Zeitschrift: Schweizerische Bauzeitung
Herausgeber: Verlags-AG der akademischen technischen Vereine
Band: 72 (1954)
Heft: 49

Artikel: Vorschlag für ein neues Verzahnungssystem
Autor: Baumgartner, Arthur
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-61305

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Problemstellung. Wird auf eine Unterlage U ein Belag B gebracht und befestigt, so entstehen zunächst keine inneren Spannungen. Quillt oder schrumpft in der Folge beispielsweise B, während U unverändert bleibt, so entstehen in der Trennfuge Schub- und Normalspannungen, die in B und U ein inneres Spannungsfeld hervorrufen. Das selbe ist der Fall, wenn U Aenderungen unterworfen ist, oder ganz allgemein, wenn sich B und U elastisch ungleich verhalten.

Problemlösung, experimenteller Teil. Ein den Belag darstellender Stab B aus Araldit wurde in einem Belastungsapparat mit einer gewissen, durch Vorversuche festgestellten Kraft gezogen; dann wurde die Unterlage U (aus Aluminium, $E_U = 740 \cdot 10^3$ kg/cm²) mittels dem erwähnten Klebmittel an B «angeklebt» und härten gelassen, und schliesslich wurde die Belastung entfernt. Damit befand sich das gesamte Modell (B und U) in einem Spannungszustand, wie er etwa nach der Befestigung eines schrumpfenden Belages (z. B. feuchtes Holz) auf einer relativ starren Unterlage (z. B. Stein, Beton und dgl.) vorhanden ist. Auf übliche Weise ergaben sich die Isoklinen (α) und Trajektorien sowie die Intensitätsgleichen (τ_{max}).

Problemlösung, theoretischer Teil. Das Problem kann als praktisch gelöst gelten, wenn es gelingt, für den Innenrand von B, d. h. für die Trennfuge sowohl die Schubspannung τ_{xy} als auch die senkrechte Normalspannung σ_{II} anzugeben. Während sich die Schubspannung in einfacher Weise aus α und τ_{max} berechnen lässt, ist die Ermittlung von σ_{II} umständlicher. Sie geschah wie folgt:

Für den Aussenrand von B gilt:

$$(1) \qquad \sigma_{TA} + \sigma_N = \sigma_A$$

und für den Innenrand von B:

$$(2) \qquad \sigma_{TI} + \sigma_N = \sigma_I$$

σ_A ist durch Messung gegeben, während σ_{TA} sich aus der Zug-Biegeformel für den am Rand durch Schub τ_{xy} belasteten «Balken» ergibt. Infolgedessen liefert (1) den Wert σ_N (Biegespannung infolge σ_{II}), den man in (2) einsetzt. Da für die Trennfuge $\sigma_{TI} = -2\sigma_{TA}$ ist, ergibt sich aus (2) die zu ihr parallel gerichtete Normalspannung σ_I. Die hierzu senkrechte Normalspannung σ_{II} lässt sich sodann aus:

$$(3) \qquad \sigma_{II} = \sigma_I - (\sigma_1 - \sigma_2) \cos 2\alpha$$

gewinnen. Für irgend einen Feldpunkt bestimmt man schliesslich die Normalspannung σ_{n1} durch Interpolation von σ_A und σ_I; für σ_{n2} gilt dann wieder (3) mit den entsprechenden Werten. Zusammen mit τ_{xy} lassen sich so die Hauptspannungen σ_1, σ_2 für das ganze Feld ermitteln.

Anwendung. Bei schrumpfendem Belag findet Abreissen statt, wenn der Sicherheitsgrad

$$n = \frac{\beta_z}{1{,}58 \cdot \sigma_o} \leqq 1{,}0\,,$$

bei quellendem Belag dagegen, wenn

$$n = \frac{\beta_z}{0{,}2 \cdot \sigma_o} \leqq 1{,}0\,.$$

Abscherungsgefahr ist vorhanden, wenn

$$n = \frac{\beta_s}{0{,}76 \cdot \sigma_o} \leqq 1{,}0\,.$$

Falls Kombination von Zug und Schub massgebend ist, besteht Gefährdung, wenn

$$n = \frac{\beta_c}{\sigma_g} \leqq 1{,}0\,.$$

In diesen Formeln bedeutet β der aus dem Materialprüfungsversuch erhaltene Wert, σ_g die massgebliche Vergleichsspannung und

$$\sigma_o = \left(\frac{\Delta l}{l}\right)_B \cdot E_B\,.$$

So wird ersichtlich, dass die Photoelastizität auch auf diesem theoretisch und experimentell unseres Wissens bisher wenig erforschten Gebiet des Ingenieurwesens von beachtlichem Nutzen sein kann.

Adresse des Verfassers: Ing. Dr. *R. V. Baud,* Vorsteher des Photoelastischen Laboratoriums der EMPA, Leonhardstrasse 27, Zürich.

Vorschlag für ein neues Verzahnungssystem

Von Ing. **Arthur Baumgartner,** Neuhausen am Rheinfall

DK 621.833

Die Erfolge führender Zahnradfirmen beweisen, dass durch die Anwendung der Profilverschiebung wesentlich leistungsfähigere Getriebe hergestellt werden können. Die Firma Maag-Zahnräder AG. hat sich nicht zuletzt durch ihre «Maag-Verzahnung», welche die Profilverschiebung seit Jahrzehnten anwendet, ihren Ruf geschaffen.

Leider werten ausser den eigentlichen Zahnradspezialisten nur wenige Konstrukteure die Vorteile der Profilverschiebung richtig aus, trotzdem über die mathematischen Beziehungen viele Veröffentlichungen vorliegen und der rechnerische Aufwand durch Hilfsmittel, wie Tabellen und Kurvenblätter, auf ein annehmbares Mass reduziert werden kann. Die Gründe für diese Vernachlässigung dürften wohl darin liegen, dass in der Wahl bzw. in der Aufteilung der zweckmässigen Profilverschiebungs-Faktoren für einen gegebenen Fall immer noch Unsicherheit herrscht. Die Spezialfirmen verzichten aus verständlichen Gründen auf eine Veröffentlichung ihrer auf grosser Arbeit und Erfahrung beruhenden Unterlagen. Die Systeme, die in der Literatur vorgeschlagen werden, sind zumeist nur auf einen der vielen, für einen guten Getriebeeingriff massgebenden Faktor abgestimmt (Vermeidung des Unterschnittes, grosse Eingriffsdauer, grosse Bruchsicherheit, bestimmte Gleiteigenschaften usw.). Zudem sind oft die Grenzwerte nicht oder zuwenig umrissen, so dass ungünstige oder sogar unbrauchbare Getriebe entstehen können.

Im folgenden wird ein System für die Bestimmung der Profilverschiebungs-Faktoren vorgeschlagen (Bild 1), das auf einfache Weise den Entwurf guter Getriebe gestattet. Es ist besonders für jene Konstrukteure gedacht, denen die Zahnräder nur einen Teil ihrer vielen Probleme bedeuten.

A. Aufbau des vorgeschlagenen Systems

Wegweisend beim Aufbau des Systems war die Verwertung der beiden wesentlichen Vorteile, welche sich durch die Profilverschiebung ohne Verzicht auf die genormten Werkzeuge erzielen lassen, nämlich:

a) Bei freier Wahl der Achsdistanz kann die Zahnform, die Zahnstärke und die Gleitung der Flanken günstig beeinflusst werden; bei praktisch gleichen Abmessungen lässt sich ein wesentlich leistungsfähigeres Getriebe entwerfen.

b) Es ist in den meisten Fällen möglich, in eine gegebene Achsdistanz eine gegebene Uebersetzung einzubauen.

Die Kurvenscharen des Diagrammes in Bild 1 sind nach folgenden Gesichtspunkten entworfen:

1. *Grenzwerte*

Durch die «Grenzlinie» wird das Feld umrissen, in dessen Bereich sich brauchbare Zahnformen bilden lassen. Die obere Grenzlinie gewährleistet genügende Eingriffsdauer auch bei Uebersetzungen 1:1 ($\varepsilon = 1{,}1$ für $z_1 : z_2 = 9 : 9$; $\varepsilon = 1{,}2$ für $z_1 : z_2 = 25 : 25$). Bei diesen Werten sind auch genügende Zahnstärken im Kopfkreis vorhanden. Der grösstmögliche resultierende Laufeingriffswinkel liegt bei etwa 28°. Da Profilverschiebungen über $x = +1$ keine wesentliche Verstärkung des Zahnfusses bringen, wurde dieser Wert als Richtlinie für die obere Grenze bei Zähnezahlen über 60 gewählt. Die untere «Grenzlinie» wurde derart festgelegt, dass im Bereich der Zähnezahlen 9 bis 14 der Unterschnitt in zulässigen Grenzen bleibt und dass bei grösseren Zähnezahlen eine genügende Ausbildung der Evolvente gewährleistet ist.

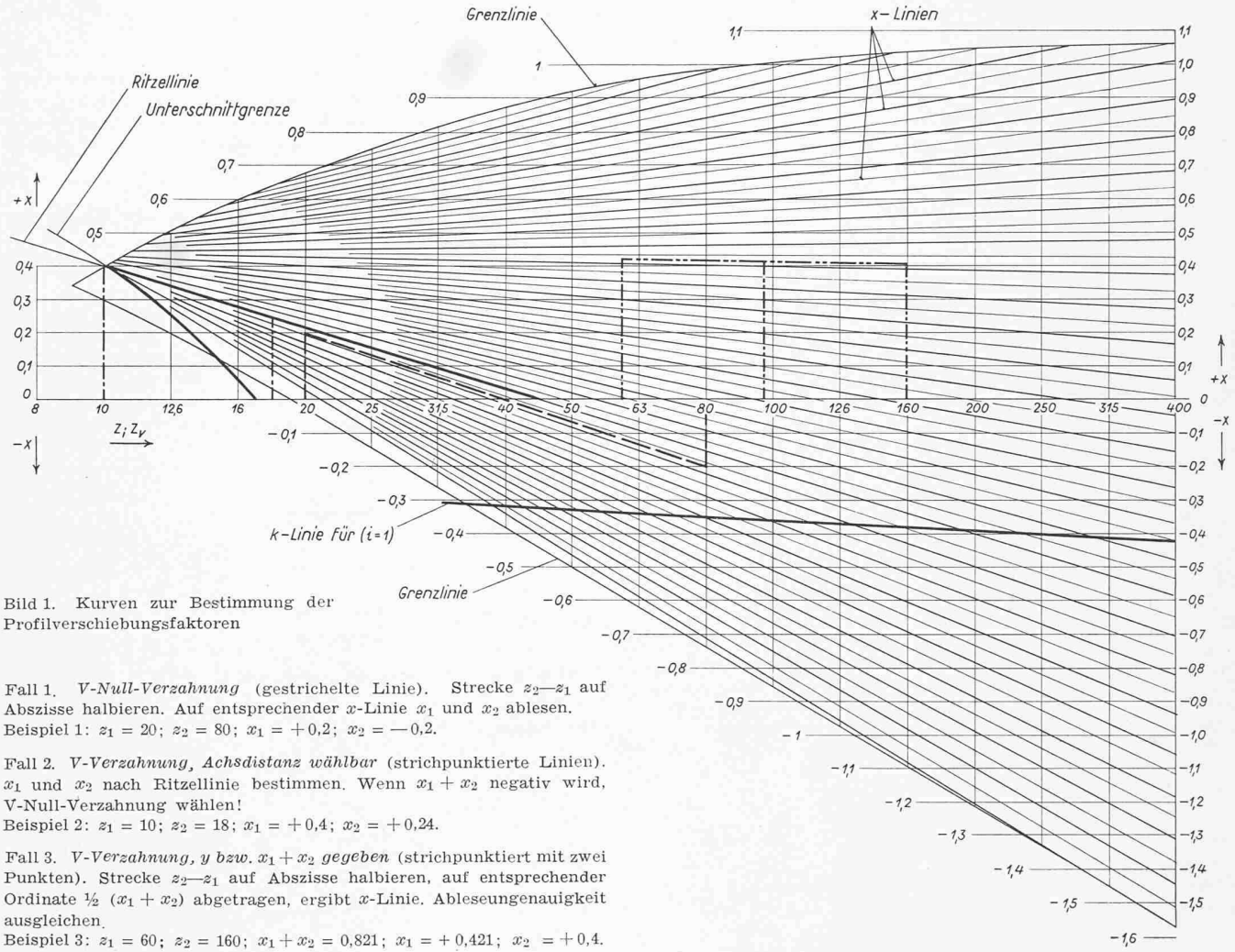


Bild 1. Kurven zur Bestimmung der Profilverschiebungsfaktoren

Fall 1. *V-Null-Verzahnung* (gestrichelte Linie). Strecke z_2—z_1 auf Abszisse halbieren. Auf entsprechender x-Linie x_1 und x_2 ablesen.
Beispiel 1: $z_1 = 20$; $z_2 = 80$; $x_1 = +0{,}2$; $x_2 = -0{,}2$.

Fall 2. *V-Verzahnung, Achsdistanz wählbar* (strichpunktierte Linien). x_1 und x_2 nach Ritzellinie bestimmen. Wenn $x_1 + x_2$ negativ wird, V-Null-Verzahnung wählen!
Beispiel 2: $z_1 = 10$; $z_2 = 18$; $x_1 = +0{,}4$; $x_2 = +0{,}24$.

Fall 3. *V-Verzahnung, y bzw.* $x_1 + x_2$ *gegeben* (strichpunktiert mit zwei Punkten). Strecke z_2—z_1 auf Abszisse halbieren, auf entsprechender Ordinate ½ $(x_1 + x_2)$ abgetragen, ergibt x-Linie. Ableseungenauigkeit ausgleichen.
Beispiel 3: $z_1 = 60$; $z_2 = 160$; $x_1 + x_2 = 0{,}821$; $x_1 = +0{,}421$; $x_2 = +0{,}4$.

Es ist selbstverständlich möglich, Getriebe mit Profilverschiebungs-Faktoren zu bilden, welche ausserhalb der Grenzlinien liegen; doch sind in diesen Fällen sorgfältige Nachkontrollen notwendig.

2. x-Linien

Für eine gegebene Zähnezahl-Paarung ergeben die entsprechenden x-Werte, die auf der gleichen x-Linie liegen, günstige Verhältnisse für Gleitung, Lebensdauer und Bruchsicherheit. Die Linienschar wurde nach Beurteilung einer Anzahl aufgezeichneter Getriebe bestimmt. Sie lässt sich für den Entwurf von V-Null- und V-Verzahnungen anwenden.

3. Ritzellinie

Ritzel, die mit Profilverschiebungen entsprechend der Ritzellinie ausgeführt werden, weisen kräftige Zähne auf. Sofern man in der Wahl der Achsdistanz nicht gebunden ist und die V-Null-Verzahnung (siehe unten) keine grösseren Werte ergibt, bestimmt man x_1 nach dieser Linie.

4. k-Linie

In einer früheren Arbeit [1]) wurde nachgewiesen, dass bei negativen Profilverschiebungen der Zahneingriff unter Umständen nicht mehr dem Verzahnungsgesetz folgt, da Teile der Zahnflanke kämmen, die nicht mehr als Evolvente ausgebildet sind, und dass in diesem Falle eine zusätzliche Kopfkürzung erforderlich ist. Das Auftreten dieser Erscheinung hängt ab vom Uebersetzungsverhältnis, von der Zähnezahl des Ritzels, von der Summe wie auch der Aufteilung von x_1 und x_2. Die «k-Linie» soll anzeigen, wann die Kopfkreise nachzurechnen sind. Eindeutig lässt sich die «k-Linie» nur für das Uebersetzungsverhältnis 1:1 festlegen, unter der Bedingung, dass $x_1 = x_2$.

[1]) SBZ 1952, Nr. 44 und 45, S. 623 und 639.

B. Anwendung

Beim Entwurf eines Getriebes ist auf die im Betrieb auftretende Beanspruchung Rücksicht zu nehmen. Läuft ein Getriebe mit grosser Umfangsgeschwindigkeit, werden grosse Ansprüche an die Laufruhe oder an die Genauigkeit gestellt, ist der Laufeingriffswinkel und der Modul möglichst klein, die Zähnezahl möglichst gross zu wählen. Langsam laufende Räder, bei denen Wert auf grosse Bruchsicherheit gelegt wird, sind mit grossem Modul und, sofern die Wellen und Lager genügend kräftig sind, mit grossem Laufeingriffswinkel auszuführen.

1. V-Null-Verzahnung

Auf Bild 1 wird mit Hilfe eines Masstabes die Strecke $z_2 - z_1$ halbiert. Auf der x-Linie, die in diesem Punkt die Abszisse schneidet, werden über z_1 bzw. z_2 die Werte x_1 und x_2 abgelesen. Wird das durch die Grenzlinien umrissene Feld überschritten, ist V-Verzahnung zu wählen; liegt x_1 unterhalb der Ritzellinie, wird die Ausführung als V-Getriebe günstiger.

Gegenüber der Norm-Verzahnung lassen sich mit Hilfe dieses Verfahrens bedeutend bessere Getriebe entwerfen, besonders für grosse Uebersetzungsverhältnisse. Die Vorteile bestehen in günstigeren Gleitverhältnissen und verstärktem Ritzelzahnfuss. Dabei lassen sich diese Verbesserungen mit geringem rechnerischem Aufwand erzielen. Weil ein V-Null-Getriebe die gleiche Achsdistanz wie ein entsprechendes Norm- oder Null-Getriebe aufweist, kann dieses Verfahren vorteilhaft zur Verbesserung bestehender Konstruktionen eingesetzt werden, ohne dass die Getriebegehäuse geändert werden müssen.

2. V-Getriebe, Achsdistanz wählbar

Die Profilverschiebungsfaktoren x_1 und x_2 werden auf der Ritzellinie über z_1 bzw. z_2 abgelesen. Wird $x_1 + x_2$ negativ, ist der V-Null-Verzahnung der Vorzug zu geben.

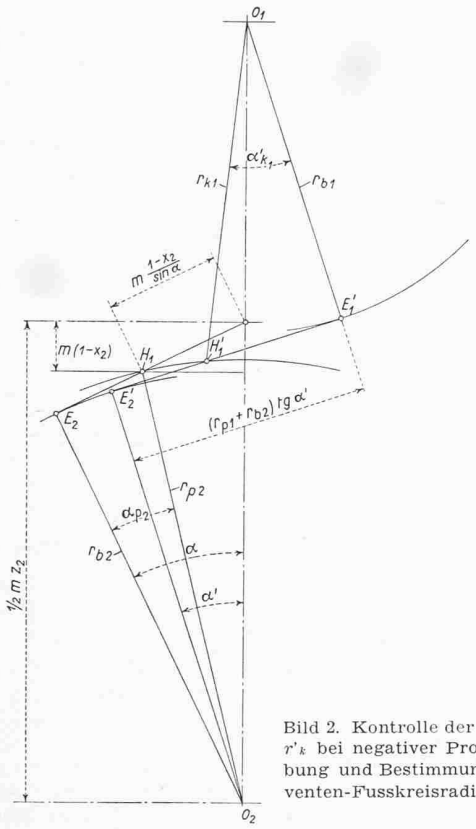


Bild 2. Kontrolle der Kopfkreise r'_k bei negativer Profilverschiebung und Bestimmung der Evolventen-Fusskreisradien r_p

3. V-Verzahnung, Achsdistanz gegeben

Zunächst wird aus den Getriebedaten der Achsverschiebungsfaktor und daraus die Summe der Profilverschiebungsfaktoren berechnet. Auf der Abszisse in Bild 1 halbiert man mit Hilfe eines Masstabes die Strecke $z_1 - z_2$; die Ordinate $\frac{1}{2}\,(x_1 + x_2)$ bestimmt die x-Linie, auf welcher x_1 abgelesen wird; x_2 erhält man durch $(x_1 + x_2) - x_1$.

C. Nachrechnung der Evolventen-Fusskreise und Kopfkreise bei negativer Profilverschiebung ($\alpha' < \alpha$)

Im Folgenden wird ein einfacheres Verfahren für diese Berechnung vorgeschlagen. Nach Bild 2 wird auf der Erzeugungs-Eingriffslinie die Evolvente des Rades 2 nur bis zum Punkt H_1 ausgebildet. H_1O_2 ist somit der Radius des Evolventen-Fusspunktes, d. h. des Uebergangspunktes der Fussausrundung in die Evolvente. Die Strecke $E_2\,H_1$ bzw. $E_2'\,H_1'$ kann also für den Eingriff nicht benützt werden. Der Kopfkreis-Radius des Rades 1 darf also nicht grösser sein als O_1H_1'.

Nach Bild 2 wird:

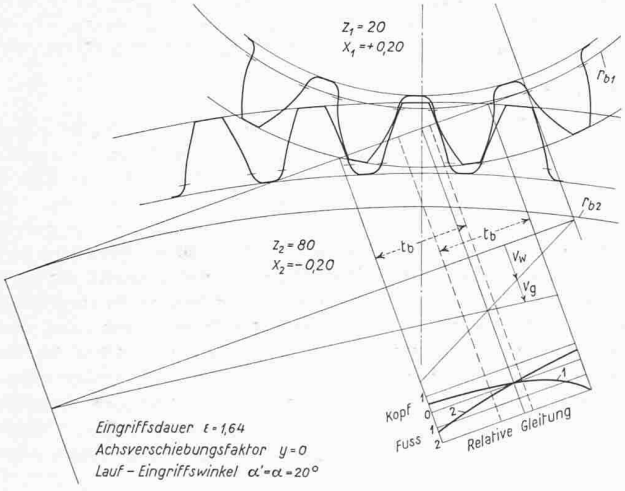
Evolventen-Fusswinkel des Rades 2

$$\mathrm{tg}\,\alpha_{p2} = \frac{1}{r_{b2}}\left(r_{b2}\,\mathrm{tg}\,\alpha - m\,\frac{1-x_2}{\sin\alpha}\right)$$

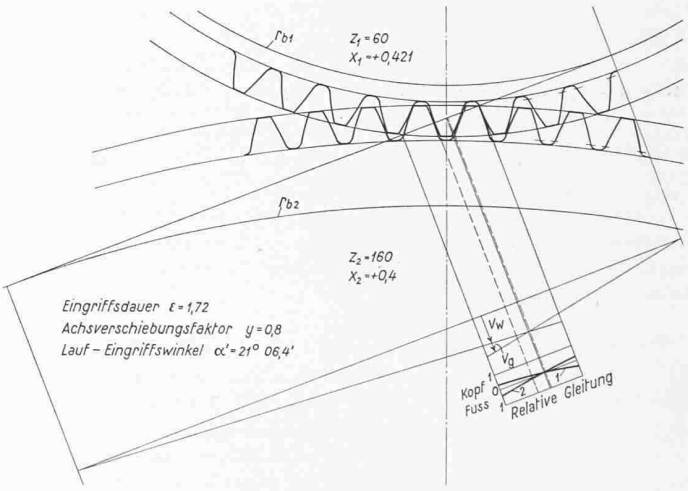
$$\text{(1a)}\quad \mathrm{tg}\,\alpha_{p2} = \mathrm{tg}\,\alpha - \frac{2\,(1-x_2)}{z_2\,\sin\alpha\,\cos\alpha}$$

Für $\alpha = 20\,°$ lautet die Gleichung:

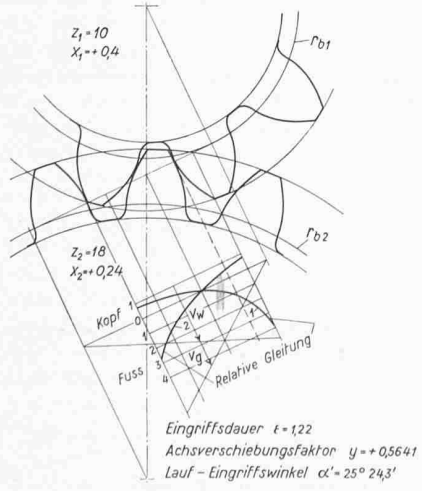
$$\text{(1b)}\quad \mathrm{tg}\,\alpha_{p2} = 0{,}363970 - 6{,}22290\,\frac{1-x_2}{z_2}$$



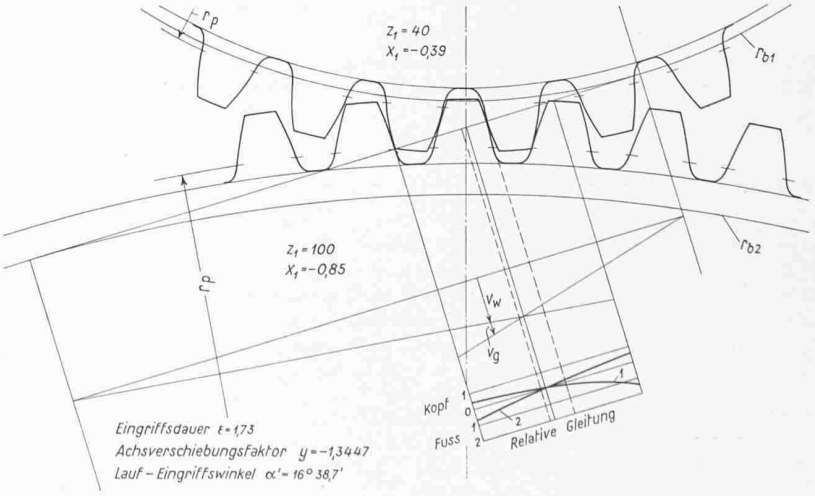
Beispiel 1. V-Null-Getriebe 20/80 Zähne.



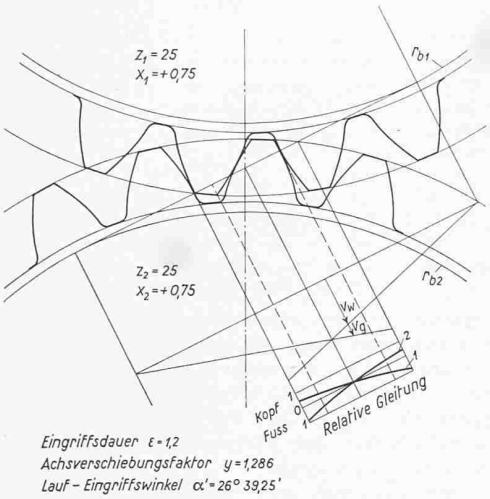
Beispiel 3. V-Getriebe 60/160 Zähne, Achsdistanz gegeben.



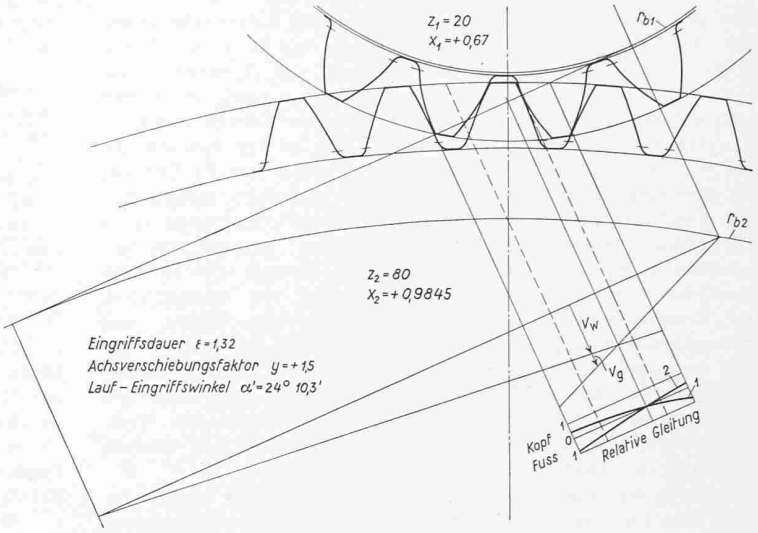
Beispiel 2. V-Getriebe 10/18 Zähne, Profilverschiebung nach Ritzellinie.



Beispiel 4. V-Getriebe 40/100 Zähne.



Beispiel 5. V-Getriebe 25/25 Zähne, maximale positive Profilverschiebung.



Beispiel 6. V-Getriebe 20/80 Zähne, maximale positive Profilverschiebung.

Evolventen-Fusskreisradius

$$(2a)\quad r_{p2} = \frac{r_{b2}}{\cos \alpha_{p2}}$$

analog wird für Rad 1

$$(1c)\quad \operatorname{tg} \alpha_{p1} = \operatorname{tg} \alpha - \frac{2\,(1 - x_1)}{z_1 \sin \alpha \cos \alpha}$$

Für $\alpha = 20°$

$$(1d)\quad \operatorname{tg} \alpha_{p1} = 0{,}363970 - 6{,}22290\ \frac{1 - x_1}{z_1}$$

$$(2b)\quad r_{p1} = \frac{r_{b1}}{\cos \alpha_{p1}}$$

Maximal zulässiger Kopfwinkel für Rad 1, wenn $i = z_2/z_1$

$$\operatorname{tg} \alpha_{k1}' = \frac{1}{r_{b1}} \left[(r_{b1} + r_{b2}) \operatorname{tg} \alpha' - \left(r_{b2} \operatorname{tg} \alpha - m\, \frac{1 - x_2}{\sin \alpha} \right) \right]$$

oder umgeformt

$$(3a)\quad \operatorname{tg} \alpha_{k1}' = \operatorname{tg} \alpha' + \frac{2\,(1 - x_2)}{z_1 \sin \alpha \cos \alpha} - i\,(\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha')$$

Für $\alpha = 20°$

$$(3b)\quad \operatorname{tg} \alpha_{k1}' = \operatorname{tg} \alpha' + 6{,}22290\ \frac{1 - x_2}{z_1} - i\,(0{,}363970 - \operatorname{tg} \alpha')$$

Maximal zulässiger Kopfkreis-Radius für Rad 1

$$(4a)\quad r_{k1}' = \frac{r_{b1}}{\cos \alpha_{k1}'}$$

und für das Gegenrad

$$(3b)\quad \operatorname{tg} \alpha_{k2}' = \operatorname{tg} \alpha' + \frac{2\,(1 - x_1)}{z_2 \sin \alpha \cos \alpha} - \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \alpha'}{i}$$

Für $\alpha = 20°$

$$(3d)\quad \operatorname{tg} \alpha_{k2}' = \operatorname{tg} \alpha' + 6{,}22290\ \frac{1 - x_1}{z_2} - \frac{1}{i}\,(0{,}363970 - \operatorname{tg} \alpha')$$

$$(4b)\quad r_{k2}' = \frac{r_{b2}}{\cos \alpha_{k2}'}$$

Die Werte r_{k1}', r_{k2}' sind mit den in üblicher Weise berechneten Kopfkreisradien zu vergleichen, der jeweils kleinere Wert ist für die Ausführung massgebend.

Abschliessend sei darauf hingewiesen, dass eine richtige Anwendung der Profilverschiebung allein nicht genügt, um gute Getriebe zu bauen. Genaue Ausführung, schwingungsfreie Wellen und Gehäuse, die Wahl geeigneter Materialien, richtige Lagerung und Schmierung, bei schnellaufenden Getrieben Längs- und Querballigkeit der Zahnflanken sind ebenso wichtige Voraussetzungen für den guten Lauf eines Getriebes.

D. Beispiele

Durch einige Beispiele soll noch die praktische Anwendung des vorgeschlagenen Systems gezeigt werden. Die Beispiele 1, 2 und 3 stimmen mit denjenigen überein, welche in Bild 1 eingetragen sind und stellen Fälle aus dem häufigsten Anwendungsgebiet dar. Beispiel 4 zeigt eine extreme negative Profilverschiebung, die Beispiele 5 und 6 Ergebnisse im Gebiet der obern Grenzlinie. Die Getriebeabmessungen wurden nach den Tabellen und Gleichungen berechnet, die im unter Fussnote [1]) genannten Aufsatz veröffentlicht wurden. In den Verzahnungsbildern sind die zugehörigen Diagramme für die Gleit- und Wälzgeschwindigkeit wie auch für die relative Gleitung eingetragen. Darin bedeuten v_w die Wälzgeschwindigkeit, v_g die Gleitgeschwindigkeit, $v_g/(v_w + v_g)$ die relative Gleitung am Zahnkopf und v_g/v_w die relative Gleitung am Zahnfuss. Gestrichelte Linien kennzeichnen die Uebergangspunkte vom Doppel- zum Einzeleingriff.

Unter der obengenannten Einschränkung, dass sich extreme positive Profilverschiebungen für raschlaufende Getriebe nicht gut eignen, zeigen alle Beispiele, dass die gestellten Anforderungen erfüllt sind.

Adresse des Verfassers: Arthur A. Baumgartner, Schweizerische Industriegesellschaft, Neuhausen am Rheinfall.

Gespräche über Mensch und Technik

am Internationalen Kongress für Philosophie der Wissenschaften, Zürich, August 1954

Von Dipl. Ing. **H. Blattner**, Zürich

DK 130.2:62

Den Organisatoren dieser internationalen Vorträge am Sitze unserer ETH schulden wir grossen Dank, haben sie doch damit uns Technikern einen wertvollen Einblick verschafft in die Gedankenwelt der Philosophen, die die tieferen Hintergründe des menschlichen Seins, des menschlichen Wollens und Strebens ausleuchtet und damit vorstösst zu der uns alle bewegenden Frage nach dem Zweck unseres Lebens überhaupt sowie nach dem Sinn der Technik und der Aufgabe des ihr dienenden Menschen im besonderen.

Im Zeitalter der modernen Technik, die den Menschen und seine Umwelt vollständig umgestaltet hat und noch weiter wandeln wird, ist ein Selbstbesinnen des technischen Menschen auf das, was als irrationales und nicht in mathematische Formeln sich einkleiden lassendes Sehnen und Zweifeln in seiner Brust wohnt, ein Akt der seelischen Befreiung, ist sich doch dieser Mensch immer mehr bewusst, dass Technik nicht Selbstzweck, sondern nur Dienen zum Wohle der gesamten Menschheit sein kann, wenn immer die Mensch-