Zeitschrift: Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft = Actes de la Société Helvétique des Sciences Naturelles = Atti della Società Elvetica di Scienze Naturali

Herausgeber: Schweizerische Naturforschende Gesellschaft

Band: 126 (1946)

Artikel: Affine Feldtheorie und Meson

Autor: Schroedinger, Erwin

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-90453

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 11.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Affine Feldtheorie und Meson

Von

ERWIN SCHROEDINGER

Dublin Institute for Advanced Studies

HERMANN WEYL hat im Jahre 1918, als er hier in Zürich an der E. T. H. Professor war, ein Buch veröffentlicht, « Raum - Zeit - Materie », das sehr viel von sich reden machte. Er führt darin die drei Jahre vorher bekanntgewordene EINSTEINsche Gravitationstheorie in höchst origineller Weise weiter, in der Absicht, auch das elektromagnetische Feld organisch der Theorie einzugliedern. Seither haben Versuche der verschiedensten Art nicht aufgehört, ein einheitliches geometrisches Bild zu ersinnen, aus dem sich zugleich mit der Schwerkraft und auf ebenso natürliche und ungezwungene Weise auch die anderen fundamentalen Wechselwirkungen der Materie würden verstehen lassen, vor allem eben der Elektromagnetismus und neuerdings auch jene verhängnisvoll starken Kräfte, welche die schweren Teilchen im Atomkern zusammenhalten und Mesonkräfte heissen. Der wohl aussichtsreichste von diesen Versuchen ist die durch das WEYLsche Buch ins Rollen gebrachte *affine* Theorie, die uns heute beschäftigen soll.

Ich werde aber hier nicht versuchen, einen Überblick über die Entwicklung seit 1918 zu geben, an der EDDINGTON, EINSTEIN u. a. beteiligt waren. (Ein solcher ist in meinem kurzen Nature-Artikel vom Mai 1944 enthalten). Das würde uns in zu viel mathematische Details verstricken. Ich möchte die Stellung aufzeigen, welche diese Ideen und Bestrebungen in unserem gesamten naturwissenschaftlichen Weltbild einnehmen. Dazu muss ich weiter zurückgreifen. Unser physikalisches Weltbild war lange Zeit hindurch auf die

komplementären, einander gegensätzlich ergänzenden Begriffe *Kraft und Stoff* gegründet. *Stoff* oder Materie, das greifbare, wägbare Etwas, an das wir in jedem Augenblick stossen — *Kraft,* die Wechselwirkung zwischen den Teilen der Materie, unmittelbar wahrgenommen als Stoss, Druck, Widerstand, wenn Stücke unseres eigenen Körpers an der Wechselwirkung beteiligt sind.

Die Periode, in der dieser Doppelbegriff besonders stark in den Vordergrund trat (ich erinnere an BÜCHNERS Buch, das diesen Titel führt) war zwar naturwissenschaftlich äusserst fruchtbar, philosophisch aber noch von den Nachwirkungen eines krassen Materialismus überschattet, der sich vielleicht mit der Hoffnung trug, die *Seele* oder den *Geist* schliesslich wenigstens unter den Begriff der *Kraft* zu subsummieren, nachdem ihre *stoffliche* Erklärung sich als doch zu naiv und australnegermässig erwiesen hatte.

Verfeinertes Denken hat immer wieder den Versuch gemacht, das Weltgeschehen ohne diesen antithetischen Doppelbegriff zu verstehen und die immerhin etwas geheimnisvolle gegenseitige Beeinflussung durch Kräfte in rein geometrische Vorstellungen aufzulösen. Ich habe den Eindruck, dass schon in der Atomtheorie des DEMOKRITOS, EPIKUROS und LUCRETIUS der Grundgedanke der war, dass die Atome starre, unveränderliche Körperchen von festbestimmter Form seien, die einander ihre Bewegung bloss dadurch mitteilen, dass sie dort, wo sie einander berühren, kein gegenseitiges Eindringen gestatten, also auf eine rein geometrisch völlig durchschaubare Weise. Dass, viel später, dem DESCARTES diese Idee vorschwebte, steht wohl ausser Zweifel.

Viel später, erst vor einigen 50 Jahren, hat HEINRICH HERTZ den Versuch unternommen, den Begriff der Kraft aus seiner ureigensten Domäne, der Mechanik — und damit wohl aus dem ganzen Weltbild zu vertreiben. Seine « neue Mechanik » sollte überhaupt keine Kräfte kennen, sie sollten ersetzt werden durch algebraische Bedingungsgleichungen zwischen den Koordinaten der bewegten Teile — d. h. also durch geometrische Bedingungen, freilich von sehr allgemeiner Art. Man muss darin einerseits eine konsequente Weiterführung der Ideen eines DEMOKRIT und CARTESIUS mit sehr vervollkommneten mathematischen Hilfsmitteln sehen, anderseits bestehen schon intime Beziehungen zum Geometrisierungsbestreben des Kraftbegriffs in der Relativitätsmechanik, das

uns hier beschäftigt. Hier wie dort spielt die « geradeste » (oder geodätische) Bahn eine zentrale Rolle.

Aber der Kraftbegriff war ein zu unentbehrlicher Bestandteil unseres Weltbildes geworden, als dass Versuche dieser Art, die sich wohl auch doch noch nicht ganz auf der richtigen Linie bewegten, eine dauernde Nachwirkung kätten haben können. Die HERTZsche « kräftelose Mechanik » wurde ganz und gar überschattet von der grossartigen Entdeckung der *Kraftfelder* durch FARADAY und MAXWELL. Sie wissen, dass HERTZ selber in seinen unsterblichen Bonner-Versuchen die von MAXWELL vorausgesagten elektromagnetischen Wellen zum erstenmal im Laboratorium verwirklicht und so die festeste experimentelle Grundlage der FARADAY-MAXWELLschen Theorie geschaffen hat. Das ist ein eindrucksvolles Beispiel für den ruhigen, unbeirrten Geist eines wirklich grossen Experimentators, dem das Grunddogma feststeht, dass es eigentliche Widersprüche in der Natur nicht geben kann. Sein klares Denken in *einer* Richtung beeinträchtigt nicht sein ebenso klares Denken in einer anderen, selbst wenn es zunächst auf widerstreitende Ergebnisse zu führen scheint.

Der von einzelnen tiefen Denkern immer wieder aufgenommene Kampf gegen die ärgerliche Zweiheit Kraft und Stoff ist heute entschieden, und zwar auf eine nicht ganz erwartete Art: Es hat sich herausgestellt, dass die beiden ganz eigentlich dasselbe Ding sind.

Ich meine die berühmte Entdeckung EINSTEINS, dass *Masse* und *Energie* dasselbe Ding sind, die einfache Gleichung

$$E = m\,c^2 \text{ oder } = m$$

(wenn man die Einheiten so wählt, dass die Lichtgeschwindigkeit c gleich eins wird). Die Gleichung verbindet den eminent *dynamischen* Begriff der *Energie* E mit der Grundeigenschaft der Materie, ihrer *Masse,* und zwar Masse in allen drei Bedeutungen, als *träge,* als dem Schwerefeld *unterworfene* und als *felderzeugende* Masse.

Die Masse war von allem Anfang an etwas im Raum streng Lokalisiertes, als Massendichte und Massenströmung. Die Energie ist das von vornherein keineswegs, sie tritt zunächst als etwas sehr Abstraktes, als eine Integrationskonstante auf, die sich auf die

Dynamik eines materiellen Gebildes als Ganzes bezieht. Erst aus der Idee der Kraftfelder entwickelte sich die Vorstellung, dass ebenso wie die Kraft, so auch die Energie in wechselndem Betrage kontinuierlich im Raum verbreitet ist. Und da die Verteilung zeitlich wechselt, führt dies zum Begriff nicht nur einer Energie-*Dichte*, sondern auch eines Energie-*Stromes*. Erst diese konnten mit der *Massendichte* und der Massenströmung identifiziert werden. Ich brauche nicht zu sagen, dass sich diese Gleichsetzung nicht etwa nur auf einen guten Einfall stützt, sondern einmal ins Auge gefasst, völlig zwangläufig wird. Im übrigen wissen Sie ja um die « Experimente » grossen Stils, welche den Sachverhalt erst jüngst vor unseren entsetzten Augen bestätigt haben. Eine kleine Abnahme der Atomgewichte, richtiger ausgedrückt der Kernmassen, bei dieser im ganz eigentlichen Sinn *alchimistischen* Reaktion ist die theoretische Basis und die effektive Quelle dieser unerhört grossen Energieproduktion.

Hier kann ich mir eine kurze Abschweifung nicht versagen, wenn sie vielleicht auch nicht ganz unmittelbar zu unserem heutigen Thema gehört. Es ist die Bemerkung, dass die EINSTEINsche Gleichsetzung von Energie und Masse ganz direkt und unmittelbar auf die Grundtatsache der Quantentheorie führt, wenn man sie mit der von alters her geglaubten *Atomistik der Materie* verbindet. Die uns wohl vertrauten *Massenquanten* sind ja dann zugleich auch *Energie*quanten. Auch die Energie tritt also nur portionenweise in die Erscheinung, vielmehr, das «auch» ist gar nicht am Platz, die Behauptung ist von der früheren jetzt nicht verschieden. Und sie ist bekanntlich die Grundbehauptung der Quantentheorie, ihre Quintessenz, von der sie ausgegangen, die ihr den Namen gegeben hat und von der sie bisher nicht abgegangen ist.

Zu diesem erfreulich einfachen Gedankengang gibt es nun freilich ein Gegenstück, das uns noch einiges Kopfzerbrechen macht. Wie sich auf Grund der famosen Gleichsetzung der Atomismus von der Materie auf die Energie überträgt, ebenso zwangläufig muss die Vorstellung eines kontinuierlich im Raum verbreiteten und stetig mit der Zeit veränderlichen *Feldes* umgekehrt auf die Materie übertragen werden. Das ist der Grundgedanke der sogenannten Wellenmechanik, von unserem heutigen Standpunkt aus gesehen. So zahlen wir für die Beseitigung des anstössigen

Dualismus Kraft und Stoff einen hohen Preis. Es wird uns zugemutet, dass wir uns dieselbe Erscheinung gleichzeitig unter dem Bild isolierter, diskreter Partikel oder Portionen, aber auch als stetiges, kontinuierliches Feld vorstellen sollen. Das ist eine harte Aufgabe. Man spricht auch hier oft von einem *Dualismus,* dem Dualismus Wellenfeld—Korpuskel. Er ist ganz offenbar ein Überbleibsel der Dualität Kraft und Stoff, die wir überwunden haben. Das kann uns vielleicht darüber trösten. In der Hauptsache sehen wir klar : Kraft und Stoff sind eins. Dass es uns nicht ganz leicht fällt, die Bilder zu verschmelzen, unter denen wir sie bisher, als wir sie für verschieden hielten, einzeln angeschaut haben, darüber dürfen wir uns nicht so sehr verwundern.

2.

Die affine Feldtheorie befasst sich nicht oder noch nicht mit diesen Schwierigkeiten. Sie stellt den Quantenaspekt zunächst zurück und will bloss den Feldaspekt entwickeln, aber erstens einheitlich womöglich für «alles, was es überhaupt gibt», und zweitens so, dass die kontinuierlich im Raum verbreiteten und stetig mit der Zeit veränderlichen *Feldgrössen* nicht als *Kräfte* aufzufassen sind, die auf etwas anderes, das ausserdem noch vorhanden wäre, wirkte. Sie sollen vielmehr alles in allem sein. Die Gesetze ihrer Verteilung im Raum und ihrer Veränderung mit der Zeit sollen sich als rein geometrische Sachverhalte und *im Prinzip* so einfach beschreiben lassen, wie wenn wir etwa eine Kugel beschreiben als Inbegriff der Punkte, die von einem gegebenen Punkt gleichen Abstand haben, oder ein gestrecktes Rotationsellipsoid als die Fläche, auf welcher die Summe der Abstände von zwei gegebenen Punkten konstant ist und dergleichen.

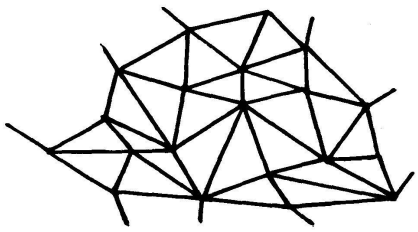
Was damit gemeint sei, lässt sich einigermassen erläutern an dem Beispiel der relativistischen Theorie der Gravitation, die in diesen Bestrebungen unser Vorbild ist. In ihr wird das Verhalten von Materie-Teilchen unter ihrem wechselseitig gravitierenden Einfluss gegründet — nicht gerade auf die Gestalt und Grösse dieser Teilchen selbst, wie Demokrit und Descartes es wollten — aber auf die innere Gestalt und Form des Raumzeitkontinuums selber. Dabei liegt aber nicht die Idee zugrunde, dass die Materie als ein fremder Eindringling in den Raum versetzt ist und ihm ihren

Stempel aufprägt, vielmehr dass sie selbst recht eigentlich nichts anderes *ist* als eine innere geometrische Gestalteigenschaft des Raumes, genauer gesagt des Raumzeitkontinuums, nämlich seine *Krümmung*.

Lassen Sie mich darauf etwas genauer eingehen. Die innere geometrische Gestalt des Raumzeitkontinuums wird durch gewisse 10 primitive Feldgrössen beschrieben

$$g_{ik} \; (= g_{ki}) \quad i, k = 1, 2, 3, 4.$$

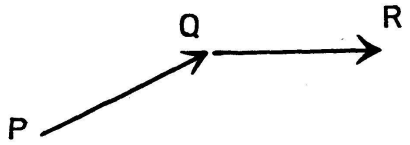
die von Ort zu Ort und von einem Augenblick zum nächsten variieren und die eigentlich an jeder Stelle ein einziges geometrisches Gebilde, einen *Tensor* bilden, dessen Komponenten sie heissen. Aus ihnen kann man direkt den (raumzeitlichen) *Abstand* nahe benachbarter Punkte des Kontinuums ablesen. Denken Sie sich etwa ein sehr engmaschiges, sonst aber ganz beliebiges Dreiecknetz ausgelegt,



so vermitteln die g_{ik} genau die Kenntnis der Längen all dieser kleinen Strecken — und nichts weiter. Der springende Punkt ist nun aber der. Denken Sie sich Holzstäbchen oder Drahtstückchen von den betreffenden Längen geschnitten und durch Plastilinklümpchen richtig zusammengefügt, dann könnte es zwar wohl sein, dass das so erhaltene Gerüst oder Netz *eben* ausfällt und sich der Tafel anschmiegen lässt. Aber im allgemeinen, wenn die einzelnen Längen beliebig vorgegeben sind, wird es das nicht, sondern Sie erhalten ein Gebilde von gekrümmter oder höckeriger Form, das Sie durch Verbiegen nicht in die Ebene ausbreiten können, ohne es an irgendeiner Stelle zu zerreissen oder zu zerbrechen. Das ist ein vereinfachtes Bild der inneren geometrischen Formstruktur, von der ich gesprochen habe. Vereinfacht ist es, weil wir doch stillschweigend ein bloss zweidimensionales Gerüst oder Dreiecknetz im Auge hatten, während es sich de facto um eines in vier Dimensionen handelt. (Wohl noch aus einem anderen Grund, aber der

bleibe ausser Betracht.) Dieses innerlich gekrümmte vierdimensionale Gebilde soll nun nicht etwa nur den *Schauplatz* der Ereignisse darstellen, sondern diese selbst, die Materie *und* die Art, wie sie sich bewegt; wobei Sie *bitte* nicht vergessen wollen, dass die Stäbchen und Plastilinklümpchen bloss eine weitgehend willkürliche Hilfskonstruktion waren und *nicht* etwa die Materie-Teilchen darstellen !

Dieser Teilerfolg auf dem Weg zur Geometrisierung der Kraft ist gross genug, um uns hoffen zu lassen, dass sich auch für den Elektromagnetismus und die Nahkräfte der Kernteilchen eine einfache geometrische Beschreibung finden lässt, ohne noch auf das Quantenproblem einzutreten. Die Hoffnung kann trügen. Es ist möglich, dass es in den letztgenannten Fällen überhaupt keinen « quasiklassischen » (d. h. den Quantenaspekt beiseite setzenden) Zugang gibt. Aber versuchen muss man es wohl.



Soviel ist sicher, die durch den g_{ik}-Tensor vermittelte metrische Struktur des Raumzeitkontinuums ist ausgeschöpft. Sie liefert die Gravitation und nichts weiter. Eine Verallgemeinerung ist nötig. Da hat nun eben Hermann Weyl 1918 hier in Zürich entdeckt, dass die *metrische* Struktur eine sogenannte *affine* in sich schliesst, aber eine sehr spezielle, welche verallgemeinerungsfähig ist. Was ist das nun ?

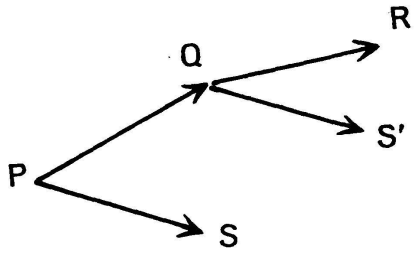
Affinstruktur ist einer Art Faserstruktur. Es wird uns zunächst nichts über die *Entfernung* zwischen Nachbarpunkten gesagt, wie vorhin, vielmehr nur dies. Denken Sie sich, wir schreiten von einem Punkt P aus in bestimmter Richtung um eine kleine Strecke fort, zum Punkt Q; nun möchten wir vom Punkt Q noch einmal in derselben Richtung und um dieselbe Strecke weiterschreiten; dann wird uns ganz genau gesagt, welchen Punkt R wir so erreichen. Diese Angabe, für jeden Punkt und jede Richtung, heisst (ein spezieller Fall von) Affinstruktur.

Damit können Sie nun erstens beliebig fortfahren und erhalten so eine Kurve, die « immer um gleiche Stücke ganz geradeaus » führt; ferner können Sie dasselbe von jedem Punkt aus und in jeder

beliebigen Richtung machen. So führt die Affinstruktur sehr direkt und unmittelbar zur Konstruktion der « geradesten » (oder geodätischen) Linien und sogar zu einem Streckenvergleich entlang jeder solchen Linie. Das ist ein Begriff, der auch in der metrischen Mannigfaltigkeit auftritt, aber er ist dort ein ziemlich komplizierter, abgeleiteter Begriff.

Eine Affinstruktur der eben beschriebenen Art erfüllt die zwei Forderungen, die man an eine Verallgemeinerung der allgemeinen Relativitätstheorie stellen muss; nämlich sie enthält erstens die letztere als speziellen Fall; sie ist zweitens wirklich reichhaltiger, sie ist imstande, mehr zu erfassen.

Sie ist aber noch nicht allgemein genug. Ich will Sie nicht mit Details langweilen. Man muss von dieser sogenannten *symmetrischen* Affinität zur beliebigen, nichtsymmetrischen übergehen. Mit dieser mathematisch wirklich sehr naheliegenden Erweiterung ist dann



eine Grenze erreicht, über die es in *einfacher* Weise nicht weiterführt.

In der allgemeinen (nichtsymmetrischen) Affinität wird einem nicht bloss gesagt, welche Strecke Q→R in Q als « gleich und parallel » mit der Strecke P→Q in P zu gelten hat (das ist die Strecke, die von P nach Q führt), sondern auch zu jeder anderen Strecke P→S in P wird einem die « parallele und gleiche » Strecke Q→S' in Q angegeben. Und das ist alsdann der allgemeinste Affinzusammenhang, der sich denken lässt.

Wozu führt das nun ? Welches sind die konkreten Ergebnisse, zu denen diese allgemeinste Affinstruktur führt ?

Diese letzte Verallgemeinerung, und erst sie, liefert in einfacher, ungezwungener Weise *drei* Felder, nicht mehr und nicht weniger, die sich mit den drei physikalischen Feldern, Gravitation, Elektromagnetik und Mesonfeld, vielleicht indentifizieren lassen.

Wie steht es im einzelnen ? Gravitation und elektromagnetisches Feld werden vollkommen erfasst, auch in ihrer Wechsel-

wirkung. Für das Mesonfeld stellt sich heraus, dass es wahrscheinlich etwas viel Komplizierteres ist, als bisher angenommen. Wohl würden seine Feldgleichungen für *schwache* Felder mit den sog. Procaschen Gleichungen übereinstimmen, die de facto wohl das Beste sind, was wir bisher hatten. Aber — wenn Sie mir erlauben, mich so optimistisch auszudrücken — die Übereinstimmung geht weiter. Nämlich einerseits weiss man, dass die Procaschen Gleichungen das Mesonfeld für sich allein sicher nicht ganz erfassen können, anderseits sagt die Affintheorie aus, dass die lineare Annäherung bestimmt nicht ausreicht. Dann aber wird der Zusammenhang so verwickelt, dass er sich im Augenblick noch nicht übersehen lässt.

Die Situation ist also so, dass sie heute ziemlich hoffnungsvoll ist für den Grundgedanken, den Weyl vor fast 30 Jahren lanciert hat, aber nicht so sehr dafür, dass wir ihn auch mathematisch bemeistern werden.

Die kurze Situationsschilderung der letzten beiden Absätze ist zu modifizieren. Es hat sich seither herausgestellt, dass das Wechselspiel zwischen Gravitation und Elektromagnetismus verwickelter und enger ist, als es zunächst den Anschein hatte. Die Aussicht auf eine rechnerische Bewältigung des gesamten Zusammenhanges ist jedoch erheblich gestiegen. Er wird wahrscheinlich erfasst von einem verhältnismässig einfachen System affiner Feldgleichungen, das seither aufgefunden wurde, und über welches der Königl. Irischen Akademie am 27. Januar berichtet werden soll.

E. S.