebenen Kreises, und unter allen Dreiecken für das Zentrum des gleichseitigen Dreiecks.

Der *mittlere Fehler der Gewichtseinheit* $m_1 = \sqrt{\frac{[p\,v\,v]}{n - u}}$.

Zufolge des widerspruchlosen Systems werden v_1, v_2 und v_3 je $= 0$. Ferner ist die Zahl der überschüssigen Elemente $n - u = 0$. Es kann also m_1 auf diesem Wege nicht ermittelt werden.

Mit Hilfe praktischer Versuche, wie sie von der Schweiz. Landestopographie in Bern ausgeführt worden sind, lässt sich m_1 wie folgt ermitteln:

Für ein bestimmtes Lageverhältnis der vier Punkte A, B, C und P sind die Differenzen zwischen dem rechnerisch und dem graphisch bestimmten Neupunkt Δ_x und Δ_y. Da die rechnerischen Koordinaten gegenüber den graphisch bestimmten als fehlerlos anzusehen sind, können die Werte Δ_x und Δ_y als die wahren Koordinatenfehler und

$$\varepsilon = \pm \sqrt{\Delta_x^2 + \Delta_y^2}$$

als wahrer Punktfehler angesprochen werden.

m_1 lässt sich nun ermitteln aus:

$$M = \pm \sqrt{\frac{[\varepsilon\,\varepsilon]}{n}} = \frac{c_1 \sqrt{a^2 + b^2 + c_2}}{a \cdot b \cdot \sin(\alpha_1 + \beta_1)} \cdot m_1$$

Es ergibt sich:

a) Für Masstab 1 : 10000
$m_1 = \pm (0{,}077 \pm 0{,}008)$ *mm*

b) Für Masstab 1 : 25000
$m_1 = \pm (0{,}066 \pm 0{,}007)$ *mm*

c) Für Masstab 1 : 50000
$m_1 = \pm (0{,}054 \pm 0{,}006)$ *mm*

d) Für Masstäbe 1 : 50000 und 1 : 25000 im Mittel:
$m_1 = \pm (0{,}060 \pm 0{,}007)$ *mm*

[1]) Vergl.: *Andrä* in «Astronom. Nachrichten» Nr. 1117 Bd. 47.

II. Graphische Bestimmungen der Punktgenauigkeit.

Der im vorhergehenden Abschnitt angegebene Wert

$$\text{für } M = \frac{c_1 \sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{a \cdot b \cdot \sin(\alpha_1 + \beta_1)}\, m_1$$

kann auf Grund von Abb. 3 wie folgt geschrieben werden:

$$M = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{a_1 \sin\eta + b_1 \sin\xi - c_1 \sin(\xi + \eta)} \cdot m_1 = \frac{Z}{N} \cdot m_1$$

Der Wert des *Zählers* Z ergibt sich aus den Dreieck-Abmessungen als Hypothenuse eines rechtwinkligen Dreiecks mit den Katheten c und p, wobei p wiederum Hypothenuse eines rechtwinkligen Dreiecks mit a und b als Katheten ist.

$Z = AE$ (nach Abb. 4).

Zur Bestimmung des *Nennerwertes* N wird die Strecke a_1 der einen Aussenvisur um P gedreht und auf der andern Aussenvisur abgetragen. Analog wird b_1 auf dieser zweiten Aussenvisur um P gedreht und auf der ersten abgetragen. Von den neuen Endpunkten F und G werden die Lote auf die Mittelvisur gefällt.

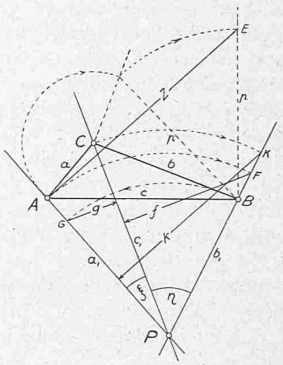

Abb. 4.

Die Strecke c_1 auf der Mittelvisur wird um P gedreht und auf einer der beiden Aussenvisuren abgetragen. Vom Endpunkt K aus fällen wir das Lot k auf die andere Aussenvisur.

1. $f + g + k = N$ für P innerhalb des Dreiecks ABC.
2. $f + g - k = N$ für P ausserhalb des Dreiecks ABC.

wobei f, g und k als positive Strecken einzusetzen sind.

Erläuterung: Winkel ξ und Winkel η liegen immer zwischen 0^0 und 180^0. Sin ξ und sin η sind somit immer *positiv*, also sind die Strecken

$$a_1 \sin\eta = f \quad \text{und} \quad b_1 \sin\xi = g$$

immer positiv.

Zur Diskussion von k unterscheiden wir zwei Fälle:

1. P innerhalb des Dreiecks ABC:
dann ist $(\xi + \eta) > 180^0$
somit $k = c_1 \sin(\xi + \eta)$ negativ;

2. P ausserhalb des Dreiecks ABC:
$(\xi + \eta) < 180^0$
somit $k = c_1 \sin(\xi + \eta)$ positiv.

Zur Konstruktion von Z und N brauchen die in Abb. 4 eingezeichneten Hilfslinien (Kreisbögen und Lote) gar nicht notwendigerweise gezeichnet zu werden.

Die Konstruktion kann mit Zirkel und Winkel genügend genau durchgeführt werden, ohne dass ein einziger Bleistiftstrich gezogen werden muss.

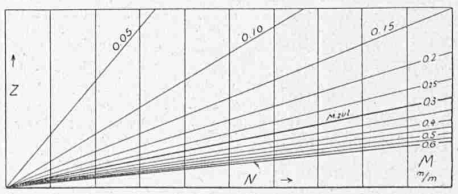

Abb. 5.

Wird in einem rechtwinkligen Koordinatenkreuz $x = N$ und $y = Z$ aufgetragen, so ergibt sich $\frac{Z}{N} = \frac{M}{m_1} = tg$ des Neigungswinkels des Strahles vom Koordinatennullpunkt durch den Punkt (x, y). In Abb. 5 sind nun für verschiedene Werte von Z und N die entsprechenden Neigungen konstruiert worden. Mit Hilfe dieses einfachen

Nomogrammes kann für beliebige Zähler- und Nennerwerte sofort der korrespondierende Wert für $\frac{M}{m_1}$ bezw. M direkt abgelesen werden.

Will man nicht die Punktgenauigkeit als solche bestimmen, sondern nur nachprüfen, ob der vorliegende Fall innerhalb einer bestimmten Genauigkeitsgrenze liegt, so kann aus dem Verhältnis $\frac{Z}{N}$ ohne Rechnung sofort entschieden werden, ob M zulässig ist oder nicht.

Für $M_{zul} = 0{,}3\ mm$ und

$$m_1 = 0{,}06\ mm$$

folgt

$$\frac{Z}{N} \cdot 0{,}06 = 0{,}3$$

$\frac{Z}{N} \leqq 5$ wenn M_{zul} nicht überschritten werden soll. z. B. in Abbildung 4:

$$\frac{Z}{N} = \frac{5{,}7}{0{,}05} > 5,$$

somit weit ausserhalb der Grenze. (Forts. folgt.)

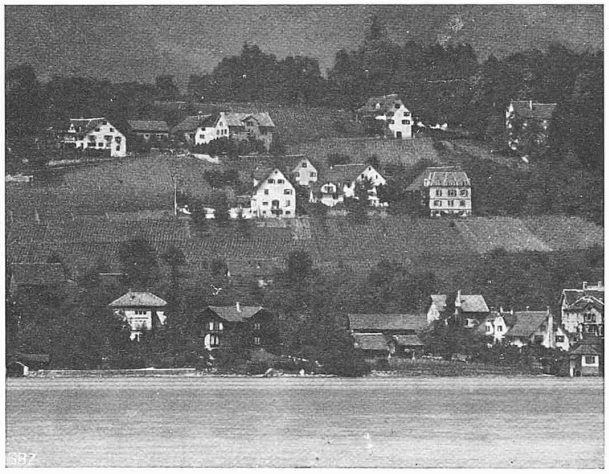

Abb. 1. Gesamtbild vom See aus, Fernobjektiv-Aufnahme von 1907.

Das „Maiensäss" in Kilchberg

ein bürgerliches Wohnhaus am Zürichsee.

Erbaut 1906 durch *Pfleghard & Häfeli*, Architekten, Zürich.

(Mit Tafeln 9 bis 12.)

„Wen Gott lieb hat, dem schenkt er ein Haus am Zürichsee", sagt ein landläufiger Spruch. In dieser angenehmen Lage befand ich mich vor 12 Jahren, kurz vor meinem Uebertritt aus der Praxis in die Redaktion der Bauzeitung. Wir bewohnten damals ein altes Haus neben der frühern Zürcher Porzellan-Fabrik im Schooren, dicht am See (in Abbildung 1 am Bildrand rechts), ein typisches Zürcher Giebelhaus mit rebenumrankten Reihenfenstern gegen Süden, grossem, blaubemaltem Stubeofen, eine etwas altertümliche, aber darum umso gemütlichere Bude. Die Kinder gediehen darin vortrefflich, trotz der baupolizeiwidrigen Stubenhöhe von bloss 2,10 *m*; die störte uns wenig, nur wuchsen die Räume leider nicht mit der Kopfzahl der Familie, was zum Wohnungswechsel zwang, so lieb das alte Haus auch geworden. Der Gedanke des Hausbaues erwachte, wurde mit den befreundeten Architekten erwogen und schliesslich in die Tat umgesetzt.

Abb. 2. Gesamtbild des „Maiensäss" von oberhalb, aufgenommen im Sommer 1918.

Dabei tauchte gar bald die „Stil"-Frage auf. Sie war bald erledigt: Der Stil ist Nebensache; das Haus soll so gemütlich sein wie das alte, nur geräumiger, den Bedürfnissen einer etwa zehnköpfigen Familie entsprechend. Nunmehr äusserten die Architekten den Wunsch, diese Gelegenheit benützen zu dürfen zu dem *Versuch*, das alte Zürcher Giebelhaus zu neuem Leben zu erwecken, nicht durch blosses Nachahmen seiner äussern Formen, sondern durch innerliche Uebereinstimmung mit dem *Geist*, der es aus Bedürfnis und Bauerfahrung im Lauf der Zeiten zum *Typus* entwickelt hat, der den klimatischen Verhältnissen am besten entspricht.

Wir waren sogleich einverstanden, das Versuchsobjekt zu bilden; wir wollten helfen, eine neue Lösung zu suchen durch bewusstes und bescheidenes Anknüpfen an die örtliche Bautradition, wobei allerdings der Architekt ein erhebliches Mass von Selbstverleugnung inbezug auf freie Kunstbetätigung auf sich nehmen musste. Das bezieht sich namentlich auf die äussere Erscheinung des Hauses, die sich übrigens aus der Lage des Bauplatzes ergab, mitten in Reben, umgeben von lauter derartigen Giebelhäusern (Abb. 1); es sollte demonstiert werden gegen ein weiteres Verderben des einheitlichen Bildes durch sog. „Stil-Villen", aufs Land verpflanzte Stadthäuser, wie sie damals in und um Zürich noch gang und gäb waren.

Noch ein Wort zum Namen des Hauses. Maiensäss nennt man in Graubünden, der engern Heimat des Bauherrn, die Bergheime in halber Höhe der Alpen, die dort im Frühjahr und Herbst als Uebergangs-Wohnsitze dienen. Auch unser „Maiensäss" liegt in halber Höhe des Bergrückens am See, was die Bezeichnung, abgesehen vom symbolischen Sinn, nahe legte. Es sollte ein handfestes *Haus* werden für fröhliche Kinderjahre eines zahlreichen Nachwuchses, der alle gesundheitlichen und erzieherischen Vorteile naturgemässen einfachen Landlebens in vollen Zügen sollte geniessen können. Ein Haus, dessen Räume fürs ganze Leben die Erinnerung an eine sonnige, glückliche Jugendzeit im Elternhaus einprägen sollen. Das war die geistige Leitlinie für den Entwurf.

Da auch bei uns (wie in den Konkurrenz - Programmen) der Kostenpunkt einen Hauptfaktor bildete, wurde ein sorgsam erwogenes *Bauprogramm* aufgestellt. Wir gingen dabei vom Erprobten aus, d. h. vom Grundriss des alten Hauses, das sich als behagliches, warmes Nest bewährt hatte und dessen Mängel leicht zu vermeiden schienen