Wärmeschock-Beanspruchungen in zylindrischen Gefässen

Autor(en): **Christ, A.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Schweizerische Bauzeitung**

Band (Jahr): **84 (1966)**

Heft 46

PDF erstellt am: **24.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-69027

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

ein Rotor mit gleichartigen Gleitlagern gelagert, wie sie später im Betrieb eingebaut werden. Der Lagerkörper der Wuchtmaschine wird sorgfältig isotrop weich oder hart (das heisst nach allen radialen Richtungen gleich nachgiebig mit veränderlicher Steifigkeit der Auflage) ausgeführt; gemessen werden während des Wuchtvorganges die Schwingungsausschläge des Lagerkörpers, also der Masse m_L oder m_1 in unserem Modell. Die Elastizität und Dämpfung der Auflage (Lagerung des Lagerkörpers) sind Eigenschaften der Wuchtmaschine und können mittels eines einfachen Schwingungsversuches bestimmt werden. Am gut ausgewuchteten Rotor wird nun eine bekannte Testunwucht angebracht. Ohne zusätzlichen Mehraufwand an Messtechnik können mit Hilfe der ohnehin an der Wuchtmaschine vorhandenen genauen Messinstrumente die Schwingungsausschläge bei verschiedenen Drehzahlen gemessen werden. Die Nachrechnung der so gewonnenen Resonanzkurve erfolgt mit verschiedenen eingesetzten Ölfilmparametern, bis eine genügende Übereinstimmung zwischen Rechnung und Messergebnis vorhanden ist.

Als Beispiel sei ein an einem Turbogeneratorrotor nach Bild 5 in der Auswucht- und Schleuderanlage der Maschinenfabrik Oerlikon aufgenommener Amplitudenverlauf (Bild 6) angegeben. Die Hauptdaten des Rotors betragen:

Rotormasse	31 600 kg
Rotordurchmesser (Ballen)	1000 mm
Nenndrehzahl	3000 U/min
Lagerabstand	7060 mm
Lagerdurchmesser	360 mm

Die Lagerkörper im Gesamtgewicht von 2830 kp waren beim Versuch «isotrop weich» mit einer Federkonstanten von 12300 kp/cm und einer Dämpfungskonstanten von 250 kps/cm gegen die feste Unterlage abgestützt. Der Rotor lief im Versuch mit einer statischen Testunwucht von insgesamt 130,4 cmkg, welche zur Hälfte in der Mitte und zu je einem Viertel an jedem Ballenende symmetrisch angebracht war. Die Aufteilung der Rotormasse für die Rechnung als Dreimassenfall wurde wie folgt vorgenommen:

Masse in Rotormitte	16600 kg
Masse an den Lagerstellen	15000 kg
Federkonstante des Rotors	$6{,}1 \cdot 10^5$ kp/cm

Da die Unwuchten nur zum Teil in der Mitte angebracht waren, wurde entsprechend deren Anordnung in die Rechnung eingesetzt:

Unwucht in der Mitte	110 cmkg
Unwuchten an den Lagerpartien	20 cmkg

Die Nachrechnung des Schwingungssystems als Dreimassenfall mit den Lagerparametern

Federkonstante des Ölfilms	$8 \cdot 10^5$ kp/cm
Dämpfungskonstante des Ölfilms	$3{,}4 \cdot 10^3$ kps/cm

ergab die in Bild 6 angegebene Resonanzkurve, welche mit den Messungen gut übereinstimmt und damit die Brauchbarkeit der Näherungsrechnung zeigt.

c) Schliesslich sei noch daran erinnert, dass das System der n longitudinal gegeneinander schwingenden Massen mechanisch analog ist zu einem Torsionsschwingungsproblem von n miteinander durch elastisch nachgiebige und dämpfende Wellenstücke verbundenen Drehmassen. In dieser Analogie entspricht der Masse m_i die Drehmasse Θ_i bzw. das Schwungmoment GD^2, der Federkonstanten k_i die Drehsteifigkeit des i-ten Wellenstückes, der Dämpfungskonstanten D_i die analoge Dämpfungskonstante für die Torsionsschwingung, der Schwingungsamplituden die Amplitude des Winkelausschlages und endlich den an den Massen m_i angreifenden periodischen Störkräften P_i die an den Drehmassen Θ_i wirkenden periodischen Störmomente.

Literaturverzeichnis

[1] *Biezeno, C. R.* und *R. Grammel:* Technische Dynamik, Springer Berlin, 1953.

[2] *Den Hartog:* Mechanische Schwingungen, Springer Berlin, 1952.

[3] *Hagg, A. C.* und *Sarkey, G. O.:* Some Dynamic Properties of Oil-Film Journal Bearings with Reference to the Unbalance Vibration of Rotors, Trans. ASME, J.Appl.Mech. Bd. 23, Juni 1956, Seiten 302–305.

[4] *Hagg, A. C.* und *Sankey, G. O.:* Oil Film Properties for Unbalance Vibration Calculations, Trans. ASME, J.Appl.Mech. Bd. 25, März 1958, Nr. 1, Seiten 141–143.

[5] *Myklestad, N. O.:* A New Method of Calculating Natural Modes of Uncoupled Bending Vibrations of Airplane Wings and Other Types of Beams, «J.Aeronaut.Sciences». Bd. 11, 1944, Seite 153.

[6] *Thomson, W. T.:* Matrix-Solution of the Vibration of Nonuniform Beams, Trans. ASME, Bd. 72, 1950, Seite 337.

[7] *Traupel, W.:* Thermische Turbomaschinen, Band 2, Springer Berlin, 1960, Seiten 365ff. und 374ff.

[8] *Zurmühl, R.:* Praktische Mathematik für Ingenieure und Physiker, 4. Auflage, Springer Berlin, 1963, Seite 446ff.

Wärmeschock-Beanspruchungen in zylindrischen Gefässen

DK 539.41:621-222.2

Professor Dr. **G. Eichelberg** zum 75. Geburtstag am 21. November 1966 gewidmet von Dr. **A. Christ**, Escher Wyss AG Abt. Forschung

Einleitung

Unser verehrter Jubilar hat sich im Zusammenhang mit dem Dieselmotorbau sehr viel mit Wärmespannungen beschäftigt; deshalb möchte ich bei dieser Gelegenheit etwas zu diesem Thema beitragen.

Die theoretischen Grundlagen zum Berechnen von stationären und instationären Wärmespannungen liegen zwar seit langer Zeit fest, und es lässt sich dazu kaum noch etwas Wesentliches beisteuern. Jedoch ist die mathematische Handhabung reichlich kompliziert, insbesondere bei nichtstationären Fällen. Deshalb wird in der alltäglichen Praxis solchen Problemen entweder aus dem Wege gegangen oder es werden die Probleme an «Spezialisten» zum Bearbeiten weitergeleitet. Dementsprechend ist auch das «technische Gefühl», d. h. das konkrete Vorstellungsvermögen für solche Vorgänge im allgemeinen nicht stark entwickelt; oft werden harmlose Fälle überbewertet, gefährliche unterschätzt.

Hier möchten die folgenden Ausführungen einsetzen. Sie werden weniger den Theoretiker als den Konstrukteur ansprechen und ihm eine auf anschauliche Weise von einfachen Vorstellungen hergeleitete Formel an die Hand geben zum Berechnen der maximalen Wärmespannungen in der Wand eines zylindrischen Gefässes oder Rohres, und zwar einerseits für den Fall gleichmässiger Aufwärmung und anderseits für den wohl häufigeren Fall des eigentlichen Wärmeschocks. Unter Wärmeschock soll der Vorgang verstanden werden, bei dem sich die Temperatur des an der Gefäss- oder Rohrwand vorbeiströmenden Mediums plötzlich ändert. Dabei wird angenommen, die Wärmeübergangszahl zwischen Medium und Wand sei endlich und bekannt.

Selbstverständlich wird nicht verkannt, dass es schon lange ein einfaches Verfahren zum Bestimmen aller nichtstationären Temperaturfelder unter beliebigen Randbedingungen gibt; nämlich das graphische Verfahren von *Schmidt*. Es verlangt jedoch, dass der Temperaturverlauf im fraglichen Wandstück von Anfang an schrittweise verfolgt wird. Dabei interessiert aber der Temperaturverlauf gar nicht so sehr, sondern es ist lediglich nach der maximalen zusätzlichen Spannung infolge des Wärmeschocks gefragt. Wohl kann aus den Temperaturkurven diese Information gewonnen werden, aber insgesamt stellt doch das ganze graphische Verfahren einen etwas langen und in jedem sich stellenden Fall neu zu begehenden Weg dar, so dass auch aus diesem Grund eine Formel zur Spannungsberechnung recht erwünscht wäre.

Einfache Temperaturfelder

Ausgangspunkt unserer Betrachtungen bildet das *stationäre Temperaturfeld* in einer ebenen Wand (Platte). Hier fällt die Temperatur ϑ in der Wand (Dicke δ) bekanntlich linear ab, d. h. die Neigung der Temperaturverteilungskurve $d\vartheta/dx$ ist eine Konstante, weil überall dieselbe Wärmemenge durchfliesst. Die pro m² durchfliessende Wärmemenge, d. h. die Wärmestromdichte q ist ja mit der Neigung des Temperaturverlaufes direkt verknüpft durch das Fouriersche Erfahrungsgesetz

$$q = -\lambda \frac{d\vartheta}{dx} \tag{1}$$

wobei das Minusvorzeichen andeutet, dass die Wärme entgegen der Richtung des Temperaturanstieges fliesst, (Bild 1).

Der einfachste instationäre Vorgang ist der *Fall gleichmässiger Aufwärmung*. Auf der einen Seite (bei $x = 0$) ist die Wand isoliert gedacht, während von der anderen Seite her ($x = \delta$) ein zeitlich kon-

stanter Wärmestrom eindringt. Demnach wird sich die Wand auch mit einer konstanten «Geschwindigkeit» aufwärmen. Diese Aufwärmgeschwindigkeit sei C genannt.

Die Temperaturverteilung, die sich in der Wand einstellt, geht aus der folgenden Überlegung hervor: Jede Plattenschicht von der Dicke Δx verbraucht von dem in sie eindringenden Wärmestrom für ihre eigene Aufwärmung den Anteil $\varrho \cdot c \cdot \Delta x \cdot C$ (ϱ = Dichte des Plattenmaterials, c = spezifische Wärme) und gibt deshalb einen um diesen Anteil verminderten Wärmestrom weiter. Die Wärmestromdichte nimmt also von der Wärmeeinfallseite her gesehen linear mit der Eindringtiefe ab (in jeder Schicht um den Betrag $\varrho\, c\, \Delta x\, C$). Damit nimmt auch die Neigung des Temperaturverlaufes mit der Eindringtiefe linear ab (in jeder Schicht um den Betrag $\varrho c / \lambda \cdot \Delta x\, C$), bis auf der anderen, isolierten Seite die Neigung Null erreicht ist. Von dieser Seite aus, also von $x = 0$ aus gesehen, nimmt die Tangentenneigung der Temperaturkurven linear mit x zu, also

$$\frac{d\vartheta}{dx} = \frac{\varrho\, c}{\lambda}\, C\, x$$

Eine einfache Integration gibt daraus die Temperaturverteilung

$$\vartheta - \vartheta_0 = \frac{\varrho\, c}{\lambda}\, C \frac{x^2}{2}.$$

Es ist üblich, den Ausdruck $\lambda / \varrho c$ mit a (Temperaturleitzahl) zu benennen, also ist

$$\vartheta - \vartheta_0 = \frac{C}{a} \frac{x^2}{2} \tag{2}$$

Der Wert ϑ_0 ist dabei die jeweilige Temperatur auf der isolierten Seite. Wie oben festgestellt, steigt diese Temperatur linear mit der Zeit an, entsprechend der Aufwärmgeschwindigkeit C, also

$$\vartheta_0 = \vartheta_{00} + C t$$

(ϑ_{00} wird mit Null notiert).
Der Temperaturverlauf in der Platte ist also

$$\underline{\vartheta = C \left(\frac{x^2}{2\, a} + t \right)} \tag{3}$$

d. h. die Temperaturverteilkurven sind immer Parabeln, die sich mit der Zeit gleichmässig nach oben verschieben, (Bild 2).

Selbstverständlich kann die gleiche Beziehung auch direkt aus den Differentialgleichungen für nichtstationäre Wärmeleitvorgänge

$$\frac{\partial \vartheta}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial x^2}$$

gewonnen werden, wenn man die entsprechenden Rand- und Anfangsbedingungen berücksichtigt. Allerdings kommt in der Praxis die Anfangsbedingung des parabolischen Temperaturprofils zurzeit $t = 0$ kaum vor, so dass man bei direktem mathematischem Vorgehen nicht auf diese einfache Lösung stossen wird. Diese kann aber gewissermassen als charakteristische Grundlösung instationärer Vorgänge angesehen werden, die näher zu betrachten sich lohnen wird. – Zunächst ist das elastische Verhalten der Wandung unter diesen Temperaturfeldern darzustellen.

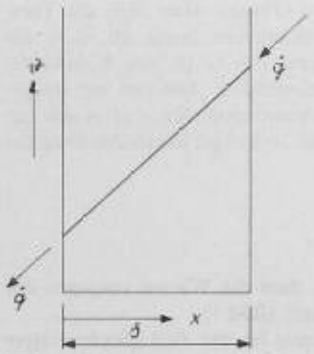


Bild 1. Temperaturverlauf bei stationärem Wärmestrom

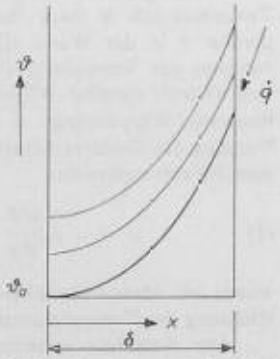


Bild 2. Temperaturverlauf bei gleichmässigem Aufwärmen

Spannungsberechnung

Für die folgenden Ausführungen ist es zweckmässig, sich die bisher erwähnten Wandungen nicht als ebene Platten, sondern als dünne Zylinderschalen vorzustellen, denn ebene Platten werden sich unter Wärmebeanspruchungen verwölben, wodurch ganz andere, geringere Beanspruchungen entstehen als im Falle des dünnwandigen Zylinders, der sich nicht verwölben kann. Dünnwandig soll der Zylinder sein, damit noch «eben» gerechnet werden kann, also in dem Sinne der Überlegungen im obigen Abschnitt. Da weiter in der Praxis der dünnwandige Zylinder recht häufig vorkommt, erscheint es berechtigt, ihn gegenüber der ebenen Platte vorzuziehen.

Die relative Verformung eines frei sich dehnenden Körpers ist in jeder Richtung

$$\varepsilon = \beta (\vartheta - \vartheta_B), \tag{4}$$

wobei β der lineare Ausdehnungskoeffizient und ϑ_B eine Bezugstemperatur bedeutet. Erst wenn diese Verformungen ganz oder teilweise verhindert werden, wie das bei Zylindern der Fall ist, entstehen Spannungen.

Für den ebenen Spannungszustand lauten die Beziehungen zwischen den relativen Verformungen und den Spannungen:

$$\begin{aligned} E\, \varepsilon_y &= \sigma_y - \nu\, \sigma_z && (y\text{: Umfangsrichtung}) \\ E\, \varepsilon_z &= \sigma_z - \nu\, \sigma_y\,. && (z\text{: Axrichtung}) \end{aligned} \tag{5}$$

Dabei sind: E = Elastizitätsmodul
ν = Querkontraktionszahl
σ_y, σ_z = Spannungskomponenten in Umfangs- und Axrichtung.

Die Spannungen in x-Richtung, also radiale Spannungen, sind sehr klein im Vergleich zu den anderen und verschwinden bei reinen Wärmebeanspruchungen an den Oberflächen gänzlich. Da sich die Oberflächen der Zylinderwand und nicht irgend eine Stelle des Wandinnern als kritische Stelle erweisen werden, können diese Radialspannungen vernachlässigt werden.

Bei thermischen Beanspruchungen sind alle relativen Verformungen gleich gross: ($\varepsilon_y = \varepsilon_z$); also ist gemäss dem Gleichungssystem (5) auch

$$\sigma_y = \sigma_z = \sigma \qquad \text{und} \qquad E\, \varepsilon = \sigma\, (1 - \nu)\,. \tag{6}$$

Die Kombination mit der Gleichung (4) für die freie thermische Verformung $\varepsilon = \beta\, (\vartheta - \vartheta_B)$ liefert

$$\underline{\sigma = \frac{\beta\, E}{1 - \nu}\, (\vartheta - \vartheta_B)\,.} \tag{7}$$

Unter dieser Spannung σ ist sowohl σ_y als auch σ_z zu verstehen. Also handelt es sich um einen zweiaxigen Spannungszustand mit gleich grossen Spannungskomponenten σ_z und σ_y. Entsprechend der Gestaltänderungshypothese ist die zur Festigkeitsbeurteilung massgebende Vergleichsspannung

$$\sigma_v = \sqrt{\sigma_y^2 + \sigma_z^2 - \sigma_y\, \sigma_z}\,.$$

In unserem Falle, wo die Komponenten gleich gross sind, wird

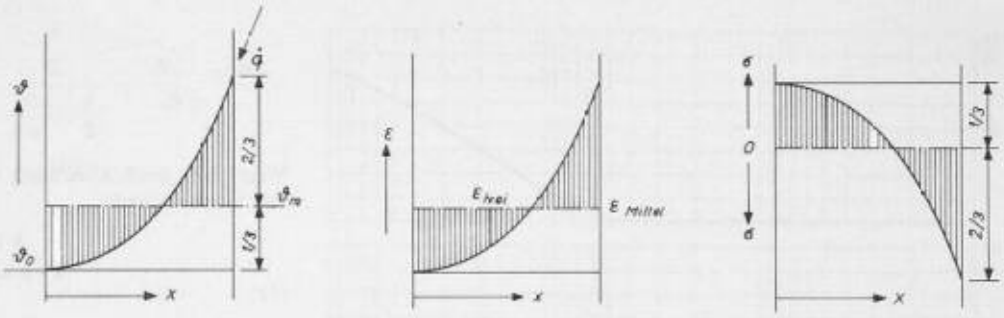
$$\sigma_v = \sigma_y = \sigma_z$$

d. h. die Vergleichsspannung wird gleich gross wie jede Komponente. Die in Gleichung (7) angeschriebene Spannung stellt also bereits die richtige Vergleichsspannung dar.

Bei den im vorangehenden Abschnitt gefundenen parabolischen Temperaturprofilen möchten sich alle Schichten gemäss ihrer individuellen Temperatur verschieden dehnen. Die «freie» ε-Kurve ist gemäss Gleichung (4) proportional der Temperaturkurve (Bild 3). Infolge der gegenseitigen Beeinflussung aller Schichten ist diese Verformung nicht möglich, sondern es stellt sich eine mittlere Dehnung ein. Die unterdrückten Restdehnungen werden sich nach Gleichung (6) in Spannungen manifestieren, wobei die Gleichgewichtsbedingung erfordert, dass die drückenden und ziehenden Wandschichten sich die Waage halten. Da alle Kurven in Bild 3 Parabeln sind, verlangt diese Gleichgewichtsbedingung, dass der Dehnungsmittelwert (d. h. für die Spannungsverteilung der Null-Wert) auf $^1/_3$ der Höhe des Wertes liegt, den die beheizte Seite annimmt.

Die in Gleichung (4) und (7) genannte Bezugstemperatur ist dem-

Bild 3. Temperaturen, Dehnungen und Wärmespannungen beim gleichmässigen Aufwärmen



nach gleich ϑ_m und die Spannungen sind nun proportional zu $(\vartheta - \vartheta_m)$; also ist

$$\sigma = -\frac{\beta E}{1-\nu}(\vartheta - \vartheta_m)\,. \tag{8}$$

Das Minus-Vorzeichen gibt an, dass sich Druckspannungen einstellen, wenn ϑ grösser ist als ϑ_m.

Am stärksten beansprucht wird also die beheizte Seite; die sich dort bei $x = \delta$ einstellende Druckspannung ist

$$\sigma_{max} = -\frac{2}{3}\,\frac{\beta E}{1-\nu}(\vartheta_{max} - \vartheta_0)\,. \tag{9}$$

Mit Gleichung (2) wird daraus:

$$\sigma_{max} = -\frac{\beta E}{1-\nu}\,\frac{C}{3\,a}\,\delta^2 \quad \text{(Druckspannung)}\,. \tag{10}$$

Die grösste Zugspannung auf der isolierten Seite ist dem Betrag nach halb so gross:

$$\sigma_{is} = \frac{\beta E}{1-\nu}\,\frac{C}{6\,a}\,\delta^2 \qquad \text{(Zugspannung)}\,. \tag{11}$$

Gleichung (10) kann auch nach der zulässigen Aufheizgeschwindigkeit aufgelöst werden:

$$C_{zul} = -\sigma_{zul}\,\frac{3\,a}{\delta^2}\,\frac{1-\nu}{\beta E} \tag{12}$$

σ_{zul} ist die zulässige Druckspannung, hat also negatives Vorzeichen, so dass C_{zul} positiv wird.

Diese Gleichung (12) stellt bereits ein gut brauchbares Kriterium dar, wie rasch z. B. beim Anfahren von Dampfturbinen der Druck und damit die Sättigungstemperatur in Behältern oder Leitungen gesteigert werden darf. Die meist erfüllte Bedingung dabei ist, dass der heizende Dampf an den Wandungen kondensiert. Dann ist nämlich Druck und Temperatur fest miteinander verknüpft und, dank dem sehr hohen Kondensations-Wärmeübergangswert, ist die beheizte Wandtemperatur praktisch gleich der Sättigungstemperatur. In so gearteten Fällen ist also lediglich darauf zu achten, dass die Sättigungstemperatur nicht rascher steigt als die Formel (12) angibt.

Wärmeschock

Mit Hilfe der bisherigen Betrachtungen kann nun der Schritt zum eigentlichen Thema dieser Ausführungen gemacht werden, nämlich der Schritt zum Berechnen der maximalen Spannungen bei Wärmeschock. Allerdings wird es sich um eine Näherungsbetrachtung und -berechnung handeln, die sich jedoch für alle praktischen Fälle als genügend genau erweisen wird.

In Bild 4 sind einige Temperaturkurven eines solchen Wärmedruckes, wo die Aussentemperatur sprungartig von $\Theta_0 = \vartheta_0$ auf Θ ansteigt, dargestellt, wie sie mit Hilfe des Schmidtschen Differenzenverfahrens gewonnen werden können. Die Wanddicke δ ist mit 1 normiert. Damit wird der Abstand zwischen der beheizten Wandoberfläche und dem Richtpunkt R gleich $\lambda / \alpha\,\delta$. Auf diesen Richtpunkt mit der Temperatur Θ laufen bekanntlich alle Randtangenten der Temperaturverteilungen hin.

Im dargestellten Fall dauert es eine gewisse Weile (punktiert eingetragene Linien) bis sich eine mindestens angenähert parabolische Temperaturverteilung einstellt (voll ausgezogen). Nachher beginnt die ganze Kurve, ähnlich wie im Falle konstanter Aufheizgeschwindigkeit, nach oben zu rutschen (gestrichelt eingetragen). Denn von aussen wird ja dauernd Wärme nachgespiesen, allerdings nicht mehr eine genau konstante Wärmemenge, sondern eine langsam abnehmende. Wenn jedoch nur ein kleiner Zeitabschnitt betrachtet wird und die Richtpunkttemperatur Θ genügend hoch über der mit ϑ_{max} bezeichneten Temperatur liegt, ist die Wärmezufuhr praktisch konstant, und es liegt derselbe Fall konstanter Aufwärmung vor wie im obigen Abschnitt beschrieben wurde, d. h. es bildet sich wirklich ein (angenähert) parabolisches Temperaturprofil aus, das auch (angenähert) parabolisch bleiben wird.

Aus Bild 4 ist ersichtlich, dass der Zeitpunkt der ausgezogenen Temperaturverteilung der kritische ist, d. h. der mit den grössten Spannungen. Vor diesem Zeitpunkt sind die Temperaturdifferenzen $\vartheta_{max} - \vartheta_{mittel}$ noch kleiner als bei t_{krit}; nachher werden sie wieder kleiner, da sich die Parabeln infolge der langsam verminderten Wärmezufuhr abflachen.

Die Spannung in diesem kritischen Zeitpunkt ist anhand von Bild 4 leicht zu finden. Es ist lediglich zu vermerken, dass die zum Richtpunkt R laufende Tangente an die parabolische Temperaturverteilung die Ordinate ϑ_0 an der Stelle 1/2 schneidet (dies ist eine allgemeine Eigenschaft von Parabelkurven). Aus dem Dreieck ABR lässt sich leicht berechnen:

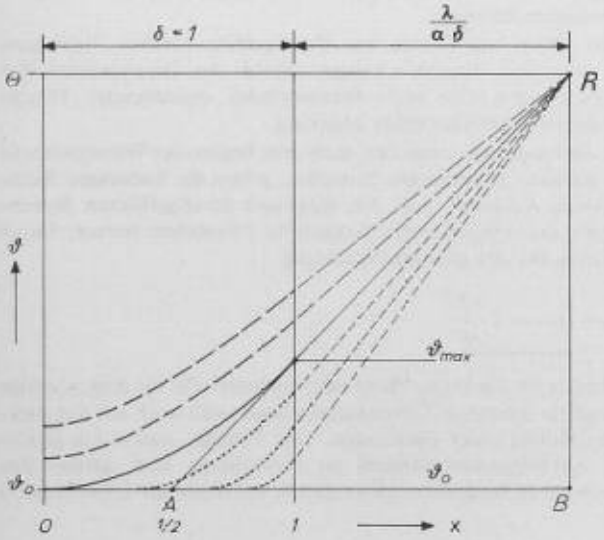


Bild 4 (links): Zur Berechnung der grössten Temperaturdifferenzen ($\delta_{max} - \delta_o$) beim Wärmeschock

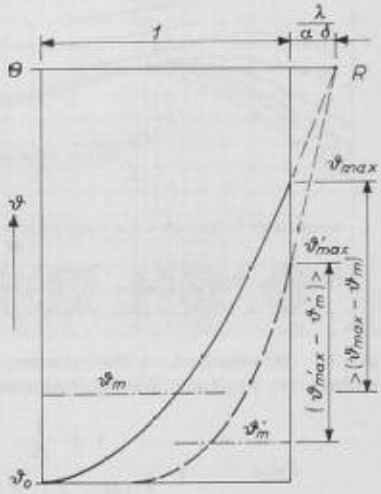


Bild 5 (rechts). Temperaturverlauf bei starkem Wärmeschock

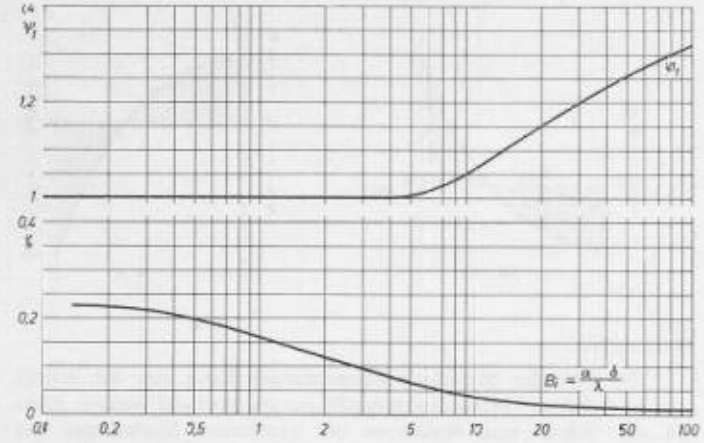


Bild 6. Wärmeschock in dünnwandigen Zylinderschalen

Oben: Verlauf des Berichtigungsfaktors ψ_1 in der Gl. (14) für die maximale Spannung

Unten: Verlauf des Faktors ζ in der Gl. (15) für den Zeitpunkt der maximalen Spannung

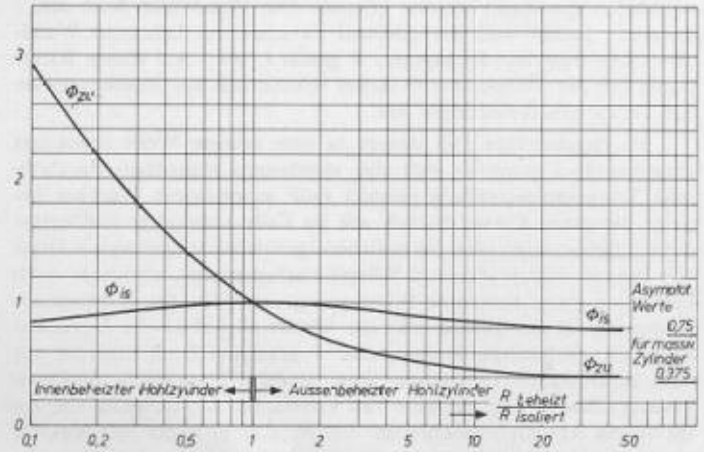


Bild 7a. Gleichmässiges Aufwärmen von Hohlzylindern, Verlauf der Faktoren Φ_{zu} und Φ_{is}

Spannung auf der beheizten Seite

$$\sigma_{zu} = -\Phi_{zu}\frac{C}{3a}\delta^2\frac{\beta E}{1-\nu}$$

Spannung auf der isolierten Seite

$$\sigma_{is} = \Phi_{is}\frac{C}{6a}\delta^2\frac{\beta E}{1-\nu}$$

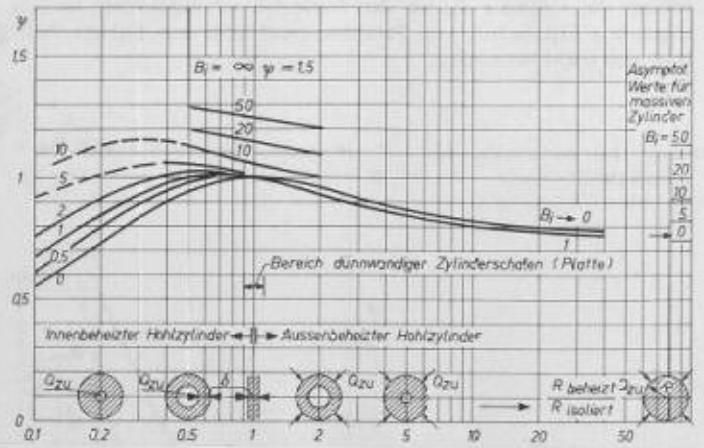


Bild 7b. Wärmeschock in Hohlzylindern, Verlauf des Faktors Ψ zum Berechnen der maximalen Wärmeschockspannung nach der Gleichung

$$\sigma_{max} = -\Psi\frac{\frac{2}{3}(\Theta-\vartheta_0)\frac{\beta E}{1-\nu}}{1+\frac{2}{Bi}}$$

$$\frac{\vartheta_{max}-\vartheta_0}{\Theta-\vartheta_0} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{2}+\frac{\lambda}{\alpha\delta}}.$$

Wenn hier noch Gleichung (9) berücksichtigt wird, ergibt sich für den Wärmeschock

$$\sigma_{max} = \frac{-\frac{2}{3}\frac{\beta E}{1-\nu}(\Theta-\vartheta_0)}{1+\frac{2\lambda}{\alpha\delta}}. \tag{13}$$

Auch hier bedeutet das Minus-Vorzeichen, dass bei einem Aufheiz-Wärmeschock mit $\Theta > \vartheta_0$ σ_{max} Druckspannungen sind. Gleich wie im Falle konstanter Aufwärmung sind die Zugspannungen halb so gross.

Allerdings ist der Gültigkeitsbereich dieser Formel etwas eingeschränkt; nämlich bei sehr hohen Wärmeübergangszahlen α, oder genauer gesagt bei grosser Biot-Zahlen $Bi = \alpha\delta/\lambda$ sind die σ_{max}-Werte noch zu korrigieren. Bild 5 erläutert diese Situation: Der Richtpunkt R im Abstand $\lambda/\alpha\delta = 1/Bi$ liegt in diesen Fällen sehr nahe der Wand. Das graphische Verfahren nach Schmidt gibt kurz nach Beginn des Schockes an der beheizten Seite sehr steil verlaufende Temperaturverteilungen. Es erweist sich dabei, dass die Differenz $(\vartheta'_{max}-\vartheta'_m)$ der gestrichelt eingetragenen Verteilung grösser ist als $(\vartheta_{max}-\vartheta_m)$ der ausgezogenen. Die Berechnungsformel (13) stützt sich aber auf die letztere Verteilung, so dass hier eine Korrektur nötig ist. Mit Hilfe einer Reihe von graphisch durchgeführten Wärmeschocks liess sich der Korrekturfaktor Ψ_1 finden; er ist auf Bild 6 oben dargestellt. Erst für die Biot-Zahlen, die grösser als 4 sind, weicht dieser Korrekturfaktor Ψ_1 vom Wert eins ab. Für eine Stahlwand ($\lambda = 40$ kcal/mh °C) der Dicke 1 cm bedeutet $Bi = 4$, dass der Wärmeeinfallswert 16000 kcal/m²h °C betragen muss. Allgemein wird also

$$\sigma_{max} = -\Psi_1\frac{\frac{2}{3}(\Theta-\vartheta_0)\frac{\beta E}{1-\nu}}{1+\frac{2}{Bi}}. \tag{14}$$

Ergänzungen und Bemerkungen

1. Bei den betrachteten Wärmeschocks handelte es sich immer um Vorgänge, bei denen die Aussentemperatur auf der einen Seite sprungartig anstieg. Dabei ergaben sich die grössten Werte für die Druckspannungen. Bei Materialien, die weniger druck-, sondern hauptsächlich zugempfindlich sind (z. B. Gusseisen), ist zu beachten, dass die höchsten Zugspannungen halb so gross werden wie die höchsten Druckspannungen (Gleichung 11). Danach ist leicht zu entscheiden, welche der beiden Spannungen für das Material gefährlicher ist. Bei der Zugspannungsberechnung fällt übrigens eine Ψ_1-Korrektur für $Bi > 4$ weg.

2. Bei Abkühlungsschocks (Kälteschocks) kann die Rechnungsart unverändert übernommen werden. Wo bei den Wärmeschocks Druckspannungen zu finden waren, gibt es hier Zugspannungen von gleichem absolutem Betrag.

3. In den Fällen, wo es sich um Druckgefässe handelt, überlagern sich die normalen Beanspruchungen infolge des Innendruckes den Wärmespannungen. Die beim Wärmeschock entstehenden Druckspannungsspitzen werden daher abgebaut.

4. Über die Frage, wie lange Zeit nach dem Beginn des Wärmeschocks sich die grössten Spannungen einstellen, geben die bisherigen Rechnungen keine Auskunft. Aus den graphisch durchgeführten Berechnungen geht die in Bild 6 unten dargestellte ζ-Funktion hervor. Dabei ist der Zeitpunkt der grössten Spannung

$$t_{krit} = \zeta\frac{\delta^2}{a}. \tag{15}$$

5. Alle bisher für die ebene Platte oder eigentlich für die dünnwandige Zylinderschale gezeigten Überlegungen lassen sich auch auf den dickwandigen Hohlzylinder übertragen. Das Prinzip, zuerst die gleichmässige Aufheizgeschwindigkeit zu formulieren und daraus den Wärmeschock zu berechnen, bleibt gleich. An Stelle der Gleichung (3) tritt hier

$$\vartheta = \frac{C}{4\,a} R^2 \left[\left(\frac{r}{R} \right)^2 - 2 \ln \left(\frac{r}{R} \right) - 1 \right] + C\,t,$$

wobei R den Radius der isolierten Seite bedeutet. Es würde jedoch zu weit führen, dieses im Einzelnen darzustellen. Deshalb seien lediglich die Resultate in Diagrammform bekannt gegeben.

Bild 7a dient zur Berechnung der Spannungen bei gleichmässigem Aufwärmen von innen- und aussenbeheizten Hohlzylindern. Der Berechnungsformel für die dünnwandige Schale ist hier der Faktor Φ vorangestellt. Zur Spannungsberechnung auf der beheizten Seite ist Φ_{zu} zu benützen und auf der isolierten Seite Φ_{is}. Links im Diagramm sind die innenbeheizten Hohlzylinder. Hier können sich recht hohe Spannungen einstellen. Bei $R_{beh} / R_{is} \simeq 1$ liegt der Bereich dünnwandiger Schalen. Hier sind beide $\Phi \simeq 1$. Ganz rechts aussen liegt der Grenzfall des massiven Zylinders.

Mit Hilfe von Bild 7b lassen sich die Wärmeschockspannungen berechnen. Auch hier ist der hergeleiteten Berechnungsformel (13) ein Faktor Ψ voranzustellen, wobei Ψ vom Radienverhältnis und von der Biot-Zahl abhängt. Der in Bild 6 oben dargestellte Verlauf Ψ_1 (Bi) stellt den Spezialfall an der Stelle $R_{beh} / R_{is} = 1$ dar. Für Schocks mit $Bi = \infty$, wo die Temperatur in der äussersten Wandschicht sprunghaft der Umgebungstemperatur folgt, nimmt Ψ den höchsten Wert von 1,5 an. Wärmeschock-Spannungsberechnungen nach Bild 7b wurden, so weit dies möglich war, verglichen und in gutem Einklang gefunden mit Diagrammen von *Endres*[1]).

6. Auch wenn die Voraussetzung, dass die Platte oder der Hohlzylinder auf der einen Seite isoliert sei, fallengelassen wird, ändert sich nichts an der Wärmeschock-Spannungsberechnung, sofern vor dem Schock keine Wärme durch die Wandung floss, d. h. alle Temperaturen ausgeglichen waren. Hingegen ist diese einfache Spannungsberechnung nicht mehr zulässig, wenn vor dem Schock bereits ein stationärer Wärmetransport durch die Wandung stattfand.

7. Zum Schluss ist noch eine Bemerkung über die Genauigkeit dieser Berechenmethode zuzufügen: Der systematische Fehler bei einer Spannungsberechnung nach Bild 7b wird auf weniger als 5% geschätzt. Zum Rechnen muss allerdings die Biot-Zahl bekannt sein. In ihr ist die Wärmeübergangszahl α enthalten, die meistens nur approximativ und nur in den besten Fällen auf $\pm$ 5% genau bekannt ist. Ferner muss die sich ergebende Spannung normalerweise genügend weit von der auch nur mit einer gewissen Toleranz bekannten Streckgrenze entfernt sein, d. h. ein Sicherheitsfaktor ist zu berücksichtigen. Da also einerseits die Voraussetzungen für die Spannungsberechnung reichlich mit Unsicherheit behaftet sind und anderseits das Resultat ausserhalb eines Sicherheitsabstandes von der Grenze entfernt bleiben muss, ist es eigentlich müssig, von der Berechnungsmethode selbst viel höhere Genauigkeit zu fordern als die hier beschriebene zu bieten vermag.

[1]) *W. Endres:* Brown Boveri Mitt., Januar 1958.

Zusammenfassung

Es wird dargestellt, wie auf Grund ganz einfacher Vorstellungen und ohne grosse mathematische Hilfsmittel die nichtstationären Wärmespannungen gefunden werden können; einerseits für gleichmässig von aussen erwärmte Wandungen und anderseits für plötzliche Wärmeschocks erleidende Wandungen. Die Betrachtungen bezogen sich auf Platten, die sich nicht verwölben können, d. h. praktisch auf dünnwandige Zylinderschalen. In ergänzenden Diagrammen sind Korrekturfaktoren angegeben, die auch die Spannungsberechnung in dickwandigen Zylinderschalen gestatten.

Symbole:

$a = \lambda / \varrho c$	Temperaturleitzahl
$Bi = \alpha\,\delta / \lambda$	Biot-Zahl
c	Spezifische Wärme
C	Aufwärmegeschwindigkeit
E	Elastizitätsmodul
$\dot{q}$	Wärmestromdichte
r	Radius-Koordinate
R	Radius
t	Zeit
x, y, z	Längen-Koordinaten
α	Wärmeübergangszahl
β	Linearer Ausdehnungskoeffizient des Wandmaterials
δ	Dicke der Platte oder der Zylinderschale
ε	relative Dehnung
ζ	Faktor zur Berechnung des Zeitpunktes der max. Spannungen
ϑ	Temperatur
Θ_0	Umgebungstemperatur vor dem Schock
Θ	Umgebungstemperatur nach dem Schock
λ	Wärmeleitfähigkeit des Wandmaterials
ν	Querkontraktionszahl des Wandmaterials
ϱ	Dichte des Wandmaterials
σ	Spannung
Φ	Faktor zum Berechnen der Spannungen beim gleichmässigen Aufheizen dickwandiger Zylinderschalen
Ψ_1	Faktor zum Berücksichtigen starker Wärmeschocks (für $Bi > 4$) bei dünnwandigen Zylinderschalen
Ψ	Faktor zum Berechnen der Wärmeschockspannungen in dickwandigen Hohlzylindern.

Betrachtungen zur Einigung Europas

DK 321.9:159.9

Der Fragenkomplex, der heute mit dem Ausdruck «europäische Integration» bezeichnet wird, beschäftigt nicht nur die Politiker und die Männer der Wirtschaft; er wird auch unter Geisteswissenschaftlern und Ingenieuren eifrig besprochen. Unbestritten sind die Forderungen, die an ein geeintes Europa gestellt werden: Friedenssicherung im europäischen Raume, Überwindung nationaler Ichbezogenheiten, Stärkung der gemeinsamen militärischen Schlagkraft, Hebung der technischen Leistungsfähigkeit und Verbesserung der wirtschaftlichen Stabilität. Die Wege jedoch, auf denen diese Anliegen erfüllt werden sollen, gehen von stark verschiedenen Orten aus, und auch das Bild des zu schaffenden Europa, das den genannten Erwartungen entsprechen soll, verändert sich von Land zu Land und von Standpunkt zu Standpunkt. Diese Unterschiede machen den erstrebten Zusammenschluss zu einer nicht leicht zu lösenden Aufgabe.

Dass sich der Verwirklichung des Einigungsgedankens Schwierigkeiten grundsätzlicher Art entgegenstellen, wurde anfänglich nur von wenigen erkannt. Die Sehnsucht nach Frieden und Wohlstand lenkte den Blick von den wirklichen Sachverhalten ab. Hinzu kamen das beklemmende Erlebnis der Kleinheit und Schwäche Europas, verbunden mit der Angst von einer Bedrohung aus dem Osten. Das sich daraus ergebende Bewusstsein der Zusammengehörigkeit und der Schicksalsgemeinschaft weckte das Bedürfnis nach raschen durchgreifenden Lösungen. Bei dieser ungeduldigen Zielstrebigkeit war die Neigung gering, sich mit der wirklichen Lage der europäischen Nationen, ihren Möglichkeiten, Aufgaben und Nöten grundsätzlich zu befassen und nach gangbaren Wegen zu suchen, die geeignet wären, aus diesen Gegebenheiten heraus dem angestrebten Ziel entgegenzuführen. Offensichtlich unterschätzte man die Grösse der Aufgabe. Das war nicht nur unzweckmässig, sondern gefährdete aufs ernsteste deren Lösung.

Wer die seitherigen Geschehnisse verfolgt, wird feststellen, dass die ursprünglichen Erwartungen weitgehend in Frage gestellt sind. Zwar wurden auf politischen und wirtschaftlichen Feldern Körperschaften und Organisationen ins Leben gerufen (OECD, EWG, EFTA, Montanunion, Euratom), die wichtige Beiträge zur Erfüllung der eingangs genannten Forderungen geleistet haben. So sehr deren Wirksamkeiten Anerkennung und Förderung verdienen, so haben sich gerade bei ihnen Schwierigkeiten eingestellt, von denen heute niemand sagen kann, wie sie überwunden werden könnten. Das liegt nicht an einem Ungenügen der ausführenden Organe, sondern ergibt sich aus der Natur der Sache: Gewiss lassen sich bestimmte Teilaufgaben nach den linearen Methoden verstandesmässigen Erkennens und Urteilens sowie denen konstruktiven Planens und Berechnens lösen. Aber damit ist das für die Einigung Entscheidende noch nicht geschehen. Denn Europa kann nicht auf einen machbaren Mechanismus oder auf eine zweckgebundene Institution zurückgeführt werden, sondern wird nur lebensfähig sein, wenn es sich zu einer Lebensgemeinschaft eigenständiger Nationen entwickelt. Zum Gelingen dieser Umbildung ist vor allem nötig, dass sich die Bewohner unseres Erdteils zu überzeugten Trägern europäischen Gemeinschaftsgeistes und zu wirklichen