Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 123/124 (1944)
Heft: 9

Artikel: Die Berechnungen der Pfeiler aufgelöster Staumauern
Autor: Frey-Baer, Otto
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-53893

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

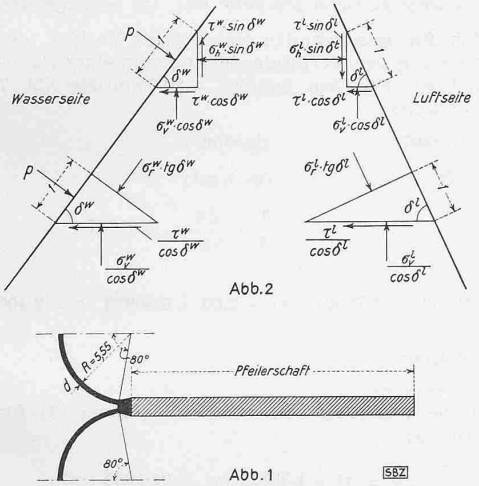
Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 15.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

INHALT: Die Berechnung der Pfeiler aufgelöster Staumauern. — Von der Organisation der wissenschaftlichen Forschung in der Schweiz. — Bericht über die bisherigen Arbeiten der Internat. Beleuchtungskommission auf dem Gebiete der Tageslichtbeleuchtung. — Die Ausnützungsziffer in Bauordnungen. — Die Wirkung des Brisanzbombenabwurfes in Samaden. — Das deutsche Kriegs-Einheitswohnhaus. — Die Brennholzversorgung der industriellen Kohlenverbraucher. — Mitteilungen: Eine Flugzeughalle aus Eisenbeton. Die Höhengrundlagen unserer Karten und die Entwicklung des Präzisions-Nivellements seit 1865. Torfausbeutung in der Schweiz. Spezialwagen für Grossbehältertransporte der SBB. Die Bedeutung der trockenen Kokskühlung für den Kokereibetrieb. — Wettbewerbe: Erweiterung des städt. Rathauses Aarau. Primarschulhaus auf dem Felsberg, Luzern. — Nekrologe: Herm. Zollinger. Konrad v. Steiger. — Literatur. — Mitteilungen der Vereine. — Vortrags-Kalender.

Band 123 Der S. I. A. ist für den Inhalt des redaktionellen Teils seiner Vereinsorgane nicht verantwortlich
Nachdruck von Text oder Abbildungen ist nur mit Zustimmung der Redaktion und nur mit genauer Quellenangabe gestattet Nr. 9



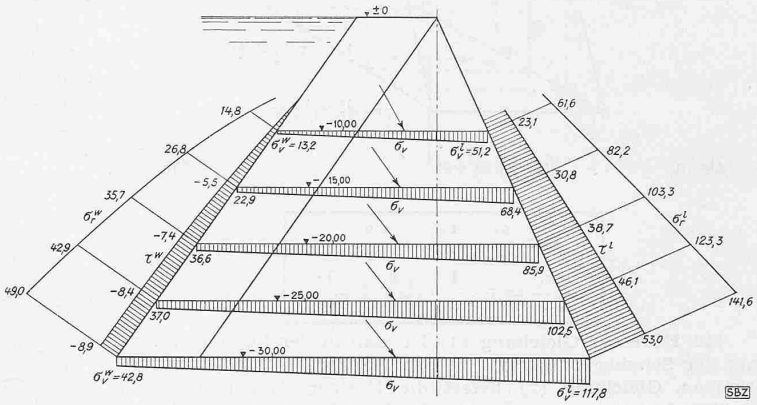


Abb. 3. Vertikal- und Randspannungen in t/m²

Die Berechnung der Pfeiler aufgelöster Staumauern

Von Dipl. Ing. OTTO FREY-BAER, Baden

Der Richtung und Grösse der Hauptspannungen im Innern von verhältnismässig dünnen Pfeilerscheiben aufgelöster Staumauern muss insofern grosse Bedeutung zufallen, als es durchaus möglich ist, dass trotz den in allen Punkten vorhandenen vertikalen Druckspannungen schiefe Zughauptspannungen auftreten können. Diese Zugspannungen führen besonders da, wo der Spannungsfluss durch Türöffnungen oder andere Durchbrüche im Pfeiler gestört ist, zu unliebsamen Betonrissen. Zudem ist es erwünscht, die Spannungstrajektorien in der Pfeilerscheibe (Richtungen der Hauptspannungen) zu kennen, um die Betonierung der Pfeiler in solchen Blöcken auszuführen, deren Form jede oder wenigstens eine statisch ungünstige Rissbildung verhindert. Da die Druckspannungen meistens nur einen Bruchteil der zulässigen Beanspruchungen erreichen, wenden wir unsere besondere Beachtung den allfällig auftretenden Zugspannungen zu [1]). Auf die Bedeutung der Schubspannungen soll nur kurz am Schlusse hingewiesen werden.

Prof. F. Tölke erläutert in seinem Buche «Wasserkraft-Anlagen» eine Dimensionierungs-Methode, womit die Form der Pfeiler bestimmt werden kann. Sie gilt jedoch nur für Pfeiler, die mit dem Stauelement, Gewölben oder Platte, nicht verbunden sind, wenn somit zwischen Pfeilerschaft und Stauelement eine Gleitfuge angeordnet ist wie beispielsweise beim heute praktisch nicht mehr zur Ausführung gelangenden Ambursen-Typ. Sobald jedoch aus konstruktiven Gründen (Steifigkeit usw.) das Stauelement mit dem Pfeiler verbunden wird, muss die einheitliche Wirkung berücksichtigt werden und man ist dann gezwungen, die Form anzunehmen, um anschliessend die Spannungen zu berechnen.

Für die nachfolgende Berechnung diene wieder [2]) als Beispiel die von der Motor-Columbus A.-G. projektierte Gewölbereihensperre (Abb. 6 loc. cit.). Das Pfeilerelement besteht darnach aus dem rechteckigen Pfeilerschaft und den beidseitig anschliessenden Gewölbehälften (Abb. 1). Die Berechnung der Vertikalspannungen in verschiedenen Horizontalschnitten benötigt keine besondere Erläuterung. Es sind einfach am Pfeilerelement die äusseren Kräfte oberhalb des betreffenden Schnittes anzubringen und die sich daraus ergebenden Vertikalspannungen mittels der Navier'schen Annahme (Ebenbleiben der Querschnitte) zu bestimmen. In den luft- und wasserseitigen Randpunkten der Horizontalschnitte bezeichnen wir diese Vertikalspannungen mit σ_v^l und σ_v^w. In diesen Randpunkten ist es mittels der Randbedingungen möglich, die Hauptspannungen aus den Vertikalspannungen sofort zu bestimmen (Abb. 2).

[1]) Ing. Dr. *A. Stucky*: Der Talsperrenbruch im Val Gleno, in Schweiz. Bauzeitung Bd. 83, S. 63* und 74* (Febr. 1924).

[2]) Wie im Aufsatz des Verfassers «Berechnung schiefliegender kreisförmiger Gewölbe gegen Wasserdruck» in Schweiz. Bauzeitung Bd. 122, Nr. 9 (28. Aug. 1943), S. 95 bis 98.

Wasserseite	Luftseite
$\tau w = (p - \sigma_v^w) \text{ cotg } \delta w$	$\tau l = \sigma_v^l \cdot \text{cotg } \delta l$
$\sigma_h^w = p - \tau w \cdot \text{cotg } \delta w$	$\sigma_h^l = \sigma_v^l \cdot \text{cotg}^2 \delta l$
$\sigma_r^w = \sigma_v^w - \tau w \cdot \text{cotg } \delta w$	$\sigma_r^l = \dfrac{\sigma_v^l}{\sin^2 \delta l}$

Dabei bedeuten:

σ_v^w = Wasserseite, σ_v^l = Luftseite } Vertikalspannungen

σ_h^w = Wasserseite, σ_h^l = Luftseite } Horizontalspannungen

τw = Wasserseite, τl = Luftseite } Schubspannungen

σ_r^w = Wasserseite, σ_r^l = Luftseite } Rand-Hauptspannungen

Der Verlauf dieser Spannungen am gewählten Beispiel ist aus Abb. 3 ersichtlich. Die wasserseitigen Spannungen sind klein, da die Mauer so bemessen ist, dass die wasserseitige Hauptspannung etwa dem hydrostatischen Wasserdruck entspricht, sodass allfälliger Porenwasserdruck keine Zugspannung im Beton erzeugt. Besonders zu erwähnen ist nur, dass die Schubspannungen an der Wasserseite entgegengerichtet sind wie diejenigen an der Luftseite. Auf diese Tatsache wird bei der Berechnung der Schubspannungen nochmals hingewiesen. Damit kann zur eigentlichen Untersuchung des Spannungsverlaufes im Innern der Pfeilerscheibe geschritten werden. Um in irgend einem Punkte die Hauptspannungen berechnen zu können, müssen die Spannungen in drei Richtungen bekannt sein. In allen Punkten der gewählten Horizontalschnitte kennen wir nun bereits die Vertikalspannungen und benötigen somit in diesen Punkten nur noch die Schub- und Horizontalspannungen. Für diese zwei unbekannten Spannungen stehen uns die Scheibengleichgewichtsbedingungen in horizontaler und vertikaler Richtung zur Verfügung, Abb. 4 stellt ein aus dem Pfeilerschaft herausgeschnittenes Element dar, an dem alle angreifenden Kräfte angebracht sind. In der x- und y-Richtung sei das Element sehr klein gedacht, in der z-Richtung dagegen besitze es die volle Pfeilerstärke, die über der ganzen Horizontalschicht konstant ist. Die an diesem Element auftretenden Spannungen sind Funktionen des Ortes. die Grössen ihrer Aenderungen in horizontaler und vertikaler Richtung sind durch die partiellen Differentialquotienten nach x und y bestimmt. Setzt man nun die Summen der Kräfte in beiden Axrichtungen gleich Null, wobei die unendlich kleinen Grössen höheren Grades vernachlässigt werden und für

$$z_1 = z + \frac{\partial z}{\partial y} \cdot dy$$

eingesetzt wird, ergeben sich folgende zwei Gleichungen:

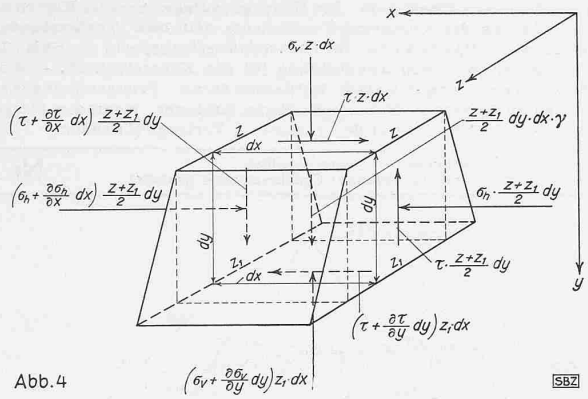


Abb. 4

$$\boxed{\begin{aligned} \frac{\partial \tau}{\partial x} &= \frac{\sigma_v}{z} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} + \frac{\partial \sigma_v}{\partial y} - \gamma \\ \frac{\partial \sigma_h}{\partial x} &= \tau \cdot \frac{1}{z} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} + \frac{\partial \tau}{\partial y} \end{aligned}} \quad \begin{aligned} &\ldots\ldots (1) \\ &\ldots\ldots (2) \end{aligned}$$

Mit Hilfe der Gleichung (1) ist man in der Lage, den Verlauf der Schubspannungen τ in den Horizontalschnitten zu bestimmen, Gleichung (2) liefert die Horizontalspannungen σ_h.

Schubspannungen τ. In Abb. 5 ist die Schubspannungskurve eines Horizontalschnittes dargestellt. Es ist daraus ohne weiteres ersichtlich, dass die Aenderung von τ über eine Strecke dx die Grösse $\frac{\partial \tau}{\partial x} dx$ erreicht. Geht man dabei von der bekannten Schubspannung τ^l am luftseitigen Rande des Horizontalschnittes aus, stellt sich die Kurve für τ in folgender Funktion dar:

$$\boxed{\tau = \tau^l + \int \frac{\partial \tau}{\partial x} \cdot dx} \quad \ldots\ldots (3)$$

Der partielle Differentialquotient muss vorerst aus der Gleichung (1) gewonnen werden, die lautet:

$$\frac{\partial \tau}{\partial x} = \sigma_v \left(\frac{1}{z} \cdot \frac{\partial z}{\partial y}\right) + \frac{\partial \sigma_v}{\partial y} - (\gamma)$$

Bei näherer Betrachtung dieser Gleichung kann festgestellt werden, dass die Ausdrücke in den Klammern Konstante darstellen, da über den Horizontalschnitt die Neigungen $\frac{\partial z}{\partial y}$ der beiden Pfeiler-Seitenflächen nicht ändern. Die Vertikalspannung σ_v lässt sich sehr einfach in die folgende Funktion von x kleiden (Abb. 6):

$$\sigma_v = \sigma_v^l - x \cdot \left(\frac{\sigma_v^l - \sigma_v^w}{l}\right)$$

Das zweite Glied $\frac{\partial \sigma_v}{\partial y}$ der Gleichung (1) stellt nichts anderes dar, als das Vertikalspannungsgefälle in vertikalen Schnitten. Dieses Gefälle kann auf die übersichtlichste Art graphisch bestimmt werden. Vorerst sind die Linien gleicher Vertikalspannungen in der Pfeilerscheibe aufzutragen. Durch eine Anzahl Punkte der gewählten Horizontalschnitte legen wir Vertikalebenen (A bis G in Abb. 7), in die im umgeklappten Zustande die σ_v-Kurve gezeichnet wird. Mittels der Kurventangente im betrachteten Punkte kann das Gefälle direkt gemessen werden. Trägt man nun das Vertikalspannungsgefälle über eine Anzahl von Punkten eines Horizontalschnittes auf, so stellt sich die Kurve $\frac{\partial \sigma_v}{\partial y}$ über diesem Horizontalschnitt dar. Im vorliegenden Beispiel ergibt sich für alle Schnitte ein linearer Verlauf, der sich sehr einfach analog den Vertikalspannungen in einer Funktion von x fassen lässt. Für den Schnitt — 30,00 m der Abb. 7 ergibt sich beispielsweise:

$$\sigma_v = 117{,}768 - 1{,}79307 \cdot x \qquad \text{(in t/m}^2\text{)}$$

$$\frac{\partial \sigma_v}{\partial y} = 2{,}00 + 0{,}00928 \cdot x \qquad \text{(in t/m}^2\text{)}$$

$$z = 1{,}80 \text{ m} \qquad \frac{1}{z} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} = 0{,}01667$$

$$\gamma = 2{,}400 \text{ t/m}^3$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial x} = 0{,}01667\,(117{,}768 - 1{,}79307 \cdot x) + 2{,}00 + 0{,}00928 \cdot x - 2{,}400$$

$$\frac{\partial \tau}{\partial x} = 1{,}56319 - 0{,}02061 \cdot x$$

Damit lautet die Funktion von τ nach Gleichung (3) für den Schnitt — 30,00 m:

$$\tau = \tau^l + \int \frac{\partial \tau}{\partial x} \cdot dx = \tau^l + 1{,}56319 \cdot x - 0{,}01030 \cdot x^2$$

Die Schubspannung τ ist somit für jeden Punkt dieses Schnittes im Abstand x vom luftseitigen Rande bestimmt. Natürlich gilt diese Kurve nur für den eigentlichen Pfeilerschaft, nicht aber für den Gewölbeteil. Im Gewölbe interessieren uns weder die Schub- noch die Horizontalspannungen, da diese sehr klein sind und daher im armierten Gewölbe ohne weiteres aufgenommen werden.

Hier angelangt, bietet sich eine günstige Gelegenheit, das bisherige Ergebnis der Berechnung zu prüfen. Die aus den Schubspannungen resultierende Schubkraft muss gleich der Querkraft, also gleich der Horizontalkomponenten W^H des Wasserdruckes sein. Für den Schnitt — 30,00 m ist $W^H = 4\,698$ t, die Summe der Schubspannungen im Pfeilerschaft von der Länge $l = 34{,}50$ m und $z = 1{,}80$ m ist:

$$z \cdot \int_0^l \tau\, dx = 1{,}8 \int_0^l (\tau^l + 1{,}56319 \cdot x - 0{,}01030 \cdot x^2)\, dx = 4\,712 \text{ t}$$

Auf den ersten Blick scheint dieses Resultat falsch, da ja die im Schaft aufgenommene Schubkraft grösser ist als die Querkraft. Aus der Berechnung der Randspannungen haben sich jedoch an der Wasserseite negative Schubspannungen ergeben, das heisst τ ist an der Wasserseite entgegengesetzt gerichtet wie im Pfeilerschaft. Die an sich kleine Differenz erklärt sich

Abb. 7 (rechts). Linien gleicher Vertikalspannungen und Vertikalspannungsgefälle $\frac{\partial \sigma_v}{\partial y}$

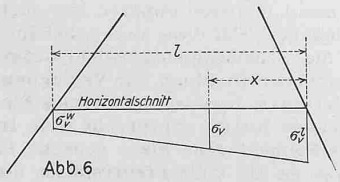


Abb. 6

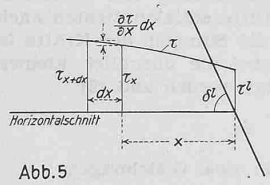
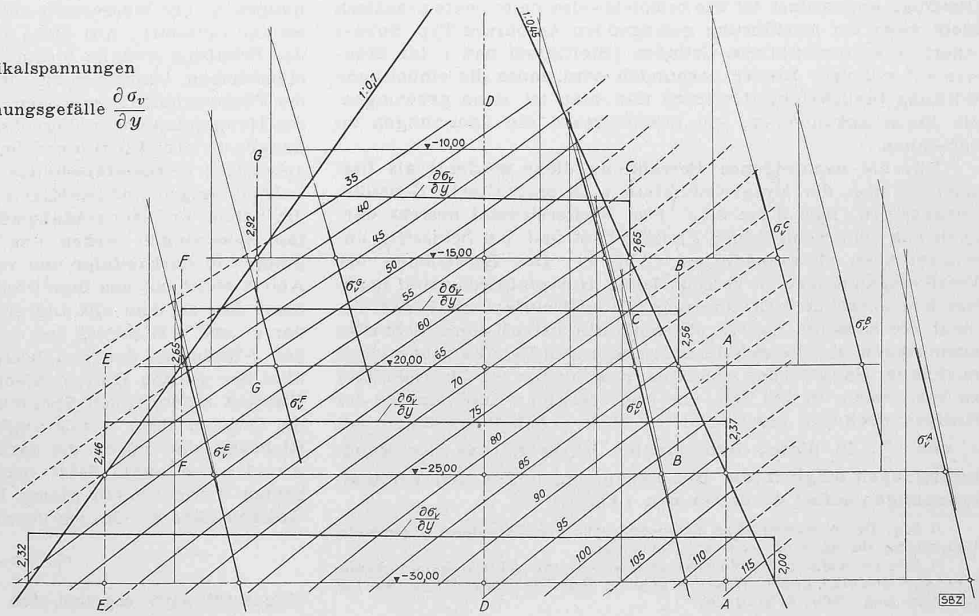


Abb. 5



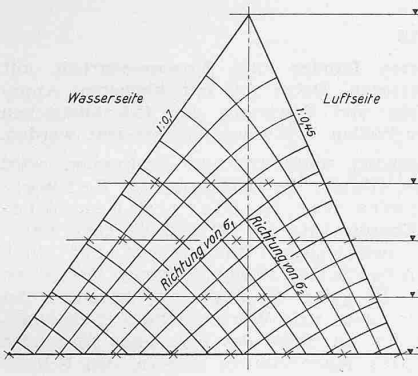


Abb. 9. Spannungstrajektorien

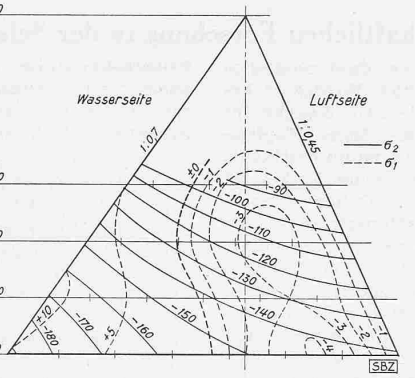


Abb. 10. Linien gleicher Hauptspannungen

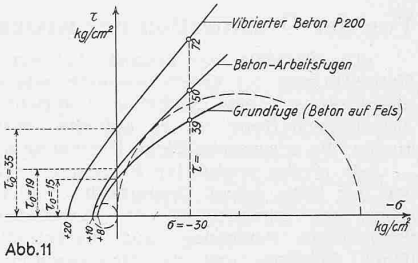


Abb. 11

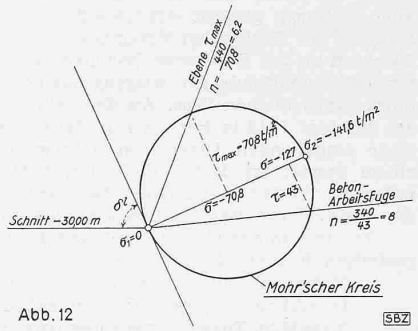


Abb. 12

somit aus dem negativen Verlauf der τ-Kurve im Gewölbe (siehe Abb. 8). Nötzli[3]) hat bei seiner Berechnung der Coolidge-Staumauer die gleiche Tatsache festgestellt.

Horizontalspannungen. Die Berechnung der Horizontalspannungen σ_h erfolgt analog derjenigen für die Schubspannungen.

$$\boxed{\sigma_h = \sigma_h^l + \int \frac{\partial \sigma_h}{\partial x} \cdot dx} \quad \ldots\ldots \quad (4)$$

$\frac{\partial \sigma_h}{\partial x}$ ergibt sich aus der Gleichung (2)

$$\frac{\partial \sigma_v}{\partial x} = \tau \left(\frac{1}{z} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} \right) + \frac{\partial \tau}{\partial y} \quad \text{(Klammerausdruck konstant)}$$

Die Funktion von τ ist bereits bestimmt. $\frac{\partial \tau}{\partial y}$ stellt das Schubspannungsgefälle in Vertikalebenen dar und wird am einfachsten wieder graphisch gefunden. In Abb. 8 sind für die Schnittpunkte der Horizontalschnitte mit den Vertikalebenen A bis G die Schubspannungsgefälle $\frac{\partial \tau}{\partial y}$ in gleicher Weise wie früher für $\frac{\partial \sigma_v}{\partial y}$ konstruiert und die erhaltenen Werte über den Horizontalschnitten aufgetragen. Die Kurven für $\frac{\partial \tau}{\partial y}$ sind wohl noch linear, weisen aber in der unteren Pfeilerhälfte Knickpunkte auf. Dies hat jedoch nur zur Folge, dass der Ausdruck für $\frac{\partial \tau}{\partial y}$ in Funktion von x nicht ganz so einfach wird. Im weitern geht man genau gleich vor wie bei der Berechnung der Schubspannungen. Das Aufzeichnen der σ_h-Kurven erübrigt sich, da diese Spannung nur theoretischen Wert besitzt. Es genügt, für eine gewisse Anzahl Punkte deren Grösse zu kennen.

Hauptspannungen. Sind nun für eine grössere Anzahl von Punkten in der Pfeilerscheibe die Spannungen σ_v, τ und σ_h bekannt, lassen sich die Hauptspannungen und deren Richtungen mittels der bekannten Formeln berechnen oder mittels des Mohr'schen Kreises konstruieren.

$$\sigma_{\frac{1}{2}} = \frac{\sigma_h + \sigma_v}{2} \mp \sqrt{\frac{1}{4} (\sigma_h - \sigma_v)^2 + \tau^2}$$

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \qquad \operatorname{tg} 2\varphi = \frac{2\tau}{\sigma_v - \sigma_h}$$

φ stellt den Neigungswinkel der Hauptspannungsrichtung σ_1 gegen die Waagrechte dar. In das damit erhaltene Richtungsfeld können die Spannungstrajektorien eingetragen werden. Wie Abb. 9 zeigt, haben sie im untersuchten Beispiel die von den Vollmauern her gewohnte Form. Besonders aufschlussreich über die Spannungsverhältnisse im Innern der Pfeilerscheibe ist Abb. 10, die die *Linien gleicher Hauptspannungen* zeigt. Ein grösserer Teil des Pfeilerschaftes weist gegen die Wasserseite hin in der σ_1-Richtung Zugspannungen auf, trotzdem hier überall die Vertikalspannungen Druck ergaben. Diese Zugspannungen haben das Bestreben, den Pfeiler längs der σ_2-Trajektorien aufzureissen. Sie bilden jedoch mit ihrem Maximalwert von rund 11 t/m² keine Gefahr, da ein guter Beton 200 bis 300 t/m² übernehmen kann. Zudem würde die Standsicherheit der Sperre keine Einbusse erleiden, sobald der Riss oder auch die angeordnete Fuge wie beispielsweise bei der erwähnten Coolidge-Mauer in der Trajektorienrichtung verläuft, da darin keine Schubspannungen auftreten können. Immerhin erhielt im vorliegenden Fall der Gewölbekämpfer eine ausreichende Längsarmierung.

Die *Schubspannungen* können in gewissen Fällen ganz bedeutende Werte annehmen. Der gewissenhafte Konstrukteur wird sich daher überzeugen, dass diese Beanspruchungen zu keinen Schäden führen. Auf Grund der Mohr'schen Hauptschubspannunghypothese kann die in Abb. 11 dargestellte Abhängigkeit der Scherfestigkeit von der Hauptdruckfestigkeit angenommen werden. Es handelt sich nun darum, in einem Punkte den Sicherheitsgrad $n = \frac{\tau_{Bruch}}{\tau_{vorhanden}}$ festzustellen, wobei zu beachten ist, dass n in den verschiedenen Ebenen durch diesen Punkt ändert. Durch das Aufzeichnen des Mohr'schen Kreises in diesem Punkte können die Normal- und Schubspannungen in den zu untersuchenden Ebenen direkt abgemessen und der Sicherheitsgrad durch Vergleich mit der Mohr'schen Kurve berechnet werden (Abbildung 12). Dabei darf man jedoch nicht vergessen, dass die zu Grunde gelegten Materialwerte von vielen Voraussetzungen abhängen und daher keine Konstanten darstellen.

[3]) Ing. Dr. *F. A. Nötzli* (Los Angeles): Konstruktion und Ausführung der Coolidge-Staumauer in «Bauingenieur» 1929, Seite 385.

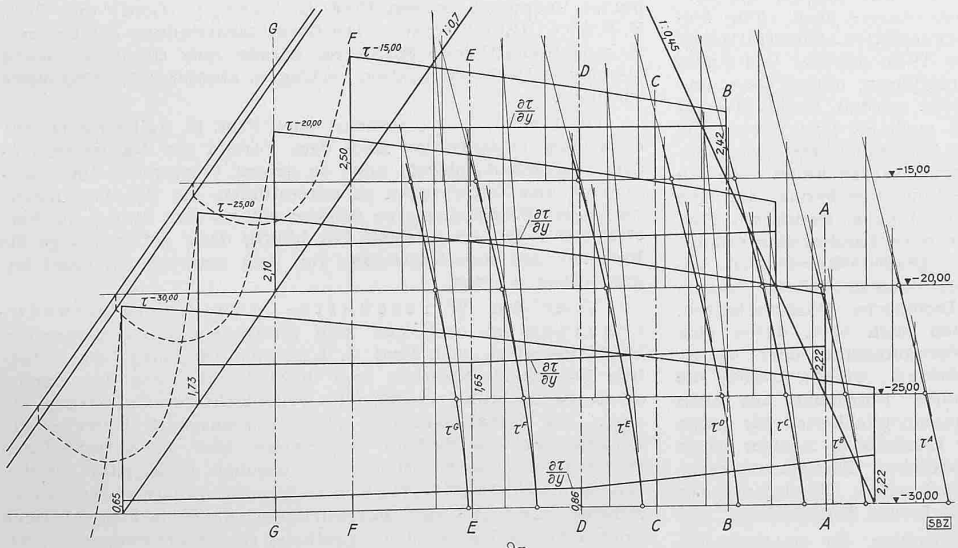


Abb. 8. Schubspannungen und Schubspannungsgefälle $\frac{\partial \tau}{\partial y}$