Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 107/108 (1936)
Heft: 3

Artikel: Die Forster-Verzahnung und ihre Herstellung
Autor: Forster, Albert
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-48235

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 12.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Tabelle I für veränderliches J.

Spannungen	Beiwert K								
	0	50	100	200	500	1000	2000	5000	10,000
σ_0	10,000	1,816	1,549	1,351	1,153	1,087	1,042	1,018	1,009
σ_1	—	1,578	1,402	1,248	1,118	1.062	1,032	1,013	1,005
σ_2	—	1,000	1,015	1,012	1,009	1,003	1,002	1,000	1,000
σ_3	—	0,150	0,400	0.623	0,822	0,906	0,952	0,981	0,992
Multiplikator					$\times\,\sigma$				

Tabelle II für konstantes J.

Spannungen	Beiwert K								
	0	50	100	200	500	1000	2000	5000	10,000
σ_0	10,000	1,603	1,366	1,207	1,090	1,045	1,027	1,009	1,006
σ_1	—	1,442	1,275	1,155	1,068	1,035	1,017	1,007	1,003
σ_2	—	0,991	0,997	0,999	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
σ_3	—	0,366	0,606	0,777	0,902	0,950	0,974	0,990	0,995
Multiplikator					$\times\,\sigma$				

Wenn die Kragplatten des Fundamentes in je drei Teile aufgelöst werden, wird man ein Gleichungssystem mit drei Unbekannten erhalten. In Abb. 3a sind die Abmessungen des Fundamentes eingezeichnet. Die Breite des Fundamentes beträgt b; da die Mauerstärke 0,1 b ist, haben die Kragplatten eine Breite von 0,45 b und die einzelnen Lamellen eine solche von 0,15 b. Die Durchführung der Rechnung ergibt die drei Unbekannten σ_1, σ_2 und σ_3 (Abb. 3b), deren Werte nach Lösung der Gleichungen sind:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{K^2 + 135\,K + 358}{K^3 + 69\,K^2 + 140\,K + 9}\,K\sigma \\ \sigma_2 &= \frac{K^2 + 74\,K - 111}{K^3 + 69\,K^2 + 140\,K + 9}\,K\sigma \\ \sigma_3 &= \frac{K^2 - 32\,K + 17}{K^3 + 69\,K^2 + 140\,K + 9}\,K\sigma \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \quad (5)$$

worin $\sigma = \frac{Q}{b\,l}$, $K = \frac{2000\,E}{B}\,\frac{h_0^3}{b^4}$

Da ferner die Gleichung

$$\sigma_0 = 10\,\sigma - 3\,\sigma_1 - 3\,\sigma_2 - 3\,\sigma_3 \quad . \; . \; . \quad (6)$$

die Unbekannte σ_0 ergibt, sind sämtliche Bodendrücke bekannt, und das Bild der Bodendrücke kann aufgezeichnet werden.

Falls $K = 0$, d. h. $B = \infty$, ist der Grundboden so fest, dass selbst ein unendlich grosser Bodendruck keine Einsenkung hervorrufen kann; in diesem Fall werden σ_1, σ_2 und σ_3 verschwinden, und $\sigma_0 = 10\,\sigma$. Dies ist aber ganz natürlich, weil unter den Kragplatten gar kein Bodendruck vorkommen kann, wenn der Boden keine Einsenkung erleidet; die Kragplatten werden daher in diesem Grenzfall gar keine Belastung übernehmen. Es ist natürlich, dass dieser Grenzfall in der Praxis niemals vorkommt.

Da das letzte Glied, die Zahl 9 im Nenner der Gl. (5) die Endresultate praktisch genommen nicht beeinflussen kann, wird es vernachlässigt; die Unbekannten sind dann:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{K^2 + 135\,K + 358}{K^2 + 69\,K + 140}\,\sigma \\ \sigma_2 &= \frac{K^2 + 74\,K - 111}{K^2 + 69\,K + 140}\,\sigma \\ \sigma_3 &= \frac{K^2 - 32\,K + 17}{K^2 + 69\,K + 140}\,\sigma \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \quad (7)$$

Auf Grund der Gl. (7) und (6) sind die Unbekannten für verschiedene K-Werte berechnet, und in *Tabelle I* eingetragen. Es ist ersichtlich, dass die Verteilung des Bodendrucks gleichmässiger wird, wenn der Beiwert K grösser ist, d. h. wenn der Boden grössere Einsenkungen zulässt.

Wenn die Höhe des Fundamentes in seiner ganzen Breite gleich bleibt (Abb. 5) wird das Trägheitsmoment konstant, sonst ist die ganze Berechnung unverändert. Die Gleichung 6 ist gültig, und an Stelle der Gl. 7 wird man folgende Gleichungen erhalten:

$$\left.\begin{aligned} \sigma_1 &= \frac{K^2 + 68\,K + 44}{K^2 + 32\,K + 18}\,\sigma \\ \sigma_2 &= \frac{K^2 + 32\,K - 21}{K^2 + 32\,K + 18}\,\sigma \\ \sigma_3 &= \frac{K^2 - 20\,K + 5}{K^2 + 32\,K + 18}\,\sigma \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \quad (8)$$

Auf Grund der Gleichungen 8 und 6 sind die Unbekannten für verschiedene K-Werte berechnet und in *Tabelle II* eingetragen worden.

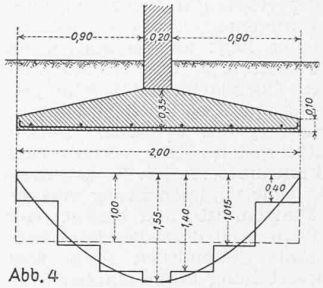

Abb. 4

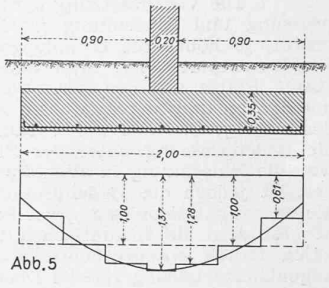

Abb. 5

Wenn eine grössere Genauigkeit erforderlich ist, muss man eine grössere Anzahl Lamellen annehmen, und mit einer grösseren Anzahl von Unbekannten rechnen.

Zahlenbeispiel. Die Belastung eines Fundamentes gemäss Abb. 4 betrage 20 000 kg/m, es ist die Verteilung des Bodendruckes zu bestimmen, unter der Voraussetzung, dass die Bettungsziffer B den Wert 65 kg/cm³ habe. Da in diesem Falle $E = 140\,000$ kg/cm², wird

$$K = \frac{2000 \times 140\,000 \times 35^3}{65 \times 200^4} = 99 \simeq 100$$

Mit Rücksicht darauf, dass $\sigma = \frac{20\,000}{100 \times 200} = 1{,}00$ kg/cm², liefert Tabelle I die folgenden Resultate:

$\sigma_0 = 1{,}55$ kg/cm² $\sigma_1 = 1{,}40$ kg/cm² $\sigma_2 = 1{,}015$ kg/cm²
$\sigma_3 = 0{,}40$ kg/cm²

Diese Werte, wie auch die angenäherte Kurve sind in Abb. 4 aufgetragen.

Falls das Fundament gemäss Abb. 5 ausgebildet wäre, müssten die Bodendrücke der Tabelle II entnommen werden:

$\sigma_0 = 1{,}37$ kg/cm² $\sigma_1 = 1{,}28$ kg/cm² $\sigma_2 = 1{,}00$ kg/cm²
$\sigma_3 = 0{,}61$ kg/cm²

Man sieht, dass die Druckverteilung gleichmässiger ist, wenn das Fundament konstante Höhe hat, das Biegemoment der Kragplatte wird aber grössere Werte annehmen als im Falle veränderlicher Höhe der Fundamentplatte.

Die Forster-Verzahnung und ihre Herstellung.

Von Ing. Alb. Forster, Mailand.

Seit den klassischen Untersuchungen, die Ole Römer 1674 über die beste Zahnform angestellt hat, ist bis zur korrigierten Evolventenverzahnung von Maag ein weiter Weg zurückgelegt worden, der aber angesichts der immer höhern Anforderungen der Technik nicht abgeschlossen ist. Haben doch die Laufflächen der Zahnflanken eines Autogetriebes kurzzeitig spezifischen Belastungen von bis 140 kg/mm² standzuhalten, wobei sich diese Flächen gegeneinander mit einer Relativgeschwindigkeit von 5 bis 8 m/s verschieben. Man denke nur an die Aufrechterhaltung eines Oelfilms unter dieser Belastung! Beizufügen ist, dass die Laufflächen zementiert sind und eine Rockwellhärte von etwa C 60 besitzen. Die Umdrehungsgeschwindigkeit der Motoren wird weiter erhöht. So fordert man für Antriebe von Kompressoren für Höhenflugmotoren Drehzahlen von über 20 000 U/min! Ein anderes Beispiel: Die Schnittgeschwindigkeit der Werkzeuge wird ständig erhöht. Sollen infolgedessen nicht die Vibrationen grösser und dadurch die Standzeit des Werkzeuges kleiner werden, so ist die Verzahnung so zu verbessern, dass sie eine ebenso «weiche» Kraftübertragung bewirkt wie ein Riementrieb. Ein Zahnrad kann zwar einen recht «weichen» Gang haben und dennoch bei höheren Umdrehungszahlen ein beträchtliches Ge-

Die Forster-Verzahnung und ihre Herstellung

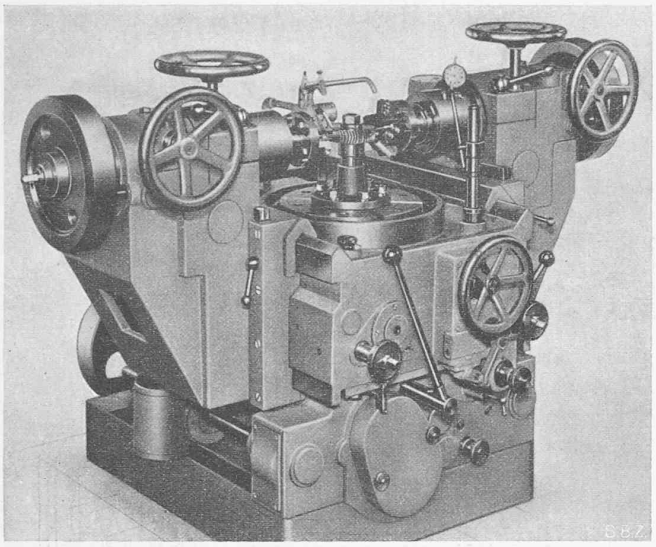

Abb. 3. Forster Zahnrad-Fräsmaschine.

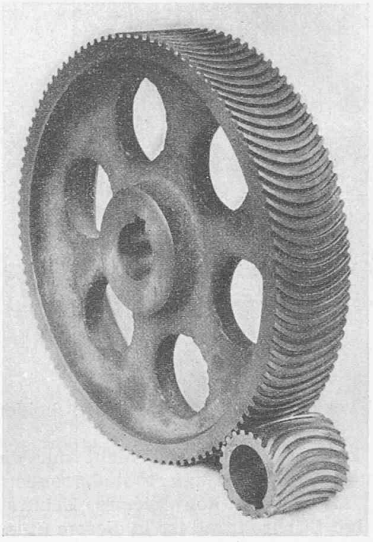

Abb. 1. Forster-Zahnräder.

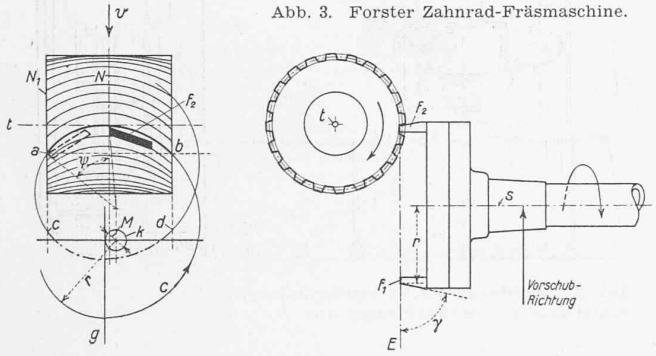

Abb. 2. Herstellungsprinzip der Zahnflanken.

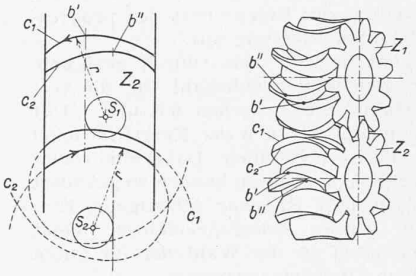

Abb. 4. Herstellung von Satzrädern mit der Forster Fräsmaschine (schematisch).

räusch verursachen. Eine weiche Uebertragung findet dann statt, wenn nur geringe Eingriffstösse der Zähne vorkommen. Geräusche hingegen rühren vorzugsweise von auf den Teilkreis verteilten periodischen Teilfehlern her.

Um den genannten Anforderungen zu genügen, muss in erster Linie verlangt werden, dass die zur Herstellung der Zahnflanken verwendete Maschine die gewünschte Profilkurve kinematisch streng ausführt. Dies gilt auch für die Längskrümmung der Zahnflanken der hier zu besprechenden Zahnräder (Abb. 1).

Bei der Herstellung der Zahnflanken (Abb. 2) rotiert das Werkstück gleichförmig um die Axe t, die Schneidestähle f_1, f_2 .... um die Axe s — von einer gleich zu besprechenden langsamen Verschiebung abgesehen. Es ist hier nicht der Ort, mit aller Genauigkeit zu schildern, wie bei diesem Schneideprozess die gewünschten Zahnflankenlinien, d. h. die Schnitte der Zahnflanken mit Kreiszylindern um die Axe t zustandekommen. Die Ebene E des von einem Punkt der Schneidekante beschriebenen Kreises berührt eine solche Zylinderfläche, die mit der Umfanggeschwindigkeit v rotiere. Zur Vereinfachung der Darstellung denke man sich diese Zylinderfläche in die Ebene E aufgewickelt und mit der Translationsgeschwindigkeit v in ihr geradlinig verschoben. Auf dieser gleichförmig bewegten Ebene beschreibt der ins Auge gefasste Punkt des Schneidestahls eine verlängerte Zykloide, die durch Abrollen des Kreises k vom Durchmesser M (= Modul der Verzahnung) auf der Geraden g entsteht. So erhält man die «abgewickelte» Zahnflankenlinie $a\ b$.

Würden die beiden Drehzahlen genau so gewählt, dass immer dann, wenn ein neuer Schneidestahl die Lage des vorhergehenden einnimmt, das Werkstück sich genau um eine Zahnteilung verdreht hat, so würden die Schneidestähle nur eine einzige Tangente des Zahnprofils ausschneiden. Sie schneiden das gewünschte Evolventenprofil heraus, wenn die Drehaxe s, entsprechend einer etwas verringerten (oder vergrösserten) Drehzahl des Werkstücks, einen geringen konstanten Vorschub in der eingezeichneten (bezw. entgegengesetzten) Richtung erfährt.

Die Evolventen, in denen der Zahn $a\ b$ von Ebenen senkrecht zur Axe t geschnitten wird, sind nicht durch exakt gleiche Grundkreise erzeugt. So ist für den Grundkreis der in der Ebene N gelegenen Evolvente der Neigungswinkel γ der Schneidekante massgebend, für jenen der in der Ebene N_1 gelegenen Evolvente aber der Neigungswinkel γ_1 der Schnittkurve der von der Schneidekante bei ihrer Relativbewegung erzeugten Fläche mit der Ebene N_1:

$$tg\ \gamma_1 = tg\ \gamma \cdot \cos\ \psi.$$

Der Grundkreisradius der in N_1 gelegenen Evolvente ist demnach kleiner als jener des Evolventenprofils in N. Da beim Durchlaufen der Zahnflankenlinie ψ stetig wächst, verändert sich der Grundkreis für alle zwischen N und N_1 liegenden Normalschnitte stetig. Es ist zu beachten, dass die einzelnen Linienelemente einer Schnittkante die Normalebene N_1 nicht gleichzeitig passieren, sondern im Laufe einer allerdings sehr kurzen Zeit, während der sich das Werkstück ein wenig verdreht. Dies gilt für alle Normalschnitte, ausgenommen den Schnitt N. Die bezüglichen Evolventen werden daher, wenn alle Schneidekanten um den selben, von 90° verschiedenen Winkel geneigt sind, alle ein wenig deformiert. Hier darzulegen, wie nach dem Verfahren des Verfassers durch Verwendung mehrerer, in bestimmter Sequenz aufeinander folgender Messer von wachsendem Neigungswinkel γ in allen Normalschnitten durch den Radkörper sich praktisch gleiche Evolventen abwickeln lassen, würde zu weit führen.

Das soeben Gesagte gilt aber für einen Fall nicht, wenn man nämlich $\gamma = 90^0$ wählt. Dann erhalten die Evolventen sämtlicher Normalschnitte den gleichen Grundkreis ($\gamma_1 = \gamma = 90^0$) und werden s t r e n g richtig, da jetzt alle Linienelemente der Schnittkante gleichzeitig in jeden Normalschnitt gedreht werden. Alle Normalschnitte sind kongruente Evolventen, und ein korrekter Eingriff mit einem ebensolchen Gegenrad ist gesichert, sofern die beiden Räder auch hinsichtlich der Längskrümmungen entsprechender Punkte der Linie $a\ b$ übereinstimmen.

Offenbar ist das Kurvenstück a—b zur Radmittelebene N nicht symmetrisch. Man kann zu dem «rechten» Rad von Abb. 2 ein «linkes» schneiden, indem man den Umdrehungssinn des Werkstückes beim Herstellen des Gegenrades umkehrt. Dadurch wird eine zur Zahnflanke $a\ b$, Abb. 2, spiegelbildliche Zahnflanke erzeugt, die mit jener, nach Drehung des Gegenrades um 180°, beim Abrollen in Punkten gleicher Längskrümmung zur Berührung kommt.

Mit der in Abb. 3 gezeigten Maschine kann man aber Räder erzeugen, die zugleich auch als Gegenräder dienen können. Damit werden etwa vorkommende Ausführungsfehler beim Links- und Rechtsschneiden ausgemerzt. Die Messer sind bei dieser Maschine auf zwei Werkzeugspindeln verteilt. Während die Fertigschneiden der einen Werkzeugspindel S_1, Abb. 4, die Rechtsflanke eines jeden Zahnes herausbilden, wird die Linksflanke der Zähne gleichzeitig von den Schneiden der Werkzeugspindel S_2 hergestellt. Es ergeben sich die spiegelbildlichen Zykloiden c_1 und c_2. Wird ein derart geschnittenes Zahnrad Z_1 mit einem gleichgeschnittenen Rad Z_2 (nach Drehung um 180°) zum Eingriff gebracht, so stimmen in allen Berührungspunkten, z. B. b' und b'' die Krümmungen überein. Diese Zahnräder sind also zugleich auch Satzräder. Sie besitzen ferner — wie hier nicht näher bewiesen werden soll — die wertvolle Eigenschaft, dass, wie bei den gewöhnlichen Evolventenrädern, ein

Abb. 2. «Twin Coach», 40-plätzig, als Trolleybus.

Abb. 4. Yellow Coach-Omnibus, 40 Plätze, mit Heckmotor, nach Abb. 3.

korrekter Eingriff auch bei vergrösserter Axdistanz der beiden Zahnräder gewahrt bleibt.

Das so geschnittene Zahnrad wird, weil nicht nur die Profilkurven der Flanken zu einander konjugiert sind, sondern auch die Flankenlinien c_1, c_2, als «doppelt-konjugiertes» Zahnrad bezeichnet. Jedes geradflankige Stirnzahnrad ist in diesem Sinne doppelt konjugiert, nicht aber das «Schraubenrad». Im Gegensatz zu diesem tritt bei dem hier besprochenen Rad keine Axialkomponente der übertragenen Kraft auf. Beide Radarten weisen als erwünschte, geräuschvermindernde Eigenschaft den progressiven Zahneingriff in der Zahnlängsrichtung auf.

Aus dem Gesagten geht hervor, dass (durch geeignete Wahl der Drehzahlen) der gleiche Schneidestahl für die verschiedensten rationalen Moduln (z. B. zwischen 9/5 und 3 1/3) dienen kann. Mit dem Grundmodul ist auch der Eingriffswinkel beliebig mit dem selben Werkzeug herstellbar. Dabei sind weder Zahnhöhe noch Zahndicke festgelegt, sondern können so geändert werden, wie es die für das jeweilige Radpaar günstigsten Eingriffsverhältnisse verlangen. Dieses Zahnradverfahren bietet demnach vermehrte Möglichkeiten in der Wahl der für guten Gang der Zahnräder wichtigen Dimensionierungen.

Moderne amerikanische Motor-Omnibusse für Stadtverkehr.

Im modernen Omnibus für den Stadt- und Ueberlandverkehr prägt sich gegenwärtig auch in Europa immer mehr die amerikanische Tendenz aus, den Platz über der Vorderachse in den Wagenraum einzubeziehen und den Motor so anzuordnen, dass er mit der rationellen Einteilung des Innenraumes nicht in Konflikt kommt. Es haben sich vor allem zwei Typen durchgesetzt, der Omnibus mit seitlich am Längsträger aufgehängtem Motor, und neuerdings der Wagen mit Heckmotor. In beiden Fällen wird der Motor mit stehenden Zylindern so gebaut, dass alle Hilfsmaschinen und Teile, die zugänglich sein müssen, auf der von aussen erreichbaren Seite angebracht sind.

Bei der Aufhängung des Motors im Heck, und zwar in Querlage, die durch das üblich gewordene schräge Herunterziehen der Rückwand nahegelegt wird, lässt sich der Motorraum bis unter das Sitzpolster der hintersten Querbank heraufführen (Abb. 1). Dabei ist eine normale, in zwei Stufen bequem ersteigbare Bodenhöhe des Wagens (rd. 70 cm) vorausgesetzt. Beim Omnibus mit seitlich liegendem Motor wird die Bodenhöhe wesentlich grösser und verlangt drei Einstieg-Stufen, es sei denn, man sehe über dem Motor eine Längsbank vor.

Im Jahre 1927 brachte die «Twin Coach» Gesellschaft in Amerika ihre ersten mit zwei Motoren ausgerüsteten Stadtomnibusse mit 40 Sitzplätzen auf den Markt. Neben ihrer besseren Raumausnützung brachten die ersten Twin Coaches die Neuerung, dass sie unter Verzicht auf den Chassisrahmen üblicher Form die Karosserie zum Tragen mit heranzogen. Aeusserlich gleichen diese Wagen dem in Abb. 2 gezeigten Trolleybus der selben Gesellschaft. Ungewohnt ist die ziemlich weit zurückversetzte Vorderachse. Wie die Zürcher Autobusse ist der Wagen für Einmannbetrieb (vorn einsteigen, hinten aussteigen) eingerichtet. Mit Hilfe zweier grosser Spiegel kann der Fahrer das Wageninnere ständig überblicken. Eine weitere Erleichterung für den Einmannbetrieb ist der vielfach übliche Zahlautomat. Je nach der Strecke müssen eine oder mehrere Münzen eingeworfen werden, wobei jedesmal eine Glocke anschlägt und eine Zähluhr die Zahl der insgesamt eingeworfenen Münzen anzeigt. Auf Ueberlandstrecken sind Billet-druckende Registrierkassen gebräuchlich.

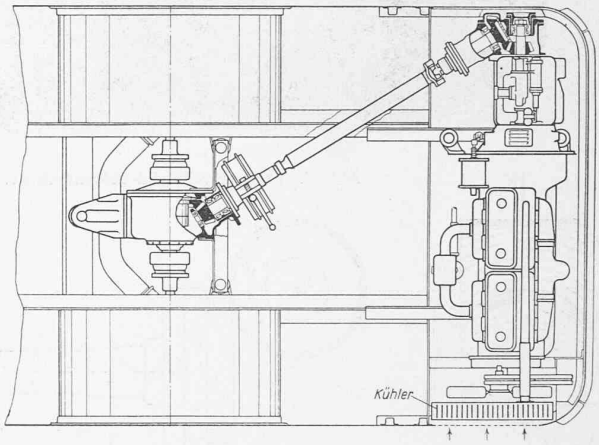

Abb. 3. Anordnung des Heckmotor-Antriebes der 40-plätzigen Yellow-Coach (nach Abb. 4).

Die meisten dieser sogenannten «Transit Type» Omnibusse besitzen, wie erwähnt, einen abgeänderten Chassisrahmen als durchgehende Längsverbindung des Bodengerippes. Die benützten Längsträger sind durchwegs viel niedriger als die üblichen Rahmenlängsträger. Anstelle der Rahmentraversen werden diese Längsträger durch die Karosserietraversen, die auch den Boden tragen, miteinander verbunden. Die Rahmenlängsträger tragen wie üblich die Feder-Supports und sind über der Hinterachse und hinten zur Aufnahme des Motors entsprechend gekröpft.

Die hauptsächlichsten Fabrikanten des «Transit Type» Omnibus sind die Twin Coach Gesellschaft und die General Motors Truck Company, deren Wagen besser unter dem Namen Yellow Coaches bekannt sind. Abb. 3 zeigt den Antrieb des in Abb. 4 abgebildeten 40-plätzigen Omnibus der Yellow Coach Co. Er erfolgt über eine kurze Kardanwelle, die von oben gesehen unter etwa 45° zum Hinterachsgehäuse führt. Das Differentialgehäuse ist am Rahmen in Gummi gelagert; die beiden Antriebswellen folgen dem Ausschlage der Hinterräder. Diese sind durch ein nahtloses gekröpftes Stahlrohr miteinander verbunden, auf das sich die Hinterfedern abstützen. Abb. 5 stellt einen 37-plätzigen modernen Wagen der Twin Coach Co. mit stromlinienförmiger Rückwand und Heckmotor dar. Der am hintern Dachende vorgesehene Lufteintritt zum Motor (vergl. Abb. 1) soll staubfreie Kühl- und Ansaugluft zuführen und ist mit Wasserabläufen ausgestattet, die eindringendes Regenwasser von der Motoranlage fernhalten.

Die selbe Firma führt auch Tiefboden-Wagen aus mit einer Einstieghöhe von nur 46 cm (Abb. 6), in denen die letzte Sitzbank allerdings nicht über dem Motor angebracht werden kann. Ungewöhnlich ist die Lage der Hinterachse, die eine Gewichtsverteilung von 4 : 6 zwischen Vorder- und Hinterachse ergibt, ferner der bei dem abgebildeten 30-plätzigen Wagen nicht weniger als 6 m betragende Radstand, der das Fahren komfortabler macht. Der minimale Drehkreisradius beträgt rd. 10 m. Die Antriebsfrage ist in neuartiger Weise gelöst: Vom Getriebe geht eine senkrechte, vertikal bewegliche und mit zweifachem Kardangelenk versehene Welle zur Hinterachse hinab. Diese ist normal ausgeführt, nur ist ihr Antriebsanschluss anstatt, wie üblich, horizontal, vertikal gestellt. — Alle Wagen der genannten Firma, vom 19-plätzigen bis zum 40-plätzigen Fahrzeug, weisen ein Gewicht von nur 160 bis 170 kg pro Sitzplatz auf. F. O.