Objekttyp: **TableOfContent**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **111/112 (1938)**

Heft 10

PDF erstellt am: **24.05.2024**

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

INHALT: Ueber eine einfache Methode zur Bestimmung von Momenten. — Fliehkraft und Verstellpropeller. — Notbrücken für grosse Spannweiten. — Landhaus am Burain in Rüschlikon. — Mitteilungen: Wärmezähler im Haushalt. Radialturbinen für Höchstdruckdampf. Höhenflug. Versuche über Durchzug an Riemenscheiben mit Kraftringen. Ein neues Wasserkraftwerk in Mittel-Schweden. Ueber «Die griechische Baukunst und der Architekt von heute». Wegleitungen für Lüftungsanlagen. Das betriebswissenschaftliche Institut an der E. T. H. Die Reichskanzlei in Berchtesgaden. — Wettbewerbe: Fernverkehrstrasse Baden-Brugg. Aufhebung des Niveauüberganges der SBB in Territet. — Literatur. — Mitteilungen der Vereine. — Sitzungs- und Vortrags-Kalender.

Band 111 Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet Nr. 10

Ueber eine einfache Methode zur Bestimmung von Momenten

Von MARTIN BAUMANN, Dipl. Ing., Zürich

Die Bestimmung von Massenmomenten ist eine Aufgabe, die der Konstrukteur häufig zu lösen hat. Beispielsweise spielt die genaue Bestimmung von Trägheits- und Deviationsmomenten eine wichtige Rolle beim Entwurf von Verstellpropellern für Luft- und Wasserfahrzeuge. An anderer Stelle[1]) wurde gezeigt, wie Momente beliebiger Ordnung, z. B. auch Massenmomente von beliebig gestalteten Körpern, auf neuartige Weise einfach ermittelt werden können. Die Methode wird hier kurz beschrieben und ihre vielseitige Verwendbarkeit an Beispielen aus dem Maschinenbau gezeigt. Eine Rechentafel (Schablone) wird angegeben, die die Berechnung wesentlich erleichtert.

Bestimmung von axialen Momenten.

Es sei das Moment beliebiger Ordnung einer Fläche F um ein beliebiges Axenkreuz, d. h. das über F zu erstreckende Doppelintegral

$$\partial = \iint_F x^m y^n \, dx \, dy$$

zu bestimmen. Darin bedeuten x und y die Abstände eines Flächenelements $df = dx\,dy$ von den beiden Axen.

Wir schreiben dieses Integral in folgender Form

$$\partial = \iint_F d\left(\frac{x^{m+1}}{m+1}\right) d\left(\frac{y^{n+1}}{n+1}\right) = \frac{1}{k_x k_y (m+1)(n+1)} \iint_{F^*} d\xi \, d\eta$$

Die hier ausgeführte Transformation (Umformung) $\xi = k_x x^{m+1}$ und $\eta = k_y y^{n+1}$ (k_x, k_y konstant) bedeutet den Uebergang von der x, y-Ebene auf eine ξ, η-Ebene, wobei das ursprüngliche Flächenstück F auf ein Flächenstück F^* (Hilfsfläche) abgebildet wird. Wenn wir dessen Inhalt — das rechts stehende Doppel-Integral — gleichfals mit F^* bezeichnen, wird

$$\partial = \frac{1}{k_x k_y (m+1)(n+1)} F^* \text{ [2])}$$

Mit k_x und k_y bezeichnen wir für das Aufzeichnen geeignete Verkürzungsbeiwerte in x- bezw. in y-Richtung.

Wir haben das einfache Ergebnis: Das über eine Fläche zu erstreckende Doppelintegral $\partial = \iint x^m y^n \, dx \, dy$ kann durch einfaches Umzeichnen der Berandungskurve an Hand der Transformationsgleichungen und Flächenbestimmungen genau gelöst werden.

Bestimmung von polaren Momenten.

Mit Hilfe der Transformation kann man auch polare Momente beliebiger Ordnung einfach ermitteln. Zum Beispiel ist das polare Trägheitsmoment eines Flächenstücks bezüglich eines Punktes 0 seiner Ebene das über das Flächenstück zu erstrekkende Integral

$$J_0 = \int_F r^2 \, df$$

Dabei bedeutet r den Abstand des Flächenelements $df = (r\,d\varphi)\,dr$ vom Bezugspunkt 0, vergl. Abb. 1.

Wir schreiben dieses Integral in folgender Form

$$J_0 = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{r_a} r^3 \, dr = \frac{1}{4} \int_0^{2\pi} r_a^4(\varphi) \, d\varphi,$$

vergl. Abb. 1. Zur graphischen Integration zeichnet man die Kurve

$$R_a(\varphi) = k_r r_a^2(\varphi),$$

wo k_r ein geeigneter Verkürzungsbeiwert in radialer Richtung ist.

Die von dieser neuen Kurve eingeschlossene Fläche (Hilfsfläche) ist

$$F^* = \frac{1}{2} \int_0^{2\pi} R^2(\varphi) \, d\varphi = \frac{1}{2} k_r^2 \int_0^{2\pi} r_a^4(\varphi) \, d\varphi$$

Somit ist

$$J_0 = \frac{1}{2 k_r^2} F^*$$

Ein Beispiel: Zur Berechnung der kritischen Drehzahlen von Kurbelwellen ist die genaue Kenntnis der polaren Massenträgheitsmomente der Einzelteile bezüglich der Drehaxe erforderlich. In Abb. 1 ist ein Kurbelarm eines Dieselmotors dargestellt. Aus Symmetriegründen braucht nur eine Hälfte der Berandung $P_{(r_a, \varphi)}$ transformiert zu werden. Zum Aufzeichnen der gestrichelt gezeichneten Kurve $P^*_{(R_a, \varphi)}$ genügt, wie auch bei den späteren Beispielen, das Ermitteln weniger Punkte. In unserem Beispiel wurde $k_r = 1/10$ gewählt. Wir erhalten $\frac{F^*}{2} = 100{,}9\,\text{cm}^2$.

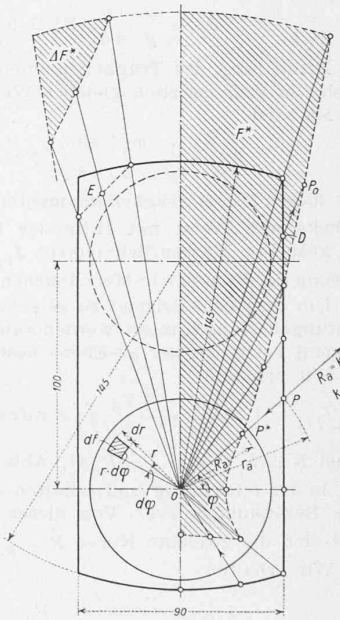

Abb. 1. Ermittlung des polaren Trägheitsmoments bezüglich O

Das polare Trägheitsmoment bezüglich des Punktes 0 wird

$$J_0 = \frac{1}{k_r^2} \frac{F^*}{2} = 10\,090\,\text{cm}^4.$$

Schon aus diesem Beispiel geht die Anschaulichkeit der Methode hervor. Schneiden wir z. B. die Ecke E am Kurbelarm weg, so wird das Trägheitsmoment um $\frac{\Delta F^*}{F^*} 100 = \frac{8{,}5}{100{,}9} \cdot 100 = 8{,}5\%$ kleiner. Dadurch kann bekanntlich die Eigenschwingungszahl der Kurbelwelle erhöht werden.

Weitere Anwendungen.

1. Ermittlung von Massenmomenten.

Je nach der Aufgabe wird man die Lösung vorteilhaft teils graphisch, teils analytisch suchen. Dies werden die folgenden Beispiele zeigen. Es sollen zunächst *die Trägheitsmomente eines Massenkörpers bezüglich der drei Raumebenen* ermittelt werden. Aus den Trägheitsmomenten kann man mit dem Mohrschen Trägheitskreis das Fliehmoment (Deviationsmoment) einfach ermitteln. Dies ist z. B. wichtig bei der Bestimmung der Ausgleichsgewichte von Verstellpropellern.

In Abb. 2 ist ein solcher Ausgleichkörper, ein Ausschnitt aus einem Umdrehungskörper mit dem Zentriwinkel φ_a, dargestellt. Die x-Axe falle mit der Propelleraxe zusammen, und eine Parallele zur y-Axe sei die Motoraxe, vergleiche Abb. 3. Die tech-

---

[1]) *M. Baumann:* Praktische Anwendungen einer allgemeinen Integrationsmethode zur Bestimmung von Momenten, «Der Stahlbau», Heft 3, 1937, Seite 22. Verlag von Wilhelm Ernst & Sohn, Berlin.

[2]) Ist a) m oder n, oder sind b) beide Zahlen ungerade, so entsprechen bei der Abbildung jedem vom Nullpunkt verschiedenen Punkt der ξ, η-Ebene a) zwei oder b) vier Punkte der x, y-Ebene. Wird z. B. im Fall $m = 1$, $n = 2$ auf den Punkt ξ, η der Punkt x, y abgebildet, so auch der Punkt $-x, y$. In diesem Fall wird das Flächenstück F nur dann *umkehrbar eindeutig* auf das Flächenstück F^* abgebildet, wenn F ganz in einer der Halbebenen $x \geqq 0$ oder $x \leqq 0$ liegt. Im Falle $m = 1$, $n = 1$ nur dann, wenn F ganz in einem Quadranten der x, y-Ebene liegt. Um eine umkehrbar eindeutige Abbildung der Flächenstücke aufeinander, bei der allein die obige Umgestaltung des Doppelintegrals erlaubt ist, zu erhalten, hat man darum nötigenfalls das Flächenstück F in höchstens vier Stücke zu unterteilen, deren jedes ganz in einer Halbebene, bezw. ganz in einem Quadranten liegt (vergl. die Beispiele an der in Fussnote [1]) angeführten Stelle). Ueber das Vorzeichen des Moments der jeweiligen Teilfläche kann kein Zweifel bestehen.