De la rétrogradation de l'ombre sur le cadran solaire

Autor(en): **Guillemin, Etienne**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft = Actes de la Société Helvétique des Sciences Naturelles = Atti della Società Elvetica di Scienze Naturali**

Band (Jahr): **60 (1877)**

PDF erstellt am: **27.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-90030

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

VI

De la rétrogradation de l'ombre sur le cadran solaire,

PAR

M. **Etienne GUILLEMIN**, major du génie, à Lausanne.

La trace du méridien sur le plan horizontal et la projection de l'ombre d'un style vertical forment un angle variable, évidemment nul à midi, mais qui doit, semble-t-il, augmenter constamment à partir de cette heure-là, pour arriver à son maximum vers le lever ou vers le coucher du soleil. Cependant, il n'en est pas toujours ainsi; car dans les pays situés entre les tropiques, lorsque la déclinaison du soleil est supérieure à la latitude du lieu, l'ombre d'un style perpendiculaire au plan horizontal se projette à midi du côté de l'équateur et l'on voit, matin et soir, l'ombre subir un mouvement de rétrogradation.

Ce phénomène se manifeste dans notre hémisphère quand la déclinaison du soleil est boréale, et quand on incline le cadran de manière à le rendre parallèle à celui supposé placé entre les tropiques; en d'autres termes : quand le style perpendiculaire au cadran fait, avec le plan de l'équateur, un angle inférieur à la déclinaison du soleil.

La rétrogradation de l'ombre est d'autant plus grande

que la déclinaison du soleil est plus considérable, et que la déclinaison du style se rapproche de celle du soleil; elle atteint son maximum au solstice d'été et devient nulle aux équinoxes. On peut s'en convaincre aisément au moyen d'épures.

Soit : A = déclinaison du soleil,
l = déclinaison du style, ou latitude géographique du lieu pour lequel le cadran serait horizontal,
R = angle de rétrogradation de l'ombre,

les valeurs de R peuvent être calculées en fonction de l et de A au moyen de la formule suivante :

$$\text{Sin R} = \frac{\text{Sin 2A} - \sqrt{\text{Sin}^2 2\text{A} - \text{Sin}^2 2l}}{2 \text{ Cos}^2 l}$$

En mettant sin 2 A en facteur commun et en faisant :

$$\frac{\text{Sin } 2l}{\text{Sin 2A}} = \text{Sin } \varphi,$$

la formule prend une forme qui permet l'emploi des logarithmes

$$\text{Sin R} = \frac{\text{Sin 2A Sin}^2 \left(\frac{\varphi}{2}\right)}{\text{Cos}^2 l}$$

Si l'on suppose $l = 0^\circ$, on a : R = 0°
$l = \text{A}$, » Sin R = tg A

Au solstice d'été, Sin R = tg 23° 28′
R = 25° 44′

Tel est l'angle maximum décrit par l'ombre du style pendant son mouvement de rétrogradation. Dans le cas où $l = \text{A}$, il n'y a plus d'ombre à midi; mais à ce moment, elle est encore censée se projeter *au sud*. Si, au contraire,

on suppose la projection de l'ombre dans la direction *du nord,* R devient nul.

En considérant A comme une constante, et en remplaçant les valeurs de x et de y dans l'équation de l'ellipse rapportée à l'extrémité d'un diamètre, dont le grand axe serait = R (tiré de la formule Sin R = tgA), et dont le petit axe = A, les valeurs intermédiaires de R et celle de l qui leur correspondent, satisfont très approximativement à l'équation.

On peut même, en choisissant convenablement le centre, tracer la courbe avec un arc de cercle, sans guère dépasser un demi-degré d'erreur.

Pour cela, représentons les degrés par des lignes droites à une échelle quelconque (6^{mm} par exemple pour un degré), et traçons un carré dont le côté soit = A ; puis prolongeons à gauche le côté supérieur d'une quantité = 0,02A.

Le point ainsi déterminé est le centre de l'arc qu'on décrit avec un rayon = A.

Sur la base du carré comme ligne des abscisses, portons, à partir de l'origine, une longueur égale à la déclinaison l (cette déclinaison est arbitraire, à condition toutefois de rester inférieure à A de 1° au moins). Élevons, à l'extrémité de l, une ordonnée limitée à sa partie supérieure par son intersection avec l'arc de cercle :

L'ordonnée mesurée à l'échelle ci-dessus, indique la valeur de R en degrés.

On peut ainsi, sans calcul, déterminer avec une approximation très suffisante en pratique, l'angle de rétrogradation de l'ombre, correspondant à des déclinaisons données du style et du soleil.

A défaut de cadran métallique, nous avons employé pour les expériences une planchette en bois formée de plusieurs pièces assemblées, comme le sont celles des planches à dessin, afin d'éviter les déformations qui se produisent sous

l'influence de la chaleur. Une aiguille de 0^m20 de longueur était fixée bien perpendiculairement au centre de la planchette. Celle-ci était installée sur un théodolite à la place de la lunette qu'on avait enlevée. On a tracé sur le cadran, ainsi installé, plusieurs cercles concentriques et une ligne méridienne, sur laquelle l'ombre doit se projeter à midi.

Si l'on ne possède pas d'instrument exact pour mesurer les angles, le mieux est de calculer d'avance la longueur d'ombre à midi pour une valeur de $A - l$ donnée, et d'incliner son cadran de manière à obtenir la longueur d'ombre voulue. Ce procédé fournit d'ailleurs un bon moyen de vérification.

Une ombre de $0^m,012$ à $0^m,015$ pour un style de $0^m,20$ est en général convenable, si l'on veut simplement constater le phénomène, sans chercher un angle déterminé de rétrogradation. On voit, dès le moment où le soleil apparaît au-dessus du plan du cadran, l'ombre s'écarter du méridien, puis s'en rapprocher jusqu'à midi et continue à progresser dans le même sens, pendant un temps qui dépend du rapport des déclinaisons du style et du soleil. Après quoi, l'ombre rétrograde de nouveau en se rapprochant du méridien; très lentement d'abord, plus rapidement ensuite.

Deux formules très simples permettent de calculer à partir du midi vrai, les heures du commencement et de la fin du phénomène, abstraction faite de la réfraction atmosphérique et de la parallaxe.

Soit : α, l'angle compris entre le méridien du soleil et celui de midi, au moment de la fin de la rétrogradation le matin, ou du commencement le soir ;

Soit : β, l'angle compris entre le méridien de 6 heures et celui du soleil au moment où l'astre se trouve à l'horizon du cadran. On a :

$$\text{Cos } \alpha = \frac{\text{tg}l}{\text{tgA}} \qquad \text{Sin } \beta = \text{tg}l \text{ tgA}$$

Dans ces deux formules, les valeurs de α et de β, exprimées en minutes de degré, sont divisées par 15 pour être transformées en minutes de temps. Le lever du soleil, pour le cadran, a lieu à 6 h. $-\frac{\beta}{15}$ et le coucher à 6 h. $+\frac{\beta}{15}$

La manière de disposer un cadran, pour faire rétrograder l'ombre du style, est connue depuis plus de 2500 ans ; mais le phénomène passait alors pour un miracle. On lit en effet dans le *IIe livre des Rois*, chapitre XX, verset 11 :

Et Esaïe le prophète cria à l'Eternel ; et il fit rétrograder l'ombre par les degrés par lesquels elle était descendue au cadran d'Achaz, dix degrés en arrière.

Comment se fait-il qu'un phénomène naturel si simple, soit ignoré des mathématiciens et des astronomes, et qu'aucun ouvrage scientifique, à notre connaissance du moins, n'en fasse mention ? Beaucoup de personnes même le considèrent encore aujourd'hui comme miraculeux.

Cela est d'autant plus étonnant, qu'un géomètre portugais, nommé Nonius ou Nugnez, qui vivait au XVIe siècle, avait déjà, à l'aide d'une figure, donné l'explication du fait dont il s'agit. Nous en trouvons la description dans un traité d'escamotage, publié à Paris en 1792 et intitulé : *Dictionnaire des amusements des sciences mathématiques et physiques*, sans nom d'auteur, mais portant pour épigraphe :

Felix qui potuit rerum cognoscere causas.

Malheureusement, dans sa démonstration, Nugnez ne donne aucun calcul et commet une forte erreur en disant qu'il suffit, vers le solstice d'été, d'incliner le cadran de 12° (au lieu de 18°25), pour faire rétrograder l'ombre de 10°.

C'est probablement à l'erreur du géomètre portugais, qui aura trompé les expérimentateurs, et sans doute aussi à l'influence d'un clergé intolérant, qu'il faut attribuer l'oubli dans lequel est tombée l'explication du phénomène dont nous venons de nous occuper.

Nous ignorons si les degrés indiqués dans le texte biblique sont équivalents à ceux d'aujourd'hui. Toutefois, si comme au temps d'Ezéchias, nous voulons faire rétrograder l'ombre de 10°, il faudra donner à l une valeur de 18°25′.

Mais à Jérusalem, dont la latitude est de 31°46′, le cadran devra être incliné *sur l'horizon* d'une quantité égale à :

$$31°46' - 18°25' = 13°21'$$

Si l'inclinaison du cadran solaire *sur l'horizon* était de 12°, l serait égal à :

$$31°46' - 12° = 19°46'$$

et l'angle de rétrogradation, d'après la formule, serait précisément égal à :

$$12°06'$$

Le rapprochement de ces chiffres est assez singulier pour nous permettre de croire à une erreur volontaire de la part de Nugnez, qui n'a pas osé dire ouvertement toute sa pensée.

C'est à la latitude de Jérusalem, et non ailleurs, qu'il faut incliner le cadran de 12° à 13° sur l'*horizon* pour avoir une rétrogradation d'environ 10°. Mais du temps où la sainte Inquisition était dans toute sa puissance, il ne faisait pas bon proclamer une vérité, quand celle-ci venait se heurter à des croyances religieuses.

Galilée, pour avoir simplement affirmé le mouvement de rotation de la terre, dut aller à Rome, y rétracter ses hérésies et subir la prison. Nugnez son contemporain, s'il s'était

permis de démontrer clairement qu'un fait raconté dans la bible comme miraculeux n'est qu'un phénomène naturel, dépendant de la déclinaison du soleil et de la volonté de l'opérateur, Nugnez, disons-nous, aurait probablement été brûlé comme hérétique. Il l'eût été à moins.

C'est pourquoi, la réserve de notre savant géomètre est facile à concevoir.

Mais malgré les persécutions d'autrefois, malgré les anathèmes d'aujourd'hui, la science va de l'avant, la vérité se fait jour, la terre tourne et l'ombre rétrograde sans miracle.