Zeitschrift: Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft = Actes de la Société Helvétique des Sciences Naturelles = Atti della Società Elvetica di Scienze Naturali

Herausgeber: Schweizerische Naturforschende Gesellschaft

Band: 137 (1957)

Vereinsnachrichten: Section de mathématiques

Autor: [s.n.]

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 30.06.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

1. Section de mathématiques

Séance de la Société suisse de mathématiques

Dimanche le 22 septembre 1957

Président: Prof. Dr Ed. Stiefel (Zürich)
Secrétaire: Prof. Dr H. Jecklin (Zürich)

Hauptvortrag

B. Eckmann (Zürich). – *Lokale und globale Eigenschaften komplexanalytischer Mannigfaltigkeiten*[1].

Mitteilungen

1. Sophie Piccard (Neuchâtel). – *1. Les groupes d'automorphismes associés à un système d'éléments générateurs d'un groupe.*

Soit G un groupe quelconque, soit S un ensemble d'éléments de G et soit $\mathcal{A}$ le groupe de tous les automorphismes (intérieurs et extérieurs, s'il y en a) de G. Tout automorphisme a de G fait passer du système S à un système S_a d'éléments de G et tous les automorphismes a, tels que $S_a = S$, forment un groupe $\mathcal{A}_s$ qui contient en tout cas l'automorphisme identique de G. Nous appelons le groupe $\mathcal{A}_s$ le groupe des automorphismes associé au système S. $\mathcal{A}_s$ est un sous-groupe de $\mathcal{A}$ et, par conséquent, si le groupe G, donc aussi le groupe $\mathcal{A}$, sont finis, l'ordre de $\mathcal{A}_s$ est un diviseur de l'ordre de $\mathcal{A}$. Nous appelons classe de systèmes d'éléments de G de représentant S, relative au groupe des automorphismes $\mathcal{A}$, l'ensemble des systèmes S_a pour lesquels il existe un automorphisme a de $\mathcal{A}$, tel que $S_a = S$. Si deux systèmes S et S_a d'éléments de G sont de même classe, leurs groupes associés d'automorphismes sont holoédriquement isomorphes.

Supposons maintenant que le groupe G est d'ordre fini N et que S est un système d'éléments générateurs indépendants de G. Soit k le nombre d'éléments de ce système, appelé ordre de S, et soit $S = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$. Soit d'autre part n_s l'ordre du groupe $\mathcal{A}_s$ des automorphismes associé à S et soit n l'ordre du groupe $\mathcal{A}$. D'après ce qui précède, n_s est un divisuer de n. Quel que soit l'automorphisme a de $\mathcal{A}$, le système S_a qui correspond à S dans l'automorphisme a est à son tour un système d'élé-

[1] Résumé erscheint in «L'Enseignement Mathématique».

ments générateurs d'ordre k de G. Soient $n_1, n_2, \ldots, n_r$ ($1 \leqq n_1 < \ldots < n_r \leqq k!$, $r \geqq 1$) les ordres distincts des groupes d'automorphismes associés aux divers systèmes formés de k éléments générateurs du groupe G. Nous disons que deux systèmes formés de k éléments générateurs de G sont de même classe relativement au groupe $\mathcal{A}$ s'il existe un automorphisme du groupe G qui fait passer de l'un de ces systèmes à l'autre. Pour tout système S formé de k éléments générateurs de G auquel est associé un groupe d'automorphisme d'ordre n_i, la classe de systèmes générateurs d'ordre k de représentant S comprend n/n_k systèmes d'éléments générateurs.

Nous appelons ensemble complet de représentants de systèmes générateurs d'ordre k de G relatif au groupe des automorphismes $\mathcal{A}$ tout ensemble de systèmes générateurs d'ordre k qui contient un représentant et un seul de chaque classe d'équivalence relative aux automorphismes de G. Le nombre total de ces représentants est un invariant du groupe G, de même que le nombre n_i des représentants d'un ensemble complet de représentants auquel est associé un groupe d'automorphismes d'ordre n_i, quel que soit $i = 1, 2, \ldots, r$. Le nombre total m de systèmes formés de k éléments générateurs du groupe G est à son tour un invariant qu'il est intéressant de connaître. Cet invariant est donné par la formule $m = m_1 n/n_1 + m_2 n/n_2 + \ldots + m_r n/n_r$ et pour connaître tous ces systèmes, il suffit de connaître un ensemble complet de représentants des systèmes de k éléments générateurs de G, relatif au groupe des automorphismes, ainsi que le groupe des automorphismes de G associé à chacun de ces représentants.

A chaque système formé de k éléments générateurs de G est associé un groupe d'automorphismes dont l'ordre est un diviseur de n et le nombre total des systèmes de k éléments générateurs indépendants de G est un multiple du plus grand commun diviseur des nombres n/n_i, $i = 1, 2, \ldots, r$, où $n_1, n_2, \ldots, n_r$ sont les ordres distincts des groupes d'automorphismes associés aux divers systèmes formés de k éléments générateurs de G.

Dans le cas particulier où $k = 2$, c'est-à-dire dans le cas de systèmes générateurs du second ordre de G, on a les résultats suivants: Quel que soit le couple a_1, a_2 d'éléments générateurs de G, s'il existe un automorphisme non identique α de G qui transforme le système a_1, a_2 en lui-même, cet automorphisme α est unique, il est du second ordre et il fait passer de a_1 à a_2 et de a_2 à a_1. On peut répartir les systèmes générateurs du second ordre d'un tel groupe en systèmes générateurs de première et ceux de seconde espèce. Un système générateur du second ordre est dit de première (seconde) espèce si le groupe d'automorphismes qui lui est associé est d'ordre 1 (2). Si le groupe G ne possède aucune base de seconde espèce, le nombre total de ses systèmes générateurs du second ordre est un multiple de l'ordre n du groupe des automorphismes. D'autre part, si G possède au moins un système formé de deux éléments générateurs qui est de seconde espèce, l'ordre n du groupe $\mathcal{A}$ de ses automorphismes de G est pair et le nombre total de systèmes générateurs du second ordre de G est un multiple de $n/2$.

Plus généralement, quel que soit l'entier k et quel que soit le système $S = \{a_1, a_2, \ldots, a_k\}$ formé de k éléments indépendants (dont aucun ne peut être obtenu par composition finie des k—1 autres) générateurs de G, S possède un groupe associé d'automorphismes dont l'ordre n_i est compris au sens large entre 1 et k! Quelle que soit la permutation $i_1, i_2, \ldots, i_k$ des nombres 1, 2,..., k, s'il existe un automorphisme du groupe G qui fait passer de a_j à a_{i_j}, quel que soit $j = 1, 2, \ldots, k$, cet automorphisme est unique. Le groupe des automorphismes associé à un système de k éléments générateurs de G est d'ordre compris entre 1 et k! quel que soit l'ordre (fini ou infini) du groupe G qui possède des systèmes formés d'un nombre fini k d'éléments générateurs indépendants.

2. Une proposition concernant l'ordre du groupe engendré par deux cycles connexes du même ordre.

Soient $m > 1$ et $n (m < n < 2m\text{-}1)$ deux entiers et soient C et C' deux cycles connexes et primitifs d'ordre m qui permutent au total n éléments. Si tout couple de cycles connexes et primitifs d'ordre m pair (impair) qui permutent au total n-1 éléments engendre le groupe symétrique (le groupe alterné) des substitutions des éléments qu'ils permutent, C et C' engendrent à leur tour le groupe symétrique (le groupe alterné) des substitutions des éléments qu'ils permutent.

3. Une condition nécessaire et suffisante pour que deux substitutions de degré n soient connexes.

Soient S et T deux substitutions des éléments de l'ensemble $E = \{1, 2, \ldots, n\}$. Nous disons que S et T sont *connexes* s'il n'existe aucun sous-ensemble propre E* de l'ensemble E, formé de la totalité des éléments de certains cycles aussi bien de S que de T. Si l'une au moins des substitutions S ou T est circulaire, S et T sont évidemment connexes. Supposons qu'aucune des substitutions S, T n'est circulaire. Alors la condition nécessaire et suffisante pour que S et T soient connexes c'est que, quels que soient les deux cycles C et C' de S, il existe un entier $k \geqq 1$ et $2k+1$ cycles $C_1, C_2, \ldots, C_{2k+1}$, tels que $C_1 = C$, $C_{2k+1} = C'$ et que $C_{2i}[C_{2i+1}]$ fait partie de T $[S]$ quel que soit $i = 1, 2, \ldots, k$.

2. R.C.H. Tanner (Wallington). – *Sur la nullité*[1].

3. H. Bieri (Bern). – *Beitrag zu einem Extremalproblem über konvexe Rotationskörper*[1].

4. K. Arbenz (Rapperswil SG). – *Zu den Integralgleichungen der konformen Abbildung.* – Erschienen in «Zeitschr. f. angew. Math. u. Physik (Zamp)», Vol. VIII 3, S. 251.

---

[1] Résumés erscheinen in «L'Enseignement Mathématique».

5. E. A. Fellmann (Basel)/J. O. Fleckenstein (Basel). – *Honoratus Fabri, ein «missing-link» zwischen der Indivisibilienmethode und der Fluxionsrechnung.*

Bekanntlich hat Cavalieri mit der Einführung des Indivisibels als derjenigen scholastischen Forma (substantialis), welche aus den Punkten als den materialen Elementen das Kontinuum prägt, den ersten Schritt zum Leibnizschen Calculus getan. Cavalieris bekanntes Prinzip läßt jedoch eine primär statische Interpretation dieser Indivisibilien im archimedischen Sinne zu, während die mehr dynamische Auffassung einer Erzeugung des Kontinuums aus dem «Fluxus» eines Indivisibels zur späteren Fluxionsrechnung führt. Der Jesuit Honoré Fabri (1606 bis 1688) – auf den sich Leibniz in seiner Jugendschrift «Physica nova» (1670) bei der funktionellen Umdeutung des Indivisibilienbegriffes beruft – hat das Neue der Methode Cavalieris in der «fließenden» Erzeugung der geometrischen Gebilde erblickt, indem der «Fluxus» die Zeit veranschaulichen soll.

In seiner aus Irrtum und Vorurteil verkannten und vergessenen «Synopsis geometrica» (Lyon 1669) wird die Geometrie gemäß dieser Maxime genetisch deduziert. Die Linie entsteht «per fluxum puncti», die Fläche «per fluxum lineae» und der «reine, intelligible geometrische Raum» «per fluxum superficiei», womit der Begriff der Bewegung bewußt als Prinzip in die Geometrie eingeführt wird. Die «neue Methode», verbunden mit einer «neuen Form», um die es Fabri – wenigstens in der Synopsis – geht, besteht im wesentlichen

a) in der Einführung des Fluxusbegriffes anstelle der Individisibilien;
b) in einer Einteilung der um die Mitte des 17. Jahrhunderts bekannten geometrischen Figuren in 12 Klassen und
c) in der geschickten Verwendung der gewissen Figuren gemeinsamen Eigenschaften gemäß den Definitionen dieser Klassen, der «Homogenität».

Der Begriff dieser «Klassen» möge im folgenden kurz erörtert werden. Es gibt – nach Fabri – ebenso viele verschiedene Klassen, als es verschiedene «bestimmende Gründe» (geneseos rationes) gibt. Diese «bestimmenden Gründe» und deren gegenseitige Beziehungen, die «Homogenität», nennt Fabri «principia directa et intrinseca». Die erste Klasse enthält alle jene Gebilde, die durch Fluxus eines konstanten Elementes entstehen, wie Parallelogramme, Prismen u. dgl. Die zweite umfaßt alle jene Figuren, deren Elemente s sich proportional einer linearen Funktion der Höhe ändern, also etwa

$$s = f(h^1).$$

Hiezu gehören nicht bloß Flächengebilde einfacher Natur, sondern auch Körper, wie Zylinder und Kreiskegel, deren erzeugende Schnitte Rechtecke oder Dreiecke sind. Die dritte Klasse entsteht, wenn die Elemente einer Figur proportional dem Quadrat der Höhe wachsen, also wenn

$$s = f(h^2).$$

Weil dies dem Charakter der Pyramide entspricht ($Q_1 : Q_2 = h_1^2 : h_2^2$), nennt Fabri die dritte Klasse auch die «Klasse der Pyramiden». In die vierte Klasse gehören alle jene Gebilde, deren Elemente sich proportional höhern ganzzahligen Potenzen der Höhe ändern, analytisch

$$s = f(h^n) \qquad (n = 3, 4, \ldots).$$

Es kann natürlich – und sogar häufig – vorkommen, daß eine geometrische Figur je nach Wahl ihrer «Elemente» gleichzeitig in verschiedene Klassen gehört. So umfaßt die fünfte diejenigen Gebilde, deren Elemente sich proportional der Schnittfläche einer Halbkugel ändern, weshalb die Pyramiden nicht nur zur dritten, sondern auch zur fünften Klasse gehören. Auf Grund dieser Eigenschaft nennt nun Fabri Pyramide und Halbkugel «homogen». Geometrische Figuren sind homogen, wenn sie in irgendeiner Beziehung zu derselben Klasse gehören. Die sechste Klasse wird von all jenen Figuren gebildet, welche die «Komplemente» der Figuren der vierten Klasse sind, d. h. deren Elemente sich derart ändern, daß sie der Differenz der Elemente der Figuren der ersten und der vierten Klasse entsprechen. Die siebente enthält nebst den Figuren der sechsten Klasse auch die gewöhnlichen Parabeln, insofern diese nach zur Scheiteltangente parallelen Linienelementen betrachtet werden. Alle parabolischen Trilinea – nach zu den Achsen parallelen Elementen aufgelöst – bilden den Inhalt der achten Klasse. Die neunte – die «Klasse des Quadranten» – enthält alle Figuren, deren Elemente sich proportional dem Sinus ändern, während die zehnte – die «Klasse der Halbkugelflächen» – alle jene Figuren beinhaltet, deren Elemente sich proportional Parallelkreisen einer Kugelfläche ändern. Die elfte ist die «Klasse der Zykloide» und die letzte die der Hyperbeln, in welche auch alle Gebilde vom Charakter der Archimedischen Spirale – wie die Konoide – gehören.

Mit diesem etwas dürftigen Homogenitätsprinzip operiert Fabri bei seinen infinitesimalen Untersuchungen, welche Leibniz neben den Arbeiten von Cavalieri und Gregorius a St. Vincentio als wichtig für die Entdeckung seines Calculus (1675) bezeichnet hat, nicht ohne Erfolg. Neben der primär didaktisch orientierten Synopsis hat nämlich Fabri auch ein «Opusculum geometricum» (Rom 1659) veröffentlicht, in welchem nicht nur die Vollzykloide, sondern auch das Zykloidensegment quadriert wird. Fabri hat auch die Quadratur der Sinusfläche resp. ihres Segmentes 65 Jahre vor Pitot (1724) antizipiert, wo die Sinuslinie durch Abwicklung derjenigen Ellipse abgeleitet wird, welche auf dem Mantel eines geraden Kreiszylinders durch eine um $\frac{\pi}{4}$ gegen die Zylinderachse geneigte Schnittebene gebildet wird. Auch leistete er ferner die Kubatur der Rotationsgebilde von Sinusflächensegmenten um beide Achsen samt der Bestimmung deren Schwerpunkte, und dasselbe gilt auch von der Zykloide, wie eine eingehende Analyse Fabris mathematischer Werke von *E. A. Fellmann* zeigt, die demnächst im «*Giornale di Storia delle Scienze*» erscheinen wird.

Fabri gelangt vermittels seines Homogenitätsprinzips zur Lösung dieser von Pascal aufgeworfenen Probleme vor allem durch die geometrische Bewältigung des bestimmten Integrals $\int_0^x \sin x\, dx = 1 - \cos x$, das bereits von Kepler – allerdings nur auf ganz empirische Weise – ausgewertet worden ist, um für die Abweichung der Planetenbahnen von der reinen Kreisbahn eine physikalische Ursache ermitteln zu können. (Vgl. Günther, Über eine merkwürdige Beziehung zwischen Pappus und Kepler, Bibl. math. 1889, S. 81–87.)

Die Fläche PRL nennt Fabri ein «segmentum rectum» der Sinusfigur, und das «segmentum versum» BRT, das dem bestimmten Integral $\int_0^z \text{arc sin}\, z\, dz$ entspricht, wird auf folgende Weise berechnet (Fig. 1):

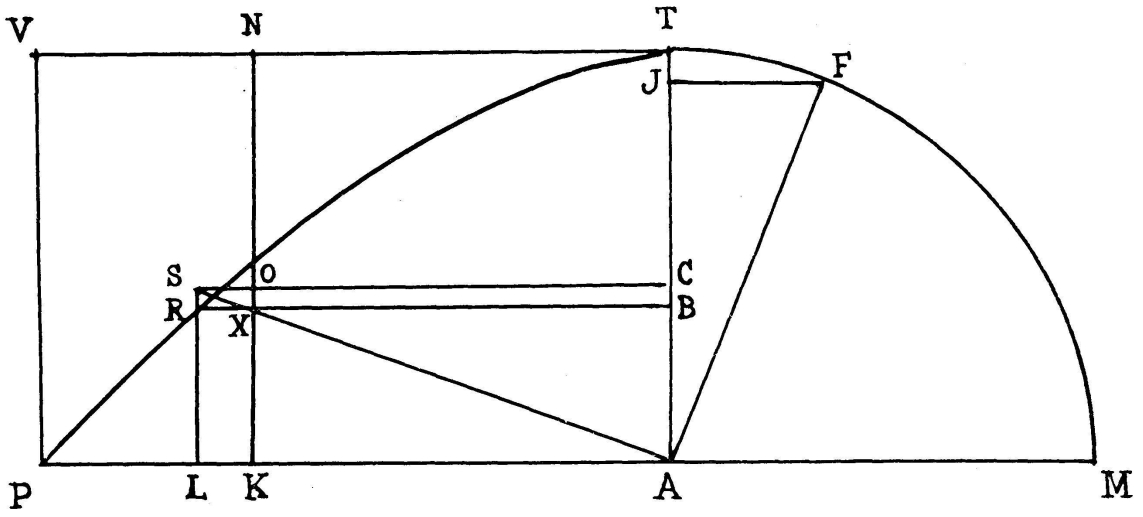

Fig. 1

Es sei APT die Sinusfigur, AMT der Quadrant, $AK = AM = 1$, $PA = VT = \frac{\pi}{2}$, $TF = PL = x$ und $LR = JF = \sin x$. Nun ist

$$APT : LPR = AT : JT, \tag{1}$$

weil sich (nach Pappus) Kugelkalotten zueinander verhalten wie ihre Höhen und das Segment LPR dem vierten Teil der Kalotte TF mit der Höhe JT flächengleich ist.

Da die Sinusfigur dem Quadrat AN und die Rechtecke AR und AO einander flächengleich sind, gilt auch

$$APT : AO = AT : AC$$

und nach Erweiterung der Proportion

$$APT : BRT = AT : CJ$$

oder

$$BRT = \frac{APT}{AT} \cdot CJ.$$

Für $AM = 1$ wird $$BRT = CJ, \tag{2}$$

welches sich aber aus Fig. 1 leicht berechnen läßt, nämlich

$$CJ = AJ - AC = \cos x - \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \sin x. \tag{3}$$

Dieses hübsche Resultat verdankt Fabri einzig der Beziehung $\int_0^x \sin x\, dx = 1 - \cos x$, die bereits in (1) enthalten ist. Tatsächlich ergibt sich auch das Segment der arcus-sinus-Fläche als $BRT = APT$–Rechteck

$$AR - LPR = 1 - \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \sin x - \int_0^x \sin x\, dx = \cos x - \left(\frac{\pi}{2} - x\right) \sin x$$

und dies entspricht der Auswertung des bestimmten Integrals

$$\int_0^z \text{arc sin}\, z\, dz = z \cdot \text{arc sin}\, z + \sqrt{1 - z^2} - 1.$$

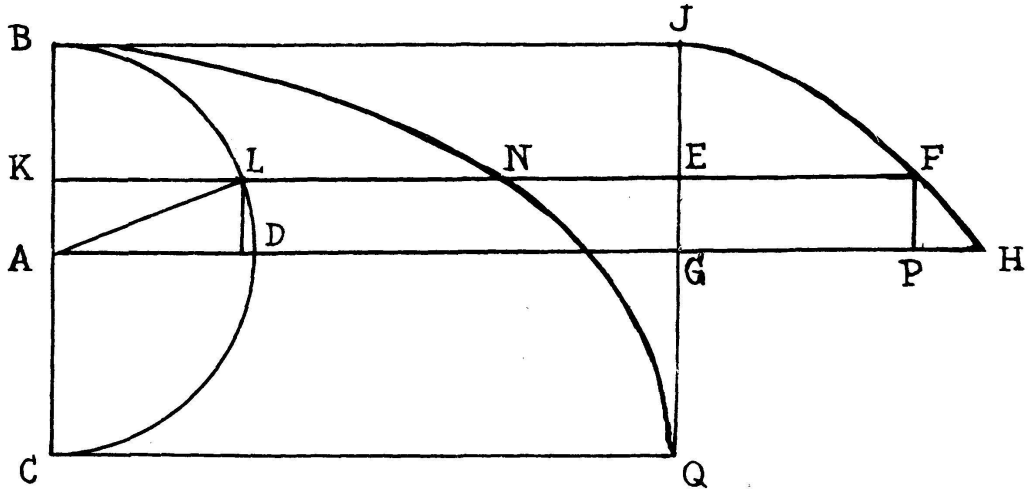

Fig. 2

Von hier aus gelangt Fabri mühelos zur Quadratur eines Segmentes der Zykloidenfläche KBN (Fig. 2) Es ist nämlich

$$KBN = KBL + LBN \tag{4}$$

Stellt GHJ die Sinusfläche und die Kurve BNO die Halbzykloide dar, so ist jede Abszisse $LN = EF$, d. h. die Figur LBN ist dem Segment EFJ «homogen», mithin flächengleich, da die beiden Figuren gleiche Grundlinien und Höhen besitzen. Dieses Segment EFJ ist jedoch gemäß (3) berechnet und braucht bloß dem Kreissegment KBL addiert zu wer-

den, damit die Quadratur vollendet wird. Setzt man $AB = AC = 1$, $LD = HP = x$, so ist $AK = PF = \sin x$, $KL = \cos x$, $BL = \frac{\pi}{2} - x$ und das Kreissegment ergibt sich als

$$KBL = \frac{1}{2}\left(\frac{\pi}{2} - x - \sin x \cos x\right). \tag{5}$$

Werden nun die Gleichungen (3) und (5) addiert, so findet man das gesuchte Zykloidensegment als

$$KBN = \left(\frac{\pi}{2} - x\right)\left(\frac{1}{2} - \sin x\right) + \left(1 - \frac{1}{2}\sin x\right)\cos x,$$

was für $x = \mp \frac{\pi}{2}$ auch tatsächlich die Fläche der Halbzykloide $\frac{3\pi}{2}$ bzw. $F = 0$ liefert.

Mit diesen Quadraturen und dem Begriff des statischen Momentes – den übrigens Leibniz durch Fabri kennengelernt hat – ist der Weg zu den genannten Kubaturen und Schwerpunksbestimmungen geebnet, und es ist nur noch eine Frage der Virtuosität in der Handhabung der Methode, ein Raumgebilde, dessen Volumen z. B. durch das Doppelintregal

$$\int_0^1 \int_0^{\sqrt{1-x^2}} \arccos x \, dx \, dy$$

dargestellt wird, der mathematischen Erforschung zu unterwerfen, wie Fabri am genannten Beispiel überzeugend nachzuweisen imstande ist.

Die Beiträge Fabris zur Infinitesimalmathematik des 17. Jahrhunderts sind sowohl in inhaltlicher als auch in formaler Hinsicht nicht unwesentlich und wir halten – entgegen Cantors Auffassung, welche das allgemeine Urteil über Fabris mathematische Arbeiten geprägt hat – dafür, daß Leibniz in seiner Besprechung der Newtonschen Infinitesimalrechnung von 1704 (im Anhang zur Optik) keinesfalls Newton beleidigen konnte, als er dessen Fluxionsrechnung mit der Systematisierung der Cavalierischen Indivisibilienmethode bei Fabri verglichen hatte. Im Gegenteil hatte der große Synoptiker Leibniz sehr genau die ideengeschichtlichen Zusammenhänge fixiert, als er in Fabri einen – zwar bloß geometrischen – Vollzug des Überganges vom statischen Indivisibilienbegriff zum dynamischen Fluxionsbegriff erkannte. Wenn der Prioritätsstreit zwischen Leibniz und Newton tatsächlich wegen dieser als Beleidigung empfundenen Leibnizschen Rezension ausgebrochen sein sollte, so wäre dies nur ein Symptom für die Treffsicherheit historischer Urteile des Philosophen.

6. J.J. Burckhardt (Zürich). – *Zwei griechische Ephemeriden.*

Die beiden Ephemeriden, die wir im folgenden behandeln, stammen aus dem vierten und fünften Jahrhundert unserer Zeitrechnung. Sie sind veröffentlicht in den Arbeiten:

I. An Astronomical Almanac for the Year 348/9 (P.Heid. Inv. No.34) by O.Neugebauer; «Hist.Filol.Medd.Dan.Vid.Selsk.» *36*, No.4 (1956).

II. An Ephemeris of 467 A.D. by Heber D.Curtis and Frank E. Robbins; Publ. of the Observatory of the Univ. of Michigan, 6 (1937), No.9, S.77–100.

Wir bezeichnen sie im folgenden mit (I) und (II). (I) ist eine Ephemeride über ein ganzes Jahr, je für den 1., 6., 11., 16., 21. und 26.Tag eines Monates berechnet, während (II) über etwa anderthalb Monate die täglichen Stellungen gibt. Die Jahresbestimmung wurde von den Herausgebern auf Grund der astronomischen Angaben vorgenommen, mittels moderner Tafeln wurde das Ergebnis verifiziert.

Wir stellen uns die Aufgabe, nachzuprüfen, ob diese Ephemeriden mit Hilfe der «Handlichen Tafeln» des Ptolemaios berechnet sein können (siehe das dreibändige Werk von Abbé Nic.Halma: «Commentaire de Théon d'Alexandrie sur les tables manuelles de Ptolemée.» Paris, 1822–1825).

1. Die Ephemeriden (I) und (II) verwenden den Alexandrinischen Kalender; ihre Daten sind von den Herausgebern in Julianische Daten umgerechnet worden. Um die «Handlichen Tafeln» anwenden zu können, muß man in den ägyptischen Kalender umrechnen.

2. O.Neugebauer (I, S.14) bemerkt, daß die Mondtabelle offensichtlich unrichtig berechnet ist. Er kommt zu diesem Ergebnis durch Vergleich mit der Berechnung mittels moderner Tabellen. Wir haben die Mondbewegung nach den «Handlichen Tafeln» nachgerechnet und kommen zum selben Schluß.

Die Tabelle für Saturn ist in (I) vom 21.I. an vollständig erhalten, von Jupiter fehlen die beiden ersten Monate sowie die Alexandrinischen Monate VII–X. Von Venus sind nur etwa drei Monate erhalten, von Merkur die ersten sechs. Mars fehlt vollständig.

Unsere Nachrechnung ergibt, daß die Papyruswerte etwa $1^{\circ}40'$ größer sind als die berechneten. Der Grund dieser Abweichung liegt, nach einer freundlichen Mitteilung von B.L. van der Waerden, in einer Bewegung der Aequinoctien, die nach Theon die alten Astrologen annahmen (siehe «Halma», Bd. 1, S.53, ferner Delambre, «Hist. de l'astr. anc.», Bd.2, S.625).

3. Die Ephemeride (II) erstreckt sich vom 19.September bis zum 31.Oktober und gibt die täglichen Längen von Sonne, Mond und den fünf Planeten. Leider sind nur Teile von Ende September und Ende Oktober erhalten. Von Saturn ist fast alles verloren.

Die Nachrechnung ergibt Übereinstimmung bis auf einzelne Minuten und zeigt, daß diese Ephemeride ohne Berücksichtigung der Hypothese

der alten Astrologen über die Bewegung der Aequinoctien berechnet wurde.

Eine ausführliche Darstellung der Ergebnisse soll in einer zweiteiligen Arbeit mit B.L. van der Waerden über «Die Handlichen Tafeln des Ptolemaios» und «Zwei griechische Ephemeriden» erfolgen.

7. R. Guy (Zürich). – *Sur la dérivation covariante des spineurs*[1].

Hauptvortrag 1956

H. Hadwiger (Bern). – *Ausgewählte Probleme der kombinatorischen Geometrie des euklidischen und sphärischen Raumes.* – Zusammenfassung erschienen in «L'Enseignement Mathématique», Tome 3, 1 1957.

---

[1] Résumé erscheint in «L'Enseignement Mathématique».