Objekttyp: **TableOfContent**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **103/104 (1934)**

Heft 4

PDF erstellt am: **24.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

INHALT: Ueber eine nicht-harmonische Schwingung. — Der Studio-Neubau des „Radio-Zürich". — Fernsehen mit Kathodenstrahlen. — Mitteilungen: Der Grossfunksender Berlin. Drahtlose Kurzwellen-Verbindung über die Meerenge von Calais. Der Schweizerische Wasserwirtschaftsverband. „Goudron fillerisé". Die Reklame an der Landstrasse. Dieselelektrische Motorwagenzüge in Holland. Die Bauten für die Weltausstellung in Brüssel 1935. Wasserbaulaboratorium in Leningrad. Das Corsotheater in Zürich. — Nekrologe: Emil Usteri-Faesi. — Literatur: Schiess- und Sprengstoffe. Eingegangene Werke.

Band 104 Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich. **Nr. 4**
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet.

Ueber eine nicht-harmonische Schwingung.

Von Prof. Dr. ERNST MEISSNER, E. T. H., Zürich.

Unter dem Titel: „Ueber einige Methoden der Nicht-Linearen Mechanik in ihren Anwendungen auf die Theorie der nicht-linearen Resonanz" ist kürzlich hier[1]) eine Arbeit von *Kryloff* und *Bogoliuboff* erschienen, die sich u. a. mit der näherungsweisen Lösung einer Differentialgleichung befasst, wie sie bei Schwingungen mit nicht-linearem Elastizitätsgesetz auftritt.

In den nachfolgenden Zeilen will ich zeigen, dass die von mir entwickelte graphische Integrationstheorie[2]) sich sehr gut eignet, die Lösung herzustellen, zu überblicken und Näherungsausdrücke dafür anzugeben.

1. *Die Eigenschwingungen.*

Es handelt sich darum, die Funktion $x(t)$ zu bestimmen aus der Beziehung

$$\frac{d^2x}{dt^2} + P(x) = 0$$

wo $P(x)$ ein nicht lineares Kraftgesetz nach Art der Abb. 1 ist. Man hat also

$$\frac{d^2x}{dt^2} + n^2 x = \begin{cases} -h & \text{wenn } x > 0 \\ +h & \text{wenn } x < 0 \end{cases}$$

Durch $u = n\,t$

wird ein neues Zeitmass eingeführt, und es werden Ableitungen nach u mit Strichen bezeichnet. Es geht $x(t)$ in eine Funktion $p(u)$ über, und man hat

$$\begin{aligned} p'' + p &= -\frac{h}{n^2} = -\delta \quad \text{wenn } p > 0 \\ p'' + p &= +\delta \quad \text{wenn } p < 0 \end{aligned} \qquad (1)$$

Es gilt jetzt, das Linienbild dieser Funktion zu konstruieren. Aber $p'' + p = \varrho$ bedeutet gerade dessen Krümmungsradius. Die Beziehungen (1) sagen also einfach aus, dass dieser streckenweise konstant ist und jedesmal sein Vorzeichen wechselt, wenn p durch Null geht, d. h. wenn vom Anfangspunkt O aus eine Tangente an das Linienbild gezogen werden kann. Dem entsprechend setzt es sich aus einer Reihe von Kreisbögen vom Halbmesser δ zusammen und wird folgendermassen konstruiert:

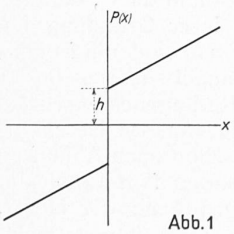

Abb. 1

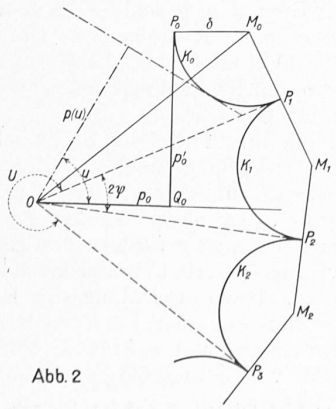

Abb. 2

[1]) S B Z, Band 103, S. 255* und 267* (Nr. 22, 23 vom 2. und 9. Juni 1934).

[2]) S B Z, Band 62, Nr. 15 und 16 (11./18. Oktober 1913); Bd. 84, Nr. 23 und 24 (6./13. Dez. 1924); Bd. 98, Nr. 23 und 26 (5./26. Dezember 1931); Bd. 99, Nr. 3, 4 und 13 (16./23. Januar und 26. März 1932), (auch im Sonderdruck erschienen).

Für $u = 0$ seien p_0 und p'_0 die vorgeschriebenen Anfangswerte. Dadurch ist (Abb. 2) der Anfangspunkt P_0 des Linienbildes bestimmt ($OQ_0 = p_0$; $Q_0 P_0 = p_0'$). Unter der Annahme $p > 0$ ist jetzt der Krümmungsradius $\varrho = -\delta$ und der Kreis K_0 mit M_0 als Zentrum ist zunächst Linienbild und zwar bis zur Tangente OP_1 von O aus, wo $p = 0$ wird. Hier wechselt mit p auch ϱ das Vorzeichen, und wir erhalten als Fortsetzung den Kreis K_1 mit M_1 als Mittelpunkt ($P_1 M_1 = \delta$). Dieser gilt, bis p zum zweiten Male gleich null wird (in P_2), worauf der Krümmungsradius wieder sein Vorzeichen wechselt und so fort.

Das Linienbild besteht also aus den Kreisbögen $P_0\,P_1\,P_2\,P_3$. Demnach ist für alle Anfangsbedingungen die Lösung periodisch, und die Periode U ist die Ergänzung zu 2π vom Doppelten des Winkels 2ψ, unter dem der Bogen $P_1\,P_2$ von O aus gesehen wird. *Die Periode ist demnach von der Lage von O zum Diagramm, d. h. von den Anfangsbedingungen abhängig.*

Man hat

$$\psi = \arc\sin\frac{P_1 M_0}{O M_0} = \arc\sin\frac{\delta}{\sqrt{(p_0+\delta)^2 + p_0'^2}} =$$

$$= \arc\sin\frac{h}{\sqrt{(p_0 n^2 + h)^2 + n^4 p_0'^2}}, \quad U = 2\pi - 4\psi$$

also

$$U = 4 \arc\cos\frac{\delta}{\sqrt{(p_0+\delta)^2 + p_0'^2}}$$

Für $p_0 = A$; $p_0' = 0$ folgt der im erwähnten Aufsatz angegebene Wert. Da der Winkel 2ψ der zwei von 0 ausgehenden Kreistangenten kleiner als π ist, so ist

$$0 < 4\psi < 2\pi, \quad \text{ebenso } 0 < U < 2\pi \quad \text{und} \quad n < \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Die Abb. 3 zeigt, wie das Linienbild im Fall $p_0 < 0$ aussieht. Der erste der Kreisbögen ist nach der entgegengesetzten Seite offen. Zu bemerken bleibt, dass für die anfängliche Ruhelage ($p_0 = 0$; $p'_0 = 0$) die Lösung nicht definiert ist, wie es der Unbestimmtheit der Restitutionskraft für diesen Fall entspricht (Abb. 1).

2. *Die Näherungslösung.*

Wir betrachten jetzt den Fall, wo die Grösse δ klein ist gegen den Ausdruck $\sqrt{p_0^2 + p_0'^2}$. Wir haben es alsdann mit heftigen Schwingungen zu tun. Das Linienbild hat jetzt die Form eines fein gezähnten Kreises (Abb. 4). Man kann die Makrostruktur des Integrals erfassen, wenn man jeden der kleinen Zähne durch einen mittleren Punkt Π ersetzt, vorausgesetzt, dass man die Werte von u auf ein Intervall der Grösse U beschränkt. Für das nächstfolgende Intervall U wäre alsdann der Punkt Π um zwei Zähne nach rückwärts zu verlegen. Es ist deshalb möglich, die Näherungslösung auf jeden Wert von u auszudehnen. Man hat nur den Punkt Π auf dem Kreise K^* von Zahn zu Zahn gleichförmig rückwärts laufen zu lassen, und zwar muss

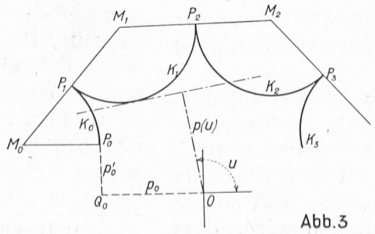

Abb. 3

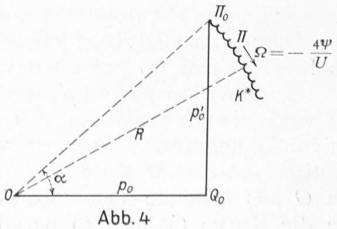

Abb. 4