**Zeitschrift:** Verhandlungen der Schweizerischen Naturforschenden Gesellschaft. Wissenschaftlicher und administrativer Teil = Actes de la Société Helvétique des Sciences Naturelles. Partie scientifique et administrative = Atti della Società Elvetica di Scienze Naturali

**Herausgeber:** Schweizerische Naturforschende Gesellschaft

**Band:** 144 (1964)

**Artikel:** Über die statistische Beschreibung der Form

**Autor:** Huber, Hans

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-90580

**Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

**Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

**Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 15.07.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch**

tionalität entsprechender Strecken und Gleichheit entsprechender Winkel. Ähnliche Figuren und Körper können so in ein Strahlenbündel gebracht werden, dass sie vom Zentrum her gesehen sich perspektivisch decken, bei Bewegung vom Zentrum hinweg gleichförmig wachsen.

Wir projizieren Bilder kleinster und grösster Gegenstände auf dieselben Quadratmeter weisser Wandfläche, seien es Atome, Moleküle DNS, Chromosomen, Zellen, Blätter, ...oder die Erde, das Sonnensystem, eine Milchstrasse. Wir stellen Dinge aus den verschiedensten Grössenordnungen vor uns hin, alle in der gleichen Gesamtgrösse, die der Ausrüstung unseres Körpers mit Augen und Händen, Sinnesorganen und Gliedmassen entspricht. Wir können tasten, erfassen, bearbeiten und darum «begreifen» Dinge zwischen der Grösse des Millimeters und des Meters. Was ausserhalb der uns unmittelbar zugänglichen Grössen liegt, was wir im Mikroskop oder Fernrohr sehen oder was wir in seiner Gestalt indirekt erschliessen, davon entwerfen wir uns ein Bild in der gewohnten Grössenordnung. Ein zusammenhängendes Weltbild muss sich gründen auf eine Kenntnis aller Zwischenstufen zwischen Klein und Gross, zwischen Wellenlänge des Lichtes und Lichtjahr. Für botanische Morphologie ist wichtig die Kenntnis der Grössen zwischen dem $\mu$ und dem Millimeter, der Grössenordnung, in welcher die Formen der Blätter entstehen.

Ein Kristallkeim entsteht dadurch, dass wenige Atome sich ordnen in der festen Ordnung des Raumgitters; das Wachstum durch Anlagerung geschieht ohne wesentliche Formveränderung. Pflanzenteile wachsen durch Einlagerung. Der Knospenquerschnitt zeigt annähernd isometrisches und isomorphes Wachstum; im Plastochron vergrössern sich alle Teile gleich nach bestimmtem Plastochronverhältnis. Im allgemeinen aber erfolgt das Wachstum allometrisch, verschieden in neben- oder hintereinanderliegenden Teilen, verschieden in den Richtungen von Länge, Breite und Dicke. Konstantes Wachstum nach der Exponentialfunktion, im logarithmischen Massstab dargestellt durch verschieden geneigte Gerade für verschiedene Wachstumsintensitäten, führt zu Verschiebungen der Grössenverhältnisse, zum Formwechsel. Ein nächstes Forschungsziel ist darum vergleichende Wachstumsmessung zur Bestimmung der formbildenden Wachstumsordnungen.

Die Methodik der morphogenetischen Beschreibung wird veranschaulicht durch eine Reihe von Projektionsbildern über eine Untersuchung an der Sprossknospe von Urtica dioica.

**3.** Hans Huber (Basel) – *Über die statistische Beschreibung der Form.*

Die Darstellung der Form eines variablen Organs durch eine Zeichnung hat den Nachteil, dass durch sie nur ein Beispiel der möglichen Gestalten gegeben werden kann. Auch eine Stichprobe von Zeichnungen kann nur einen ungefähren Begriff von der Variabilität geben. Statistische Prüfverfahren können mit Zeichnungen nicht durchgeführt werden. *Melville*

(1937) hat daher vorgeschlagen, die Umrisse von Blättern in ein Koordinatensystem zu projizieren und die Form durch eine Anzahl von Koordinaten der Umrisslinie festzuhalten. Jedes einzelne derart ausgemessene Blatt wird dann durch ein System von $n$ Zahlen, welche als Koordinaten eines $n$-dimensionalen Vektors aufgefasst werden können, dargestellt. *Melville* war allerdings noch nicht in der Lage, $n$-dimensionale Vektoren statistisch zu verarbeiten, sondern er musste sich bei der statistischen Auswertung auf je eine Dimension beschränken. Erst die modernen programmgesteuerten elektronischen Rechenmaschinen gestatten die korrekte Auswertung eines derartigen Zahlenmaterials, ohne dass dazu ein unverhältnismässig grosser Arbeitsaufwand notwendig wäre.

Es geht nun darum, die Verteilung der Vektoren im $n$-dimensionalen Vektorraum zu beschreiben. Im Idealfall kann dies durch die Beschreibung einer $n$-dimensionalen Normalverteilung geschehen. Eine solche lässt sich durch Angabe von Mittelwerten, Streuungen (variance) und Mitstreuungen (covariance) der Messungen festlegen. Punkte mit gleicher Wahrscheinlichkeitsdichte werden bei der $n$-dimensionalen Normalverteilung durch ein $n$-dimensionales Ellipsoid miteinander verbunden. Es ist nun zweckmässig, ein neues Koordinatensystem einzuführen, dessen Ursprung im Zentrum jenes Ellipsoids liegt und dessen Achsen mit den Achsen des Ellipsoids zusammenfallen. Durch geeignete Wahl der Massstäbe auf den Koordinatenachsen kann man erreichen, dass sich das Ellipsoid in eine Kugel verwandelt und dass die Streuung in jeder Raumrichtung gleich eins wird. Die neuen Koordinaten $y_i$ erhält man aus den alten $x_i$ durch ein System von $n$ linearen Gleichungen

$$y_i = a_{i1}(x_1 - \bar{x}_1) + a_{i2}(x_2 - \bar{x}_2) + \ldots + a_{in}(x_n - \bar{x}_n)$$

wobei $\bar{x}_i$ den Mittelwert von $x_i$ bezeichnet. Die Vektoren $(a_{i1}, a_{i2}, \ldots a_{in})$ sind $n$ Eigenvektoren, die den $n$ verschiedenen charakteristischen Wurzeln der Matrix der Streuungen und Mitstreuungen der $x_i$ entsprechen.

Die Quadrate der Längen der so transformierten Vektoren sind wie die Prüfgrösse $\chi^2$ mit $n$ Freiheitsgraden verteilt, so dass die Wahrscheinlichkeit, dass eine Form ebenso stark oder noch stärker von der mittleren Form abweicht, als in einem bestimmten Fall beobachtet wurde, aus einer Tabelle von $\chi^2$ abgelesen werden kann. Ist diese Wahrscheinlichkeit sehr klein, so darf angenommen werden, dass jene Form nicht zu dem durch die betreffende Normalverteilung beschriebenen Kollektiv gehört.

Es gibt nun Möglichkeiten, um zu prüfen, ob eine Stichprobe von Messungen in befriedigender Weise mit dem übereinstimmt, was bei Vorliegen einer $n$-dimensionalen Normalverteilung zu erwarten wäre. Man hat zu diesem Zweck vor allem die Verteilung der grössten Streuungskomponente (principal component), ferner die Verteilung der Längen der Vektoren zu studieren.

Die Darstellung von Formen durch Vektoren kann dazu dienen, das Zerfallen einer Stichprobe in verschiedene heterogene Elemente nachzuweisen. Ferner ist es möglich, die statistische Signifikanz von Unterschieden zwischen verschiedenen Stichproben zu prüfen. Schliesslich können

auf diese Weise beschriebene Formen in elektronischen Datenverarbeitungsmaschinen gespeichert werden. Diese Möglichkeit wird uns vielleicht einmal instand setzen, Pflanzen auf elektronischem Wege zu bestimmen.

ZITIERTE LITERATUR

*R. Melville:* The Accurate Definition of Leaf Shapes by Rectangular Coordinates. Ann. Bot. NS *1*, 673–679 (1937).

Die einschlägigen statistischen Methoden sind z.B. in folgenden Werken beschrieben:

*M. H. Quenouille:* Associated Measurements. London 1952.

*C. R. Rao:* Advanced Statistical Methods in Biometric Research. New York and London 1952.

*T. W. Anderson:* An Introduction to Multivariate Statistical Analysis. New York and London 1958.

**4.** H. GAMS (Innsbruck) – *Weiteres über europäische Basidiolichenen.*

Die überraschende Feststellung, dass die «Halbflechten» *Botrydina* (grossenteils) und *Coriscium* durchwegs lichenisierte Blätterpilze der Gattung *Omphalina* sind (G. in Öst. Bot. Zschr. und Verh. Schw. Naturf. Ges. 1962) ist inzwischen in den Alpen (Poelt und Oberwinkler in Öst. Bot. Zschr. 1964) und in Nordeuropa (z.B. Finnland und Schottland) vielfach bestätigt worden. Mit Grünalgen verbundene *Omphalinen* und *Clavarien* hat schon E. Fries gesehen, und solche sind in mehreren Exsikkaten ausgegeben worden. *Botrydina-Omphalinen* sind in Mittel- und Nordeuropa von den Mooren des Flachlandes bis in die alpine Stufe über *Sphagnum* und vielen anderen Moosen (in Wales auch auf *Hymenophyllum*) allgemein verbreitet, im Himalaja bis 3900 m (Poelt), wogegen *Coriscium* meist auf die subalpine und alpine Stufe beschränkt ist (in den Alpen kaum unter 1600 m, im Ötztal bis 2570 m, in Nordeuropa von zirka 700–1300 m) und weniger *Sphagnum* als andere Moospolster und nackten Torf besiedelt. *Botrydina*-Stadien bilden mehrere *Omphalinen* (vorwiegend 2sporige) und *Coccomyxen*, *Coriscium* eine andere 4sporige *Omphalina* und eine andere, durch Carotinoidbildung gelb werdende *Coccomyxa*. Solange die Artzugehörigkeit der Komponenten nicht durch noch weitere Sammlungen und Kulturen geklärt ist, empfiehlt es sich wohl, sie vorläufig *Omphalina Coriscium* und *Coccomyxa coriscii* zu nennen. Dass es, wie Poelt mitgeteilt hat, auch unter den Telephoraceen (inkl. Corticiaceen) lichenisierte Arten mit *Coccomyxa* gibt, kann mindestens für *Corticium viride* (Link) und *Stereum fasciatum* Schwein. bestätigt werden.

**5.** PH. MATILE (Zürich) – *Verlauf der Proteinaufnahme bei Neurospera crassa.* Kein Manuskript erhalten.