Zeitschrift: Mitteilungen der Thurgauischen Naturforschenden Gesellschaft

Herausgeber: Thurgauische Naturforschende Gesellschaft

Band: 3 (1871)

Artikel: Einzelnes aus der Undulationstheorie der Wärme : durch Anwendung elementarer Mittel dargestellt

Autor: Mann, Friedrich

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-593730

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 01.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Einzelnes

aus der

Undulationstheorie der Wärme.

Durch Anwendung elementarer Mittel dargestellt

von

Friedrich Mann,
Professor der Mathematik und Physik.

24448
10741

Vorbemerkung.

Die höhere Mathematik ist ein Werkzeug der Erfindung. Manche Relation liegt uns in solcher Form vor Augen, dass sie leicht in einer Differentialgleichung ihren Ausdruck finden kann, während die Beziehungen, die sich dann mittelst Integration dieser Differentialgleichung ergeben, der unmittelbaren Anschauung unzugänglich waren.

Auch die epochemachenden Arbeiten, welche die neueren Ansichten über das Wesen der Wärme zu ihrem Gegenstande haben, sind grösstentheils in das Gewand der höheren Mathematik gekleidet.

Ist es auch noch nicht gelungen, Alles über die Wärme empirisch Festgestellte aus der Undulationstheorie zu erklären, so berechtigen die grossartigen Erfolge, welche bereits vorliegen, doch allermindestens zu der Annahme, dass man auf der rechten Fährte sei.

Eine elementare Bearbeitung einzelner Abschnitte der neueren Wärmelehre dürfte bei der wichtigen Rolle, welche diese Theorie in unserer Gegenwart spielt, namentlich denjenigen Freunden der Naturwissenschaften, welchen das Gebiet der höhern Mathematik unzugänglich ist, sowie solchen Schulen, welche bei ihrem Unterrichte lediglich auf Elementarmathematik sich stützen können, eine nicht unwillkommene Erscheinung sein.

Aether.

1) Man versteht unter Aether eine äusserst feine, höchst elastische, zwar träge aber unschwere Materie, welche das ganze Weltall erfüllt, alle Körper auf unserer Erde durchzieht, aber auch zwischen den einzelnen Himmelskörpern an den Orten noch vorhanden ist, an welchen alles andere Stoffliche fehlt.

2) Wir wollen es unterlassen, die allgemein bekannten Wahrscheinlichkeitsgründe für die Existenz des Aethers zusammenzustellen; einzig folgende Bemerkungen mögen hier eine Stelle finden:

a) Es ist bekannt, dass das Licht und die Wärme, welche ihren Ursprung in der Sonne haben, auf unserer Erde Wirkungen hervorrufen. Nun ist es aber ein in der ganzen Natur herrschendes Gesetz, dass, wenn an einem Orte B eine Wirkung hervortritt, während der Sitz der Ursache eine von B entfernte Stelle A ist, dann immer eine stoffliche Brücke vorhanden sein muss, auf der die Wirkung von A nach B gelangt. Es muss also auch etwas Materielles vorhanden sein, das die Licht- und Wärmewirkungen von der Sonne nach der Erde trägt, und Aether ist eben nur der Name für dieses Etwas. Aus einem luftleeren Raume kann kein Schall zu unserm Ohr, wohl aber Licht zu unserm Auge gelangen. Wo jeder andere Stoff fehlt, ist noch Aether.

b) Ausgehend von der Existenz des Aethers lassen sich alle ins Bereich der Optik fallenden Thatsachen, auch die verwickeltsten Beugungs- und Interferenzerscheinungen nicht ausgenommen, erklären, und zwar nicht nur im Allgemeinen, sondern in ihrem ganzen Detail und mit aller mathematischen Schärfe. Gelangt man aber dadurch, dass man auf Grund einer nicht direkt erwiesenen Annahme nach allen Richtungen logisch weiter schliesst, zu lauter Resultaten, welche durch die Erfahrung, durch das Experiment ihre vollständige Bestätigung finden, so liegt hierin gewissermassen ein indirekter Beweis für die Richtigkeit jener Annahme.

Die Voraussetzung, dass es einen Aether gebe, ist mehr als blosse Hypothese; die wissenschaftliche Gestalt, in der jetzt die Optik vorliegt, hat fast die Bedeutung eines zwar indirekten aber zwingenden Beweises für die Existenz eines Aethers.

Dynamiden.

3) Der Aether, vollkommen sich selbst überlassen, ist durchaus homogen, und seine Eigenschaft, den Weltenraum zu erfüllen, erklärt man sich durch die Annahme, dass je zwei benachbarte Aetheratome abstossend auf einander wirken. Zwischen je zwei Nachbaratomen eines Körpers herrscht bekanntlich Anziehung. Nimmt man nun an, dass jedes Körperatom auch anziehend auf jedes in unmittelbarer Nähe liegende Aetheratom wirkt, so wird klar, dass eine Aethermasse sofort ihre Homogenität verlieren muss, wenn man sich Körperatome in dieselbe geworfen denkt. Es bildet sich dann in Folge der Anziehung zwischen Körper- und Aetheratomen um jedes

Körperatom herum eine verdichtete Aetherhülle. Das Ganze, bestehend aus dem Körperatom als Kern und der verdichteten Aethermasse als Hülle mit allen diesem Gebilde innewohnenden Kräften nennt Redtenbacher eine Dynamide.

Derjenige Aether, welcher, als von den Kernen zu weit entfernt, bei der Bildung der Dynamiden nicht zur Verwendung kommt, füllt den Raum zwischen den einzelnen Dynamiden aus und mag intermolekularer Aether heissen.*)

Wärme und Licht.

4) Ueberwiegt die Anziehung der Kerne über die Abstossung der Hüllen, so bewegen sich die betreffenden Dynamiden auf einander zu. Da aber die einander zugewendeten Theile der Aetherhüllen einen geringeren Abstand haben als die Kerne, so wird, wenn die Annäherung bis zu einem gewissen Grade vorgeschritten ist, die Abstossung dominiren. Das Ganze der einen Dynamide flieht nun das Ganze der andern so lange, bis die Abstossung in den Hintergrund tritt und die Anziehung wieder vorherrschend wird. So entsteht eine vibrirende Bewegung, die sich auch dem intermolekularen Aether mittheilt und überhaupt im Aethermeere weitergetragen, fortgepflanzt wird. Wie eine schwingende Saite, an die Luft stossend, diese in Mitschwingung versetzt und schliesslich im Ohr die Schallempfindung erregt: so werden die vorher geschilderten Aetherschwingungen von uns als Licht oder als Wärme empfunden. Ob das Eine oder das Andere erfolgt, hängt von der Schwingungsdauer ab. Geschehen in der Sekunde wenigstens 458 Billionen Schwingungen, so empfindet dieselben das Auge als Licht, bleibt die Schwingungsmenge unter der genannten Zahl, so macht sich die Bewegung dem Gemeingefühl gegenüber als Wärme geltend.

Ausdehnung durch Wärme.

5) Einen Körper höher erwärmen, heisst, demselben diejenige Kraft zuführen, welche seine Atome in ein intensiveres Schwingen versetzt. Die Wärme unterscheidet sich von einer gewöhnlichen mechanischen Kraft dadurch, dass sie Körpermassen nicht als Ganzes ergreift und bewegt, sondern dass sie fähig ist, jedes Atom einer Masse zum Angriffspunkte zu wählen. Das Intensivere des Schwingens, in welches die Atome durch Wärmezufuhr versetzt werden, spricht sich nicht nur in einer kleinern Schwingungsdauer, sondern auch in einem bedeutenderen Hinausgehen über die Gleichgewichtslage aus. Auf diese Weise kommen die Aetherhüllen zweier benachbarter Dynamiden näher

*) Näheres hierüber siehe: Redtenbachers Dynamidensystem.

an einander, als je zuvor. In Folge der grösser gewordenen Schwingungsweiten sind nun je zwei benachbarte Dynamiden genöthigt, für ihr ferneres Schwingen weiter von einander entfernte Gleichgewichtslagen aufzusuchen, was zur Folge hat, dass die Gesammtheit der nun in längeren Bahnen schwingenden Atome einen grössern Raum beansprucht, der Körper mithin als ausgedehnt erscheint.

Aggregatzustände.

6) Der feste Aggregatzustand liegt vor, so lange die zwischen den Atomen herrschende Anziehung (Kohäsion) so mächtig ist, dass die sich fliehenden Dynamiden nach kurzer Zeit immer wieder zurückgeführt werden und so die Bewegung im Geleise eines Schwingens um Gleichgewichtslagen bleibt.

Wird aber durch Wärmezufuhr und die hieraus resultirende Ausdehnung das Band der Kohäsion mehr gelockert, so verliert auch die Bewegung der Atome den fest ausgeprägten Charakter eines Schwingens; neben dem Vibriren tritt dann auch ein Gleiten, Wälzen, Rollen auf. Dies ist das Wesen des flüssigen Aggregatzustandes.

Dauert die Wärmezufuhr fort, so wird die letzte Fessel zwischen den Atomen gesprengt, der letzte Rest der Kohäsion beseitigt, und es herrscht dann eben so entschieden die Abstossung vor, wie beim festen Aggregatzustand die Anziehung dominirte. Dies ist der Uebergang vom flüssigen in den luftförmigen Aggregatzustand.

7) Die Atome eines luftförmigen Körpers benehmen sich genau so, wie ein Körper sich benehmen müsste, auf den ein bewegender Stoss und nichts weiter wirkte, oder wie ein Planet sich verhalten würde, wenn das centripetale Band, das ihn an die Sonne knüpft, plötzlich zerrisse. — Diese Atome bewegen sich nämlich gleichförmig und geradlinig vorwärts, bis sie auf ein Hinderniss stossen, das sie zur Umkehr zwingt.

Ist eine Luftmasse von einer festen Hülle umschlossen, so führen deren Atome auch schwingende Bewegungen aus, nur im Vergleich zu den Atomen fester Körper mit dem Unterschiede, dass die Schwingungsweite keine selbstgewählte, sondern eine durch die Dimensionen des Gefässes bedingte und beherrschte ist.

Freie und gebundene Wärme.

8) Ein auf eine schiefe Ebene mit dem Neigungswinkel α gelegter Körper, dessen Gewicht gleich G, drückt mit einer Stärke gleich $G \,.\, \cos \alpha$ gegen diese Ebene, während $P \,.\, \sin \alpha$ ein Mass für diejenige Kraft ist, welche ihn längs der schiefen Ebene nach

unten zieht. Denken wir uns α veränderlich und stellen wir uns vor, dass dieser Winkel alle Grössenzustände durchlaufe von 90 Graden bis 0: so nimmt die bewegende Kraft von G bis 0 ab und die drückende Kraft von 0 bis G zu.

Als bewegende Kraft existirt der Bestandtheil $G \,.\, \cos \alpha$, dem durch den Widerstand der Ebene das Gleichgewicht gehalten wird, für den Augenblick nicht mehr. Hier liegt also der Fall vor, dass von G ein um so grösserer Bestandtheil die Eigenschaft als bewegende Kraft verliert (sich gewissermassen verbirgt), je mehr α sich der Null annähert. Macht man aber die schiefe Ebene steiler, so tritt sofort wieder ein Theil der Kraft, die im Hintergrunde verborgen war und sich mit Druckwirkungen begnügte, frei als bewegende Kraft hervor.

9) Etwas Aehnliches finden wir bei den elastischen Körpern. Spannen wir mittelst eines bestimmten Kraftaufwandes eine stählerne Feder, so ist letztere von dem Streben erfüllt, sich zur ursprünglichen Gestalt wieder zusammenzuziehen. Aber es bleibt beim blossen Streben, so lange das Fortwirken der Kraft von Aussen den Zustand der Streckung aufrecht erhält. Zieht sich diese Kraft zurück, so nimmt die Feder augenblicklich die ursprüngliche Gestalt wieder an, und es tritt nun als bewegende Kraft frei und lebendig hervor, was vorher unter der Herrschaft einer äussern Gewalt im elastischen Körper als Spannkraft geschlummert hatte. Druck und Spannung sind nicht nur die Wirkungen, welche Kräfte ausüben, wenn äussere Umstände eine Bewegung zur Unmöglichkeit machen, — Druck und Spannung sind auch die Formen, in welchen Kräfte in der Masse aufbewahrt bleiben, bis der äussere Zwang gefallen ist und die Umstände wieder diejenige Wirkung begünstigen, welche jede Kraft in erster Linie anstrebt, nämlich die Bewegung.

10) Stellt man sich das Kohäsionsband zwischen den Atomen unter dem Bilde elastischer Fäden vor, so wird man an der Hand der so eben erläuterten Beispiele aus der Mechanik leicht begreifen, dass auch grössere oder kleinere Portionen der Wärme in die Lage kommen können, sich zeitweise in Form von Spannungen zu verbergen, um erst, wenn die Situation eine andere geworden, aus ihrem Hintergrunde in der Gestalt von bewegenden Kräften wieder hervorzubrechen und nach Aussen hin wirksam zu werden. So fasst die Undulationstheorie das Binden und Freiwerden der Wärme auf.

Wärmeleitung und Wärmestrahlung.

11) Vergegenwärtigen wir uns einen wellenerregten See und in demselben zwei Gruppen von Schilf. Sind bei der ersten Gruppe die einzelnen Pflanzen so aufgestellt, dass die Zwischenräume in Breite und Richtung ausreichende und geeignete Gänge

für die Wellen bilden, so werden letztere ihren Weg durch diese Schilfgruppe machen, ohne die Pflanzen selber zu erregen. Bei der zweiten Gruppe sei jedoch die Aufstellung der einzelnen Exemplare der Art, dass die Wellen an ihnen Hindernisse finden, — dann kann ein Vorwärtsschreiten der Wellen nicht erfolgen, ohne dass die einzelnen Schilfpflanzen selber in ein Hin- und Herschwanken, in eine mehr oder weniger starke Bewegung versetzt werden.

Aehnliche Vorgänge spielen sich ab, wenn Aetherwellen an Körper heranwogen. Es hängt dann ganz von der Entfernung und Gruppirung der Atome, kurz von der innern physikalischen Konstitution des Körpers ab, ob diese Wellenbewegung lediglich im Bereiche des intermolekularen Aethers bleibt, oder ob auch die Körperatome (Dynamiden) Stösse und damit Anregungen zu intensiverer Bewegung erhalten. Ersteres ist Wärmestrahlung, letzteres Wärmeleitung.

Wärme und mechanische Arbeit.

12) Wenn für eine Wegstrecke s ein stetsfort wirkender Widerstand von der Grösse P überwunden wird, so ist mechanische Arbeit verrichtet worden, für deren Grösse das Produkt $P \,.\, s$ ein Mass ist.

Bewegt sich eine Masse M mit der Geschwindigkeit v und wird diese Masse zur Ruhe gebracht dadurch, dass sich ihr auf allen Punkten des Weges s ein Widerstand von der Grösse P entgegenstellte, so herrscht bekanntlich die Beziehung:

$$2 \,.\, P \,.\, s = M \,.\, v^2.$$

Soll das Gewicht G um die Höhe h gehoben werden, so handelt es sich darum, eine mechanische Arbeit zu verrichten von der Grösse $G \,.\, h$.

Als Einheit für solche Grössen mechanischer Arbeit dient bekanntlich diejenige Arbeitsgrösse, welche aufgeboten werden muss, um die Gewichtseinheit um eine Längeneinheit zu heben, — also ein Fusspfund, wenn man den Fuss als Längeneinheit und das Pfund als Gewichtseinheit nimmt, ein Kilogramm-Meter, wenn man den Meter als Einheit für Längen und das Kilogramm als Einheit für Gewichte gelten lässt.

12) Auch die Wärme verrichtet mechanische Arbeit, indem sie die Atome in Bewegung versetzt oder deren Bewegung steigert, indem sie die Entfernung und Gruppirung der Atome ändert.

Wie beim Heben einer Masse die Bewegung nur erzielt werden kann unter fortwährendem Wirken gegen die Schwere: so kann auch die Entfernung und Gruppirung der Atome nicht geändert werden ohne fortwährendes Ankämpfen gegen Widerstände, z. B. gegen die Kohäsion.

Bringt man der Masse M die Geschwindigkeit v bei, so legt man damit in sie die Fähigkeit, mechanische Arbeit von der Grösse $\frac{1}{2} Mv^2$ zu verrichten.

Ebenso wird in die Atome (Dynamiden) mechanische Arbeitsfähigkeit gelegt, wenn sie aus dem Zustand der Ruhe in denjenigen der schwingenden Bewegung versetzt werden, oder wenn es sich darum handelt, eine schon vorhandene (vibrirende) Bewegung der Atome zu steigern. Um aber auf diese Weise mechanische Arbeitsfähigkeit in die Atome zu legen, muss mechanische Arbeit an den Atomen selber verrichtet werden.

Was die Empirie „einem Körper beizubringende Wärmemenge" nennt, das ist im Sinne der Undulationstheorie die Grösse an mechanischer Arbeit, welche an den Atomen verrichtet werden muss, um einen gewissen Bewegungs- (Schwingungs-) zustand derselben zu erzielen.

14) Wärme kann in mechanische Arbeit, mechanische Arbeit in Wärme übergehen. Ersteres erkennen wir am deutlichsten an der Dampfmaschine, wo Wärme gewissermassen den Einsatz bildet und mechanische Arbeit das Endresultat ist. Letzteres wird durch die Thatsachen bestätigt, dass durch Reiben, Stossen u. s. w. Wärme entsteht.

Wärme und mechanische Arbeit vermögen sich in ihren Wirkungen zu ersetzen.

Zwei Stücke Eis kommen durch beständiges Aneinanderreiben ebenso zum Schmelzen, wie wenn ihnen direkt Wärme zugeführt würde. Wärme, die einem in einen Cylinder mit luftdicht schliessendem Kolben eingesperrten Luftquantum zugeführt wird, vermag eben so gut das Heben dieses Kolbens zu bewerkstelligen, wie eine gewöhnliche mechanische Kraft.

Wärme und mechanische Arbeit sind äquivalent. Liefert die Wärmemenge A in mechanische Arbeit verwandelt die Arbeitsgrösse B, so führt letztere, in Wärme umgesetzt, genau wieder zur Wärmemenge A. Mit dem Verschwinden einer bestimmten Wärmemenge verschwindet eine äquivalente Menge an mechanischer Arbeit oder Arbeitsfähigkeit, und umgekehrt. Diejenige Grösse an mechanischer Arbeit, welche einer Calorie, einer Wärmeeinheit (d. h. derjenigen Wärmemenge, welche nöthig ist, um eine Gewichtseinheit Wasser um eine Temperatureinheit zu erhöhen) entspricht, nennt man das mechanische Aequivalent der Wärme. Bezeichnen wir dasselbe in der Folge durch q, so bedeutet also q die (z. B. in Fusspfunden ausgedrückte) Grösse an mechanischer Arbeit, welche einer Wärmeeinheit (z. B. derjenigen Wärmemenge, deren es bedarf, um ein Pfund Wasser um einen Celsius-Grad zu erhöhen) gleichwerthig ist.

Temperatur.

15) Unter Temperatur eines Körpers versteht man den Grad seiner Wärmewirkung nach Aussen hin. Ist nun die Wärme eine (schwingende) Bewegung der Atome, so kann diese Wirkung nach Aussen in nichts Anderem bestehen, als in einem Stossen auf die Umgebung. Wir wollen als diejenigen Objekte, welche diese Stösse aufzunehmen haben, zwei unter sich parallele Ebenen in vollkommen fester Lage annehmen, und die Bewegung der Atome in Geraden vor sich gehen lassen, die auf dieser Ebene senkrecht stehen. Offenbar kann die Stärke des einzelnen Stosses kein Mass sein für den Grad der Wirkung nach Aussen, indem letzterer offenbar auch von der Anzahl der Stösse abhängig ist, die während einer bestimmten Zeit erfolgen. Ein Atom, das in jedem Einzelfalle zweimal schwächer, per Sekunde aber dreimal öfter stösst als ein anderes, übt offenbar eine stärkere Gesammtwirkung aus, als dieses zweite.

16) Stimmen zwei Atome in der Geschwindigkeit v überein, kommt aber dem ersten m_1, dem zweiten m_2 als Masse*) zu, so üben beide in gleichviel Zeit gleichviele Stösse aus, so dass die Gesammtwirkungen sich verhalten müssen wie die Intensitäten der Einzelstösse, also wie $m_1 v : m_2 v$ oder wie $m_1 : m_2$. D. h.: Bei Atomen, die mit gleicher Geschwindigkeit schwingen, verhalten sich die Gesammtwirkungen nach Aussen (nämlich die Temperaturen) genau so, wie die ersten Potenzen der Massen.

17) Nehmen wir jezt an, die Atome stimmen in der Masse m überein, während sie mit verschieden grossen Geschwindigkeiten v_1 und v_2 schwingen. Ist z. B. v_2 das Fünffache von v_1, so zieht dieser Umstand Zweierlei nach sich. Das zweite Atom übt dann in gleicher Zeit nicht nur fünfmal mehr Stösse aus, als das erste, sondern auch jeder einzelne Stoss ist beim zweiten Atom fünfmal kräftiger als beim ersten Atom. Die Gesammtwirkung des zweiten Atoms verhält sich daher zur Gesammtwirkung des ersten Atoms wie 1 : 25 oder allgemein wie $v_1^2 : v_2^2$. D. h.: Bei Atomen, die in der Masse übereinstimmen, verhalten sich die Gesammtwirkungen nach Aussen (nämlich die Temperaturen) wie die Quadrate der Geschwindigkeiten.

---

*) Die Mechanik stellt die Formel auf: $M = \frac{G}{g}$, wobei G das Gewicht, M die Masse des gleichen Körpers und g die Beschleunigung der Schwere bedeutet. Die in dieser Gleichung liegende Definition lässt sich auch auf das einzelne Atom anwenden, indem man eben z. B. unter der Masse eines Grundstoffatoms einen Bruch versteht, der das Gewicht dieses Atoms zum Zähler und die Beschleunigung der Schwere zum Nenner hat.

18) Verhalten sich die Temperaturen zweier Atome bei gleichen Geschwindigkeiten wie die Massen und bei gleichen Massen wie die Quadrate der Geschwindigkeiten, so wird man ganz im Allgemeinen Ausdrücke für diese Temperaturen erhalten, wenn man die ersten Potenzen der Massen mit den zweiten Potenzen der Geschwindigkeiten multiplizirt. D. h. es ist:

$$T_1 : T_2 = m_1 v_1^2 : m_2 v_2^2,$$

wenn T_1 die Temperatur, m_1 die Masse, v_1 die Geschwindigkeit des ersten Atoms ist und wenn T_2, m_2 und v_2 für das zweite Atom die gleichen Bedeutungen haben.

Das Produkt aus der ersten Potenz der Masse in die zweite Potenz der Geschwindigkeit führt aber bekanntlich in der Mechanik den Namen „lebendige Kraft," — und so liegt also in obiger Auseinandersetzung die Begründung des Satzes: dass die lebendige Kraft des schwingenden Atoms ein Mass für dessen Temperatur sei. Handelt es sich um die Temperatur eines Körpers, so kommt in Frage, ob er an allen Stellen gleichwarm sei oder nicht. Ist Ersteres der Fall, so kann die lebendige Kraft eines Atoms als Temperatur des ganzen Körpers gelten. Träfe dagegen letzteres zu, so müsste man, um zur Temperatur des Körpers zu gelangen, das arithmetische Mittel aus den lebendigen Kräften aller einzelnen Atome herstellen.

Expansivkraft.

19) Wie bei jeder Kraft, so macht sich auch bei der Expansivkraft die Wirkung bald in Form von Bewegung, bald in Form von Druck geltend. Ist Luft von allen Seiten frei und ungehemmt, so breitet sie sich mehr und mehr aus, während sie, rings umschlossen, auf die Hülle drückt.

Als Mass für die Stärke der Expansivkraft gilt bekanntlich der Druck, den eingeschlossene Luft auf die Flächeneinheit der Gefässwand (z. B. auf einen Quadratzoll) ausübt. Da dieser Druck nur das Resultat der Stösse sein kann, welche die in fortwährender Hin- und Herbewegung begriffenen Luftatome auf die Hülle ausüben, und da der Gesammteffekt dieser stossenden Atome auch von der Zeitlänge abhängig sein wird, welche verfliesst, bis der nächste Stoss auf die gleiche Stelle der Wand erfolgt, so wird man vom Standpunkte der Undulationstheorie aus unter Stärke der Expansivkraft die Gesammtwirkung verstehen müssen, welche die hin- und herwogenden Luftatome innerhalb einer bestimmten Zeit (z. B. der Zeiteinheit) auf eine Flächeneinheit der Gefässwand ausüben.

Bezeichnet man demnach die Intensität der Expansivkraft durch e, die Masse irgend eines der stossenden Luftatome durch m, die Geschwindigkeit desselben durch v, die Anzahl der Atome, welche eine Flächeneinheit der Hülle bedecken, durch a, und die Zahl der Stösse, die von Seiten eines Atoms innerhalb der Zeiteinheit auf die nämliche Stelle der Wand ausgeübt werden, durch z, so ist offenbar:

$$e = mv \,.\, a \,.\, z.$$

Dulong'sches Gesetz.

20) Es ist empirisch festgestellt, dass die spezifischen Wärmen der Grundstoffe sich umgekehrt verhalten wie deren Atomgewichte, oder mit andern Worten: dass innerhalb der Reihe der Grundstoffe das Produkt aus Atomgewicht und spezifischer Wärme constant ist. Dieses Produkt stellt aber offenbar die Wärmemenge dar, die nöthig ist, um 1 Atom eines Grundstoffes in der Temperatur um einen Grad zu erhöhen. Der Sinn des Dulong'schen Gesetzes ist mithin der: Die Wärmemenge, deren es bedarf, um ein Atom in der Temperatur um einen Grad zu erhöhen, ist für alle Grundstoffe die gleiche.

Stellt man es daher auf je ein Atom oder auf eine gleiche Anzahl von Atomen ab, so entspricht für sämmtliche Grundstoffe der gleichgrossen Temperaturerhöhung auch völlig dieselbe Wärmemenge. Dass verschiedene Wärmemengen nöthig sind, um je 1 Pfund der verschiedenen Grundstoffe um gleichviel in der Temperatur zu erhöhen (d. h. dass die Grundstoffe ungleiche spezifische Wärmen haben) rührt also lediglich davon her, dass bei den verschiedenen Grundstoffen wegen des ungleichen Atomgewichtes verschieden viele Atome auf ein Pfund gehen.

21) Das in der Mechanik auftretende „Gesetz der lebendigen Kräfte" lehrt uns unter Anderm, dass es ganz der gleichen Grösse an mechanischer Arbeit bedarf, um den Massen m_1 und m_2 den gleichen Zuwachs an lebendiger Kraft beizubringen, wie verschieden gross auch diese Massen sein mögen. Wäre z. B. m kleiner als m_1, so würde die in beiden Fällen aufgebotene Arbeitsgrösse P der Masse m_2 eine in dem Grade bedeutendere Geschwindigkeitserhöhung beibringen, dass die lebendige Kraft bei m doch um genau so viel wüchse, wie bei m_1.

Dieser Satz gilt ganz allgemein, nicht nur hinsichtlich der Grössen der Massen, sondern auch hinsichtlich der Beschaffenheit der an denselben arbeitenden Kräfte.

Nehmen wir nun den speziellen Fall, dass die arbeitende Kraft die Wärme ist und die Massen m_1 und m_2, an denen diese Kraft wirkt, diejenigen der Atome zweier

Grundstoffe A und B sind, so lautet das oben erwähnte Gesetz: Handelt es sich darum, einem Atom des Grundstoffes A den gleichen Zuwachs an lebendiger Kraft beizubringen, wie einem Atom irgend eines andern Grundstoffes B, so muss die Wärme in beiden Fällen eine gleichgrosse mechanische Arbeit verrichten.

Dieser Satz nimmt aber, wenn man statt „Grösse der zu verrichtenden mechanischen Arbeit" einfach „Wärmemenge" und statt „Zuwachs an lebendiger Kraft" das Wort „Temperaturerhöhung" setzt, folgende Gestalt an: Um einem Atom des Grundstoffes A die gleiche Temperaturerhöhung zu geben, wie einem Atom irgend eines andern Grundstoffes B, ist in beiden Fällen ganz die gleiche Wärmemenge erforderlich.

22) Das Dulong'sche Gesetz ist also in der That nichts Anderes, als die Uebertragung eines allgemeinen Gesetzes der Mechanik (des Gesetzes der lebendigen Kräfte) auf einen speziellen Fall, nämlich auf diejenige Bewegung der Atome chemisch einfacher Stoffe, welche die Undulationstheorie „Wärme" nennt.

Es ist sehr beachtenswerth und spricht in hohem Grade für die Richtigkeit der neueren Ansichten über das Wesen der Wärme, dass gerade das Dulong'sche Gesetz aus den Anschauungen der mechanischen Wärmelehre so höchst ungezwungen sich ergibt, während dieses Gesetz durch die Emanationstheorie in keiner Weise rationell gedeutet werden kann, sondern vom Standpunkte dieser Theorie aus einfach als nicht weiter aufzuklärendes empirisches Ergebniss hingenommen werden muss.

Wie man auch über die atomistische Hypothese denken mag, — so viel steht jedenfalls fest, dass, die Undulationstheorie der Wärme als richtig zugegeben, durch die chemischen Aequivalentzahlen das Verhältniss der Gewichte derjenigen Massentheilchen ausgedrückt wird, welche bei den Grundstoffen die vibrirende Bewegung ausführen.

Beziehungen zwischen Volumen, Temperatur und Expansivkraft bei gleicher Gewichtsmenge einer permanenten Luft.

23) Eine gewisse Masse z. B. ein Pfund permanenter Luft befinde sich in einem Würfel mit der Kantenlänge l_1. Die Masse eines Luftatoms sei m_1, die Geschwindigkeit desselben v_1 und die Expansivkraft der eingeschlossenen Luft e_1, dann ist $e_1 = m_1 v_1 a_1 z_1$, wenn im Sinne von § 19 a_1 die Anzahl der Luftatome ausdrückt, welche eine Flächen-

einheit der Hülle bedecken und wenn z_1 die Zahl der Stösse bedeutet, welche ein und dasselbe Atom in der Zeiteinheit auf die nämliche Stelle der innern Würfelwand ausübt.

Im bunten Gewirre der sich drängenden Atome kommen Hemmungen und Förderungen in Bezug auf die Energie der Bewegungen vor; im Grossen und Ganzen erfolgt aber in der Weise Ausgleichung, dass es im Effekt auf das Gleiche herauskommt, wie wenn jedes Atom sich parallel einer Würfelkante immer von einer Wand nach der gegenüberstehenden gleichförmig bewegen würde. Legt aber ein Atom in der Zeiteinheit den Gesammtweg v_1 zurück und muss es, um an der gleichen Stelle der Wand neuerdings zum Stossen zu kommen, immer den Weg $2\,l_1$ zurücklegen, so ist offenbar $z_1 = \frac{v_1}{2\,l_1}$, und mithin $e_1 = \frac{m_1\,v_1^2\,.\,a_1}{2\,l_1}$, oder $e_1 = T_1\,.\,\frac{a_1}{2\,l_1}$, wenn wir mit T_1 die Temperatur der eingeschlossenen Luft bezeichnen.

Bringen wir nun diese Luft, ohne an ihrer Menge und Beschaffenheit irgend etwas zu ändern, in einen Würfel mit der Kantenlänge l_2 und geben wir den Buchstaben e_2, T_2 und a_2 für diesen zweiten Zustand der Luft die gleichen Bedeutungen, welche wir den Zeichen e_1, T_1 und a_1 für den ersten Zustand beigelegt haben, so ist $e_2 = T_2\,.\,\frac{a_2}{2\,l_2}$, mithin: $e_1 : e_2 = T_1\,.\,\frac{a_1}{l_1} : T_2\,.\,\frac{a_2}{l_2}$.

Setzen wir nun voraus, die Temperatur der Luft solle in beiden Würfeln die nämliche sein, so ergibt sich: $e_1 : e_2 = a_1\,l_2 : a_2\,l_1$.

Nun muss offenbar zwischen l_1 und l_2 ein bestimmtes Verhältniss bestehen. Nehmen wir an, es sei $l = n\,.\,l_1$, so folgt aus dieser Annahme, dass a_2 der so vielte Theil von a_1 sein muss als n^2 ausdrückt. (Denn, wenn die gleiche Luftmasse den Würfel mit der n mal grössern Kantenlänge ausfüllen soll, so müssen nach jeder der drei Dimensionen je zwei benachbarte Atome n mal weiter aus einander rücken.) Setzen wir diese Werthe ein, so erhalten wir:

$$e_1 : e_2 = n^3 : 1.$$

Bedeuten aber R_1 und R_2 die Rauminhalte der beiden Würfel, so ist auch:

$$R_2 : R_1 = n^3 : 1.$$

Aus den zwei letzten Proportionen folgt aber die neue:

$$e_1 : e_2 = R_2 : R_1.$$

D. h.: Bringt man permanente Luft unter Beibehaltung des Gesammtgewichts und der Temperatur in verschieden grosse Räume, so ist das Verhältniss der Expansivkräfte dem umgekehrten Verhältnisse der Volumen gleich. (**Mariott'sches Gesetz.**)

24) Es ist, wie wir vorhin gesehen:

$$e_1 = T_1\,.\,\frac{a_1}{2\,l_1} \text{ und } e_2 = T_2\,.\,\frac{a_2}{2\,l_2}.$$

Setzen wir nun für beide Luftzustände ausser der Uebereinstimmung im Gewicht auch Gleichheit der Expansivkräfte e_1 und e_2 voraus, so wird:

$$T_1 \frac{a_1}{2\,l_1} = T_2 \,.\, \frac{a_2}{2\,l_2}.$$

Aus der Annahme: $l_2 = n \,.\, l_1$ folgt wieder, wie vorhin: $a_2 = \frac{a_1}{n^2}$; mithin ergibt sich:

$T_1 : T_2 = 1 : n^3$. Da aber auch:
$R_1 : R_2 = 1 : n^3$, so folgt:
$T_1 : T_2 = R_1 : R$.

D. h.: Soll das nämliche Quantum permanenter Luft bei höherer Temperatur die gleiche Expansivkraft beibehalten, so muss der Raum, den die Luft ausfüllt, sich dermassen vergrössern, dass in den beiden verglichenen Luftzuständen die Temperaturen sich genau so verhalten, wie die Räume. (**Gesetz von Gay-Lussac.**)

25) Nachdem wir unter der Voraussetzung $T_1 = T_2$ eine Beziehung zwischen den Expansivkräften und Räumen, dann unter der Voraussetzung $e_1 = e_2$ eine solche zwischen den Räumen und Temperaturen aufgefunden haben, so entsteht die Frage: wie verhalten sich Expansivkräfte und Temperaturen zu einander, wenn $R_1 = R_2$ vorausgesetzt wird?

$R_1 = R_2$ zieht $l_1 = l_2$ und $a_1 = a_2$ nach sich, so dass die in § 23 aufgestellte Proportion:

$$e_1 : e_2 = T_1 \,.\, \frac{a_1}{l_1} : T_2 \,.\, \frac{a_2}{l_2}$$

sogleich die Gestalt annimmt:

$$e_1 : e_2 = T_1 : T_2.$$

D. h.: Bei Gleichheit der Räume verhalten sich die Expansivkräfte wie die Temperaturen.

Rationelle und empirische Temperatur.

26) Besitzt ein Körper A in allen seinen Theilen die Temperatur T, so heisst dies: jedem seiner Atome kommt eine lebendige Kraft von der Grösse T zu. Der lebendigen Kraft T entspricht aber die Arbeitsgrösse $\frac{1}{2}\,T$; d. h. es musste eine mechanische Arbeit von der Grösse $\frac{1}{2}\,T$ verrichtet werden, um das Atom aus dem Zustand der Ruhe in eine Bewegung mit der lebendigen Kraft $= T$ überzuführen. Multiplizirt man daher $\frac{1}{2}\,T$ mit der Anzahl der Atome, so erhält man die im ganzen Körper A

steckende Arbeitsgrösse. Diese gesammte Arbeitsgrösse ist aber nichts Anderes als die dem Körper A zukommende Menge an freier Wärme. Ein Ausdruck für diese Wärmemenge ist mithin:

$$\tfrac{1}{2}\, T \,.\, \frac{G}{p}, \qquad (1)$$

wenn G das Gewicht des Körpers und p dasjenige eines seiner Atome bezeichnet, indem dann offenbar $\frac{G}{p}$ die Anzahl der Atome ausdrückt.

Für diese Gesammtwärmemenge lässt sich aber noch ein zweiter Ausdruck finden. Bezeichnet man nämlich für den gleichen Körper A durch ϑ die ganze Temperaturhöhe in Thermometergraden und durch s die spezifische Wärme, also diejenige Wärmemenge (in Calorien), welche jeder Gewichtseinheit von A beigebracht werden muss, um die Temperatur um einen Grad zu erhöhen, so stellt auch:

$$\vartheta \,.\, G \,.\, s \qquad (2)$$

die ganze Menge der dem Körper A innewohnenden freien Wärme dar.

Da nun aber diese gesammte Wärmemenge eines und desselben Körpers durch den Ausdruck 1 in Einheiten der mechanischen Arbeit (z. B. in Fusspfunden), durch den Ausdruck 2 aber in Calorien dargestellt wird, so muss durch das Dividiren des Ausdruckes 2 in den Ausdruck 1 diejenige mechanische Arbeit gefunden werden, welche einer Calorie entspricht, nämlich q, das mechanische Aequivalent der Wärme. Es ist somit:

$$\frac{T}{2\,\vartheta \,.\, s \,.\, p} = q, \text{ oder } T = 2 \,.\, q \,.\, s \,.\, p \,.\, \vartheta.$$

So lange daher die Bedingungen erfüllt sind, unter denen $s \,.\, p$ den nämlichen Werth hat*), und so lange es erlaubt ist, die spezifische Wärme als constant aufzufassen, wird die als lebendige Kraft sich darstellende Temperatur, nämlich die **rationelle**, gewonnen, indem man die in Thermometergraden ausgedrückte (d. h. die **empirische**) Temperatur mit einer und derselben Constanten multiplizirt.

Absolute und relative empirische Temperatur.

27) T ist nur ein einfacheres Zeichen für mv^2. Da aber m (Masse eines Atoms) immer von Null verschieden sein muss, so kann T nur Null werden, wenn v Null ist. Ist daher die rationelle Temperatur gleich Null, so deutet dies einen Zustand an, in welchem die Atome gar nicht mehr vibriren.

*) Siehe das Dulong'sche Gesetz und seine Erweiterung.

Aus den Entwickelungen in § 26 geht hervor, dass ϑ immer gleichzeitig mit T Null werden muss. Schon hieraus ergibt sich, dass ϑ nicht die Zahl der vom Nullpunkte unserer gewöhnlichen Thermometer aus gezählten Grade sein kann. Denn verstände man z. B. unter ϑ die Temperatur des Körpers A, wie sie sich durch Messung mit einem gewöhnlichen Celsius-Thermometer ergibt, so könnte $G s \vartheta$ nicht die ganze im Körper A frei vorkommende Wärmemenge ausdrücken, indem ja die Wärmemenge hiebei ausser Acht gelassen wäre, die der Körper A immer noch enthielte, wenn das mit ihm in Berührung gebrachte Celsius-Thermometer sich auf 0 einstellte. $G s \vartheta$ wäre dann um die volle Wärmemenge zu klein, welche man dem Null Grad Celsius zeigenden Körper noch entziehen könnte, bis seine Atome gänzlich zur Ruhe kämen.

Die Stelle, an welcher das Quecksilber des mit dem Körper A in Berührung stehenden Celsius-Thermometers stehen bliebe, wenn sich die Atome dieses Körpers gar nicht mehr bewegten (d. h. wenn in Folge von Wärmeentziehung deren lebendige Kraft gleich Null geworden wäre), nennen wir den absoluten Nullpunkt und jede von diesem aus gezählte Temperatur heisst absolute Temperatur.

Die empirische Temperatur ϑ, welche wir in § 26 einführten, ist offenbar als eine vom absoluten Nullpunkt aus gezählte, d. h. als absolute Temperatur aufzufassen.

Der Nullpunkt eines gewöhnlichen Celsiusthermometers drückt den Temperaturzustand aus, in dem sich schmelzendes Eis befindet. Man nennt ihn den relativen Nullpunkt und alle von ihm aus gezählte Temperaturen mögen relative empirische heissen.

Der absolute Nullpunkt liegt tiefer als der relative. Man kann sich vorstellen, der Abstand dieser beiden Stellen sei mittelst eines Celsiusgrades (als Längeneinheit) gemessen und es habe sich als Resultat dieser Messung die Zahl β ergeben.

28) Den bisherigen Auseinandersetzungen gemäss kann „Temperatur eines Körpers A“ in dreifachem Sinne genommen werden:

1) als rationelle Temperatur T, d. h. als die lebendige Kraft, mit der jedes seiner Atome sich bewegt;
2) als relative empirische Temperatur t, worunter man die Anzahl der Grade versteht, die ein mit A in Berührung gesetztes Thermometer aufweist, wenn dessen Quecksilber einen festen Stand angenommen hat;
3) als absolute empirische Temperatur ϑ, welche unter den erwähnten Umständen das gleiche Thermometer anzeigen würde, wenn der Skale desselben nicht der relative sondern der absolute Nullpunkt zu Grunde läge.

Bezeichnen wir die auf den nämlichen Zustand des gleichen Körpers A sich beziehende rationelle, absolute empirische und relative empirische Temperatur beziehungs-

weise durch T, ϑ und t, und führen wir für $2 . q . s . p$ das einfache Zeichen c ein, so gelten folgende Gleichungen:

$$T = c . \vartheta \text{ und}$$
$$\vartheta = t + \beta$$

Also auch: $$T = c . (t + \beta)$$

Mariott'sches, Gay-Lussac'sches Gesetz u. s. w. für empirische Temperaturen

29) Das Mariott'sche Gesetz spricht aus, dass die Räume, in welche man das gleiche Luftquantum bringt, sich verhalten müssen wie umgekehrt die Expansivkräfte, unter der Voraussetzung, dass in beiden Fällen die Temperatur die nämliche sei.

Als wir diesen Satz ableiteten, verstanden wir unter Temperatur die rationelle. Da aber bei einer und derselben Luftart in den zwei verglichenen Zuständen die rationellen Temperaturen nicht gleich sein können, ohne dass es auch die empirischen sind, so bleibt das Mariott'sche Gesetz seinem ganzen Wortlaute nach auch dann in Kraft, wenn man die Gleichheit der empirischen Temperaturen (der absoluten oder der relativen) voraussetzt.

30) Anders verhält es sich mit dem Gay-Lussac'schen Gesetz. Für rationelle Temperaturen lautet es gemäss einer frühern Entwickelung: „Bei gleichen Expansivkräften verhalten sich die Räume wie die Temperaturen.“ Wie nachstehende Entwickelung zeigt, bleibt der Wortlaut dieses Gesetzes zwar noch für absolute empirische Temperaturen derselbe, während er sich für relative empirische Temperaturen wesentlich ändert.

Um erstere Behauptung zu rechtfertigen, setzen wir in die Proportion:

$$R_1 : R_2 = T_1 : T_2$$

$T_1 = c . \vartheta_1$ und $T_2 = c \vartheta_2$ ein, wodurch sie in:

$$R_1 : R_2 = \vartheta_1 : \vartheta_2$$

übergeht. Die Constante, mit der man die absolute empirische Temperatur multipliziren muss, um die rationelle zu erhalten, ist hier offenbar in beiden Fällen die gleiche, da es sich beide Male um die gleiche Luftart handelt und da die Temperaturen innerhalb solcher Grenzen vorausgesetzt werden, dass vom einen Luftzustand zum andern keine nennenswerthe Aenderung in der spezifischen Wärme eintritt.

31) Im Streben, das Gay-Lussac'sche Gesetz für relative empirische Temperaturen zu entwickeln, setzen wir in der letzten Proportion

$\vartheta_1 = t_1 + \beta$ und $\vartheta_2 = t_2 + \beta$ und erhalten:

$R_1 : R_2 = (t_1 + \beta) : (t_2 + \beta)$, oder

$$R_2 = R_1 \frac{t_2 + \beta}{t_1 + \beta}$$

Nehmen wir nun an, t_1 sei die niedrigere Temperatur, und man sei mittelst einer Temperaturerhöhung um γ Grade von t_1 zu t gekommen, dann können wir $t_2 = t_1 + \gamma$ setzen. Wir erhalten so:

$$R_2 = R_1 \left(1 + \frac{\gamma}{t_1 + \beta}\right), \text{ oder}$$

$$R_3 = R_1 + R_1 \cdot \frac{\gamma}{t_1 + \beta}$$

Der Ausdruck $R_1 \cdot \frac{\gamma}{t_1 + \beta}$ stellt nun offenbar die Grösse dar, um welche sich das ursprüngliche Volumen R_1 vergrösserte in Folge der Temperaturerhöhung von t_1 auf t_2, also um γ Grade. Bezeichnen wir diesen Raumzuwachs durch Z, so haben wir die Gleichung:

$$Z = R_1 \cdot \frac{\gamma}{t_1 + \beta}.$$

Stellen wir uns nun vor, wir gehen beidemale von dem Zustand der Luft aus, da R_1 ihr Volumen und t_1 ihre Temperatur ist, erhöhen aber die Temperatur das einemal um γ_1 das anderemal um γ_2 Grade, so werden sich in beiden Fällen auch verschieden grosse Raumzuwachse ergeben, die wir beziehungsweise durch Z_1 und Z_2 bezeichnen wollen. Dann ist:

$$Z_1 = R_1 \frac{\gamma_1}{t_1 + \beta} \text{ und}$$

$$Z_2 = R_1 \cdot \frac{\gamma_2}{t_1 + \beta} \text{ also}$$

$$Z_1 : Z_2 = \gamma_1 : \gamma_2.$$

Für relative empirische Temperaturen lautet demnach das Gay-Lussac'sche Gesetz folgendermassen:

Erhöht man, unter Beibehaltung der Expansivkraft, die Temperatur eines Quantums permanenter Luft, so zieht die Temperaturerhöhung stets eine Raumvergrösserung nach sich, und zwar sind die so zu Stande kommenden Volumenzuwachse den entsprechenden Temperaturerhöhungen genau proportional.

Diese Relation ist es, welche Gay-Lussac experimentell gefunden hat.

32) Was nun das dritte Gesetz betrifft, welches mit dem Mariott'schen und Gay-Lussac'schen eine Gruppe bildet, so bleibt der Wortlaut desselben ungeändert, wenn man von den rationellen Temperaturen zu den absolut empirischen übergeht, indem es in beiden Fällen lautet:

Bei gleichem Volumen eines und desselben Quantums permanenter Luft verhalten sich die Expansivkräfte wie die Temperaturen.

Führt man jedoch die relativen empirischen Temperaturen ein, so gelangt man vermittelst einer Entwickelung, die der soeben durchgeführten ganz ähnlich ist, zu folgendem Resultat:

Wird unter Beibehaltung des Volumens eines Quantums permanenter Luft die Temperatur erhöht, so zieht diese Temperaturerhöhung stets eine Vergrösserung der Expansivkraft nach sich, und zwar sind die so zu Stande kommenden **Zuwachse** der Expansivkraft den entsprechenden Temperatur**erhöhungen** genau proportional.

Thermometrische Stoffe und Thermometer.

53) Unter dem leicht beweglichen aber genau luftdicht schliessenden Kolben befinde sich in einem vertikal stehenden Cylinder ein bestimmtes Quantum permanenter Luft. Dieser Kolben wird zur Ruhe kommen, sowie die eingeschlossene Luft auf die untere Kolbenfläche nach oben einen eben so starken Druck ausübt, als der Kolben selber in der Richtung nach unten drückt. Ist das Gewicht des Kolbens $= P$ und besteht die untere Kolbenfläche aus i Flächeneinheiten, so beträgt, nachdem der Kolben zur Ruhe gekommen, die Expansivkraft der eingeschlossenen Luft $\frac{P}{i}$. Erwärmen wir nun diese Luft, so wird in Folge einer Zunahme der Expansivkraft der Gleichgewichtszustand zu Gunsten der nach oben wirkenden Kraft gestört, der Kolben bewegt sich folglich nach oben. Diese Bewegung hat aber eine Raumzunahme zur Folge und die Expansivkraft nimmt daher, dem Mariott'schen Gesetze gemäss, wieder ab. Diese Abnahme dauert fort, bis sie wieder zur Grösse $\frac{P}{i}$ herabgesunken ist, dann tritt wieder Ruhe, Gleichgewicht ein. So können wir durch das Mittel fortgesetzter Erwärmung eine Reihe von Gleichgewichtszuständen herstellen, für welche alle die Expansivkraft die nämliche ist. Notirt man die Temperaturerhöhungen, welche von Gleichgewichtszustand zu Gleichgewichtszustand führen, sowie die Raumzunahmen, welche dieselben begleiten, so gelangt man durch einfache Vergleichung der Zahlen

zu der Erkenntniss, dass letztere (die Raumzunahmen) ersteren (den Temperaturerhöhungen) proportional sind. Dies ist die Methode, mittelst welcher Gay-Lussac sein Gesetz experimentell gefunden hat.

Aus diesem Verfahren erkennen wir, wie ein Quantum permanenter Luft sich benimmt, wenn dieselbe, **unter constantem Drucke** stehend, fort und fort erwärmt wird.

34) Die Wärme, die in einem Stoffe als freie Wärme wirkt, bethätigt sich in zweifacher Weise: sie unterhält und steigert die Bewegung der Atome und rückt diese letztern weiter aus einander, vergrössert das Volumen. Beide Wirkungen machen sich gleichzeitig geltend, aber nur das Resultat der letzteren (d. h. die Volumenvergrösserung) kann in die Augen fallend gemacht werden. Aus dem Grade der Volumenvergrösserung können wir aber auf den Grad der Temperaturzunahme schliessen, sowie die erstere der letzteren genau proportional ist. So lange ein Körper diese Bedingung erfüllt, nennen wir ihn einen thermometrischen Stoff.

Die permanente Luft ist der reinste Typus, gewissermassen das Ideal eines thermometrischen Stoffes. Denken wir uns den Cylinder, von welchem wir in letzter Nummer sprachen, durchsichtig, so können wir aus der Grösse der Raumvergrösserung, die wir sehen, einen genauen Schluss auf die Temperaturerhöhung ziehen, die unmittelbar durch den Gesichtssinn nicht wahrgenommen werden kann.

Da erfahrungsgemäss auch manche feste und flüssige Körper innerhalb gewisser Grenzen als thermometrische Stoffe brauchbar sind, so gilt für dieselben innerhalb dieser Grenzen das Gay-Lussac'sche Gesetz in der Form, wie es empirisch festgestellt worden ist. Solche Stoffe verhalten sich, so lange sie ihre Brauchbarkeit als thermometrische Stoffe bewähren, genau so, wie permanente Luft unter constantem Drucke sich benimmt.

Einzig das Unterscheidende liegt vor, dass bei ihnen an die Stelle des constanten Druckes irgend ein anderer constanter Widerstand tritt.

Wie man auch ein Thermometer anfertigen möge, es ist nicht möglich, die Einrichtung so zu treffen, dass der thermometrische Stoff lediglich dem Zuge der Wärme folgen könne. Immer stellen sich ganz von selber Bewegungshindernisse, Widerstände ein (wie z. B. beim Quecksilberthermometer die Capillar-Depression). Durch die Anwesenheit solcher Widerstände wird indess die Richtigkeit der Angaben des Instruments in keiner Weise beeinträchtigt. Wesentlich ist nur, dass diese Widerstände für ein und dasselbe Thermometer constant seien.

35) Erweist sich bei festen und flüssigen Körpern, so lange sie als thermometrische Stoffe brauchbar sind, das Gay-Lussac'sche Gesetz für relative empirische Temperaturen als gültig, so wird der Rückschluss erlaubt sein, dass bei den genannten Körpern

innerhalb der nämlichen Grenzen auch das Gay-Lussac'sche Gesetz, wie es für rationelle Temperaturen lautet, Geltung habe.

Es muss somit angenommen werden, dass auch bei festen und flüssigen Stoffen innerhalb der Grenzen ihrer thermometrischen Brauchbarkeit die rationellen Temperaturen den Volumen genau proportional seien.

Denken wir uns einen Quecksilberfaden von den Seiten so umschlossen, dass nur eine Ausdehnung in der Richtung der Länge in ungehinderter Weise stattfinden kann, so wird die lebendige Kraft der Quecksilberatome auf das Doppelte gestiegen sein in dem Momente, in welchem auch die Länge des Quecksilberfadens die doppelte geworden ist. Damit aber die Länge zum Doppelten ihrer ursprünglichen Grösse anwachse, muss auch die Entfernung je zweier benachbarter Atome sich genau verdoppeln. So erkennen wir:

In dem Verhältnisse, in welchem bei der Erwärmung die Entfernung der benachbarten Atome zunimmt, wächst auch die lebendige Kraft dieser Atome.

Die Bedingungen, unter welchen diese Vorgänge sich abspielen, sind beim Quecksilberthermometer nahezu erfüllt.

36) Wir haben die Formel gefunden:

$$Z = R_1 \frac{\gamma}{t_1 + \beta},$$

wobei R_1 den ursprünglichen Raum, t_1 die ursprüngliche (relative empirische) Temperatur eines Quantums permanenter Luft, γ die Temperaturerhöhung und Z die dieser letzteren entsprechende Raumzunahme bedeutet.

Lassen wir nun die anfängliche Temperatur = Null Grad Cels. sein und bezeichnen den Raum, den die Luft bei dieser Temperatur einnimmt, durch R_0, erhöhen wir dann die Temperatur um 1 Grad Cels., so ergibt sich eine Raumzunahme

$$= R_0 \cdot \frac{1}{\beta}.$$

Nun ist aber durch genaue Versuche festgestellt, dass der Raumzuwachs unter den geschilderten Verhältnissen $\frac{1}{273}$ des ursprünglichen Raumes betrage. Wir haben somit die Gleichung:

$$\frac{1}{273} \cdot R_0 = \frac{1}{\beta} \cdot R_0, \text{ woraus folgt: } \beta = 273.$$

So hat man gefunden, dass der Abstand zwischen dem absoluten und relativen Nullpunkt 273 Grade Cels. beträgt.

37) Das Gay-Lussac'sche Gesetz lehrt uns, wie sich permanente Luft verhält, wenn sie erwärmt wird, während sie einem constanten Drucke ausgesetzt wird. Das Gesetz, welches mit dem Mariott'schen und Gay-Lussac'schen eine Gruppe bildet, gibt an, wie solche Luft sich benimmt, wenn sie während der Erwärmung ihr Volumen nicht ändern kann. In letzterem Falle nimmt nämlich die Expansivkraft im nämlichen Verhältnisse zu, in welchem die (relative empirische) Temperatur steigt.

Angenommen, unter dem leicht beweglichen aber luftdicht schliessenden Kolben von der Grösse eines Quadratfusses befinde sich in einem vertikal stehenden Cylinder ein Kubikfuss Luft von der Temperatur Null Grad Cels. So oft wir die Temperatur dieser Luft um 1 Grad Cels. erhöhen, hebt sich der Kolben um $\frac{1}{273}$ eines Fusses. Die Temperatur wird daher 273 Grad Cels. betragen in dem Augenblick, in welchem die Luft ihr Volumen verdoppelt hat. Die Wärmemenge, welche behufs Erreichung dieses Zieles aufgeboten werden müsste, sei durch W_1 bezeichnet.

Nehmen wir jetzt an, der Kubikfuss Luft befinde sich in einem Behälter, dessen sämmtliche Wände so fest sind, dass trotz aller Erwärmung keine Volumenzunahme eintreten kann. Die Wärmemenge, welche nöthig ist, um unter diesen Umständen (d. h. bei constantem Volumen) die Temperatur der Luft von 0 Grad auf 273 Grad Cels. zu bringen, sei W_2 — dann ist keineswegs $W_1 = W_2$, sondern vielmehr W_1 grösser als W_2, indem, genauen Versuchen gemäss, die Proportion stattfindet:

$$W_1 : W_2 = 1{,}42 : 1^{*)}$$

Woher dieser Mehrbedarf an Wärme im ersteren Falle? Dieser Mehrverbrauch rührt einfach daher, dass beim ersten Versuche der Kubikfuss Luft nicht nur auf die Temperatur von 273 Graden gebracht, sondern gleichzeitig auch der Kolben unter fortwährender Ueberwindung des Luftdruckes und Kolbengewichtes einen Fuss hoch gehoben werden musste.

Um diese Hebung, welche beim zweiten Versuche gänzlich unterblieb, bewerkstelligen zu können, musste mechanische Arbeit verrichtet werden, und diese mechanische Arbeit ist es, in welche sich das Plus an Wärme umgesetzt hat.

Mittelst einer auf diesen Grundlagen ruhenden Rechnung hat Mayer das mechanische Aequivalent der Wärme für Cels. Grd. gleich 1388,5 Fusspfunden gefunden. Die Wärmemenge, welche nöthig ist, um ein Pfund Wasser in der

*) Zu dieser Proportion ist man gekommen, indem man die Quantitäten des Brennmaterials verglich, welche aufgeboten werden mussten, um das einemal bei constantem Druck, das anderemal bei constantem Volumen den Kubikfuss Luft von 0 Grad auf 273 Grad Cels. zu bringen.

Temperatur um einen Cels. Grad zu erhöhen, ist also, in mechanische Arbeit umgesetzt, fähig, 1388½ Pfunde einen Fuss hoch zu heben.*)

Neumann'sche Erweiterung des Dulong'schen Gesetzes.

38) Wir haben aus den Anschauungen der Undulationstheorie heraus bewiesen, dass die Quantität an Arbeit (Wärmemenge), welche nöthig ist, um je ein Atom in der Temperatur (d. h. der lebendigen Kraft) um ein Gewisses (z. B. um so viel, als einem Grad Cels. entspricht) zu erhöhen, für die ganze Reihe der Grundstoffe constant ist.

Was für je ein Atom gilt hat aber auch für eine gleichgrosse Anzahl von Atomen Gültigkeit. Gleichviele Atome zweier Grundstoffe haben wir aber, wenn wir Gewichtsmengen nehmen, die sich wie die chemischen Aequivalentzahlen verhalten.

Es müssen mithin auch für sämmtliche Grundstoffe diejenigen Produkte constant sein, die sich ergeben, wenn man die spezifischen Wärmen mit den entsprechenden Mischungsgewichten (chemischen Aequivalentzahlen) multiplizirt.

In dieser Form ist das Gesetz, von dem wir sprechen, durch Dulong empirisch festgestellt worden.

Die constante Grösse, welche sich ergibt, wenn man die chemischen Aequivalente der Grundstoffe mit den spezifischen Wärmen multiplizirt, hängt davon ab, wie man das Mischungsgewicht des Wasserstoffs annimmt. Lässt man dasselbe 12½ und damit das des Sauerstoffs 100 sein, so ist jene Constante nahezu 40, während sie sich im Mittel gleich 3,2 ergibt, wenn man das chemische Aequivalent des Wasserstoffs als Einheit nimmt.

39) Wir wenden uns nun den chemischen Verbindungen zu.

Zinkoxyd, Kupferoxyd, Kali, Natron u. s. w. stimmen darin mit einander überein, dass auf je ein Mischungsgewicht Sauerstoff ein Mischungsgewicht Metall kommt, und unterscheiden sich lediglich dadurch von einander, dass dieses Metall das einemal Zink, das anderemal Kali u. s. w. ist. Ebenso gibt es eine Reihe von Verbindungen, bei denen 2 Mischungsgewichte des Metalls immer mit 3 Mischungsgewichten Sauerstoff chemisch vereinigt sind (z. B. Eisenoxyd, Manganoxyd u. s. w.).

---

*) Bei Durchführung dieser Rechnung muss berücksichtigt werden, dass der von 0 auf 273 Grad gehobenen (atmosphärischen) Luft 0,24 als spezifische Wärme zukommt (wenn man diejenige des Wassers = 1 setzt), und dass der Kubikfuss Luft bei 0 Grad Cels. 1,29 Unzen wiegt.

Wir schreiben allen chemischen Verbindungen, die eine der erwähnten Gruppen ausmachen, gleiche Constitution zu.

Neumann hat nun gefunden, dass das Dulong'sche Gesetz auch für chemische Verbindungen gleicher Constitution gilt, in der Weise, dass sich immer die gleiche Constante ergibt, so oft man innerhalb der gleichen Gruppe chemischer Verbindungen die Aequivalentzahlen mit den spezifischen Wärmen multiplizirt, dass aber diese Constante von Gruppe zu Gruppe einen andern Werth annimmt, und zwar um so mehr sich steigert, je complizirter die Zusammensetzung wird.

Diese Constante, für die Reihe der Grundstoffe = 40 angenommen, wird für Verbindungen wie Kali, Zinkoxyd u. s. w. schon = 70, und bei Eisenoxyd, Manganoxyd u. dgl. = 170.

Bezeichnen wir ganz im Allgemeinen die Constante für Grundstoffe, also die Dulong'sche Constante, durch c_1, ordnen wir dann die chemischen Verbindungen gruppenweise so, dass innerhalb der gleichen Gruppe gleiche Constitution herrscht und dass die chemische Zusammensetzung in jeder folgenden Gruppe verwickelter wird, und bezeichnen wir dann die Neumann'schen Constanten für diese Gruppen durch c_2, c_3, c_4 u. s. w., so stellen

$$c_1,\ c_2,\ c_3,\ c_4 \text{ u. s. w.}$$

die Glieder einer rasch wachsenden Reihe dar.

40) Schreiten wir nun auf Grundlage der Undulationstheorie zu einer Interpretation der Neumann'schen Erweiterung des Dulong'schen Gesetzes und stellen wir dabei zunächst eine Vergleichung zwischen den Grundstoffen und den chemischen Verbindungen der ersten Gruppe an.

Da c_2 die Wärmemenge darstellt, deren es bedarf, um ein Mischungsgewicht irgend einer chemischen Verbindung der ersten Gruppe in der Temperatur um 1 Grad Cels. zu erhöhen, während bekanntlich c_1 die Wärmemenge bedeutet, die behufs Erreichung des gleichen Zweckes bei einem Mischungsgewicht irgend eines Grundstoffes in Anwendung gebracht werden muss, so liegt in der Eigenschaft: „c_2 grösser als c_1", offenbar folgender Satz:

Es ist eine grössere Wärmemenge erforderlich, um eine Anzahl von Atomen einer chemischen Verbindung, als um eine gleichgrosse Anzahl von Atomen irgend eines Grundstoffes in der Temperatur um 1 Grad Cels. zu erhöhen.

In der Sprache der Undulationstheorie nimmt sich aber dieser Satz folgendermassen aus:

Es muss ein grösseres Quantum mechanischer Arbeit aufgeboten werden, um die lebendige Kraft eines Atoms einer chemischen Ver-

bindung, als um diejenige eines Atoms irgend eines Grundstoffes um einen und denselben Werth zu vergrössern.

Die Verschiedenheit der Atomgewichte an und für sich spielt hier offenbar keine Rolle. Denn neben den Verbindungen der ersten Gruppe, deren Atomgewicht grösser ist als dasjenige eines herausgehobenen Grundstoffes, gibt es auch solche, die im Atomgewicht mit Grundstoffen übereinstimmen, ja denselben nachstehen. (So ist z. B. das Atomgewicht der schwefeligen Säure gleich dem des Phosphors; das Atomgewicht des Kalks verhält sich zu demjenigen des Quecksilbers wie 28 zu 100 u. s. w.)

Ferner besteht ja das Wesen des Gesetzes der lebendigen Kräfte gerade darin, dass der Bedarf an mechanischer Arbeit, um eine bestimmte Vergrösserung an lebendiger Kraft zu Stande zu bringen, ganz unabhängig ist von der Grösse des Gewichts. Wo das grössere Gewicht ist, da stellt sich eine in dem Masse kleinere Geschwindigkeit ein, dass der gleichen Arbeitsgrösse wieder genau die gleiche Grösse an Zunahme der lebendigen Kraft entspricht.

Wäre demnach z. B. das Atom des Zinkoxyds eine starre Verbindung aus 1 Atom Zink und 1 Atom Sauerstoff, schwänge dieses Zinkoxydatom als starres Ganze und hätte es bei diesem Schwingen des Gesammtatoms sein Bewenden, so müsste die gleiche Wärmemenge (mechanische Arbeitsgrösse) ausreichen, um 1 Atom Zinkoxyd in der Temperatur (lebendigen Kraft) um ein Gewisses zu erhöhen, als um für 1 Zinkatom die gleiche Erhöhung zu Stande zu bringen, und es müsste dann folglich auch die Neumann'sche Constante c_2 mit der Dulong'schen Constanten c_1 zusammenfallen.

Da dem nun aber nicht so ist, da vielmehr die Erfahrung lehrt, dass c_2 grösser als c_1, so folgt daraus, dass die einfachen Atome innerhalb des Gesammtatoms gleichfalls Bewegungen ausführen, dass mithin jede Zufuhr an Wärme nur theilweise zur Erhöhung der Schwingungsenergie des Gesammtatoms verwendet wird, während der andere Theil dazu dient, die Eigenbewegung der einfachen Atome zu steigern, die Entfernung dieser letzteren zu vergrössern u. s. w. Bei fortgesetzter Wärmezufuhr wird zuletzt ein solches Ueberwuchern der Bewegung der einfachen Atome eintreten, dass von einer Zusammengehörigkeit derselben keine Rede mehr sein kann, das dynamische Band mithin, welches die einfachen Atome zu einer Gruppe, zu einem zusammengesetzten Atom verband, als zerrissen betrachtet werden muss. Dann ist es der Wärme gelungen, die chemische Verbindung in ihre Bestandtheile zu zerlegen.

41) Es sei k die chemische Aequivalentzahl einer unmittelbaren chemischen Verbindung aus den Grundstoffen A und B. Um k Gewichtseinheiten dieser Verbindung auf die (vom absoluten Nullpunkt an gezählte) Temperatur ϑ zu erheben, muss ihr eine gewisse Wärmemenge W beigebracht werden. Diese Gesammtwärmemenge besteht aber

aus zwei Bestandtheilen, von denen der eine (w_1) die Schwingungsgeschwindigkeit der zusammengesetzten Atome steigert, während der andere (w_2) die Eigenbewegung der einfachen Atome besorgt.

Bezeichnen wir die spezifische Wärme der chemischen Verbindung durch s, so ist: $s \,.\, k = c_2$, also $s = \frac{c_2}{k}$, folglich $W = \frac{c_2}{k} \,.\, k \,.\, \vartheta = c_2 \,.\, \vartheta$.

Ferner ist: $w_1 = c_1 \vartheta$; denn, wäre jedes zusammengesetzte Atom ein starres Ganze, so dass nur seine Schwingungen in Betracht kämen und eine Eigenbewegung der einfachen Atome nicht stattfände, so müsste ja $s \,.\, k = c_1$ (wie bei den Grundstoffen) sein.

Wir haben somit:

$$w_2 = \vartheta\,(c_2 - c_1).$$

Geben wir dem ϑ die spezielle Bedeutung der Zersetzungstemperatur, d. h. derjenigen (absoluten) Temperatur, bei welcher in Folge der alleinigen Einwirkung der Wärme die chemische Verbindung sich in ihre Bestandtheile auflösen würde, so bedeutet w_2 diejenige Wärmemenge, die lediglich auf die Sonderbewegung der einfachen Atome verwendet werden muss, um eine Trennung herbeizuführen. Und multipliziren wir dann diese (in Calorien ausgedrückte) Wärmemenge mit q, dem mechanischen Aequivalent der Wärme, so haben wir offenbar diejenige mechanische Arbeit, die rein zum Zwecke der Zerlegung verrichtet werden muss, wenn eine der chemischen Aequivalentzahl k gleiche Anzahl von Gewichtseinheiten der Verbindung vorliegt. Diese mechanische Arbeit, die jedenfalls ein genaues Mass für die Festigkeit der chemischen Verbindung ist, lässt sich somit durch den Ausdruck:

$$(c_2 - c_1)\,\vartheta \,.\, q$$

darstellen, wobei aber, wie schon bemerkt, ϑ keine beliebige Temperatur mehr bezeichnet, sondern speziell die Zersetzungstemperatur bedeutet.

42) Es sei C eine chemische Verbindung aus m Aequivalenten des Grundstoffes A und n Aequivalenten des Grundstoffes B. Ist C verbrennlich und besteht das Verbrennungsprodukt von C in einem Gemisch aus den Verbrennungsprodukten von A und B, so lassen sich im Verbrennungsprozess von C offenbar folgende Vorgänge unterscheiden:

a) Zerlegung von C in m Aequivalente von A und n Aequivalente von B;

b) Verbrennung der m Aequivalente von A;

c) Verbrennung der n Aequivalente von B.

Bestimmt man nun die Wärmemengen w_1 und w_2, die beziehungsweise beim Verbrennen von m Aequivalenten von A und n Aequivalenten von B sich entwickeln, und

vergleicht man dann die Summe $w_1 + w_2$ mit der Wärmemenge w_3, welche durch das Verbrennen von C entsteht, so wird man finden, dass w_3 kleiner ist als $w_1 + w_2$.*) Diese Thatsache berechtigt uns aber offenbar zu dem Schlusse, dass $w_1 + w_2 - w_3$ diejenige Quantität an Wärme sein müsse, welche zur Trennung der Verbindung C in die m Aequivalente von A und die n Aequivalente von B in Anspruch genommen werden müsste. Für diese Wärmemenge existirt aber noch ein zweiter Ausdruck, nämlich:

$$(c - c_1)\,\vartheta,$$

wobei ϑ die Zersetzungstemperatur und c eine von der chemischen Constitution der Verbindung C abhängige Constante bedeutet. Wir haben daher die Gleichung:

$$(c - c_1)\,\vartheta = w_1 + w_2 - w_3$$

woraus sich:

$$\vartheta = \frac{w_1 + w_2 - w_3}{c - c_1}$$

ergibt.

Auf diese Weise lässt sich die Temperatur berechnen, bei welcher Zerlegung in A und B erfolgen müsste, wenn die Affinität aus dem Spiele bliebe und die Wärme die allein wirkende Kraft wäre.

Bekanntlich sind z. B. Kohlenwasserstoff, Schwefelwasserstoff u. s. w. chemische Verbindungen, welche die an C gestellten Bedingungen erfüllen.

Temperatur-Ausgleichung.

43) Stellen wir uns vor, der Körper A habe eine Temperatur $T_1 = m_1 v_1^2$, dem Körper B komme eine solche von der Grösse $T_2 = m_2 v_2^2$ zu. Bringen wir nun diese beiden Körper in eine solche Situation, dass eine Einwirkung der schwingenden Atome des einen auf diejenigen des andern möglich wird (mischen wir sie z. B.) und setzen wir zugleich voraus, dass jedes Binden oder Freiwerden von Wärme (also jede Aenderung des Aggregatzustandes und jeder chemische Prozess) dabei unterbleibe, welches wird dann das Endresultat der gegenseitigen Einwirkung sein?

Jedes Atom von A trägt eine Arbeitsgrösse $= \frac{T_1}{2} = \frac{m_1 v_1^2}{2}$ in sich, während in jedem Atom von B eine solche $= \frac{T_2}{2} = \frac{m_2 v_2^2}{2}$ steckt. Angenommen nun, ersterer

*) Siehe die Arbeiten von Favre und Silbermann.

Werth sei grösser als letzterer, so kann der Körper *A* dem Körper *B* arbeitende Kraft abtreten. Die in Bewegung begriffenen Atomkolonnen der Körper *A* und *B* wirken nicht direkt auf einander, sondern stossen auf den dazwischen liegenden Aether. Da aber dieser letztere vollkommen elastisch ist, so wird, einem bekannten Gesetz der Mechanik gemäss, durch denselben die Kraftübertragung in der Weise vermittelt, dass die Summe der lebendigen Kräfte nach dem Stoss immer genau so gross ist als die Summe derselben vor dem Stosse war. Der sich abspielende mechanische Prozess wird also darin bestehen, dass die Atome von *B* so lange an lebendiger Kraft zunehmen und die von *A* so lange an lebendiger Kraft abnehmen, bis jede Verschiedenheit in den lebendigen Kräften der Atome beider Gruppen verschwunden ist.

Das schwingende Körperatom gleicht hiebei dem stossenden Queue, während die getroffene Aethermasse der Billardkugel vergleichbar ist. Der Aether spielt bei diesem Vorgange die Rolle eines Kraftübertragers, und seine vollkommene Elastizität ist Bürge dafür, dass hiebei keine Kraft verloren geht, sondern dass dieselbe nur anders plazirt wird.

Wirken (unter Ausschluss jeder Veränderung des Aggregatzustandes und jedes chemischen Prozesses) zwei Körper von ungleicher rationeller Temperatur auf einander ein, so vertheilt sich die gesammte den Atomen beider Körper innewohnende lebendige Kraft so über die Gesammtmasse, dass zuletzt jedem Atom des einen Körpers die gleiche lebendige Kraft zukommt, wie jedem Atom des andern Körpers, so dass jeder Unterschied der rationellen Temperaturen in Folge dieses Ausgleichungsprozesses verschwindet.

Sind die rationellen Temperaturen der zusammengebrachten Körper ungleich, so sind es auch die empirischen, und in demselben Augenblick, in welchem die rationellen Temperaturen gleich geworden sind, ist auch jeder Unterschied in den empirischen verschwunden. Das Gesetz von der Temperaturausgleichung gilt somit auch für empirische Temperaturen. Für relative empirische Temperaturen kann es bekanntlich experimentell nachgewiesen werden.

44) Nur bei elastischen Körpern ist die Summe der lebendigen Kräfte nach dem Stosse genau so gross als sie vor dem Stosse war, während bei den unelastischen Körpern diese Summe nach dem Stosse eine Abnahme zeigt. Die aus Aetheratomen bestehenden Hüllen, welche nach Redtenbachers Ansicht die Körperatome umlagern, sind immer elastische Gebilde, mögen die Körperatome elastischen oder unelastischen Massen angehören. Da nun nach der Dynamiden-Hypothese diese Aetherhüllen es sind, die an einander prallen, so werden es die Anhänger dieser Hypothese ganz in der Ordnung finden, wenn man (wie wir es in letzter Nummer gethan) die Temperatur-

ausgleichung mit Berufung auf diejenigen Gesetze erklärt, welche lediglich in Bezug auf elastische Gebilde gelten.

Für Diejenigen, welche sich mit der Dynamiden-Hypothese nicht befreunden können, sondern vielmehr annehmen, dass bei der Temperaturausgleichung die Körperatome direkt auf einander stossen, mögen folgende Bemerkungen den in Nr. 43 gegebenen Beweis ersetzen.

Warum bewirkt der Stoss bei unelastischen Körpern eine Abnahme in der Gesammtsumme der den beiden Massen innewohnenden lebendigen Kräfte? Beim Aneinanderprallen erfolgt bekanntlich eine Abplattung, die nicht wieder aufgehoben wird. Um diese Abplattung herbeizuführen, muss mechanische Arbeit verrichtet werden, und ein dieser Arbeitsgrösse entsprechender Werth an lebendiger Kraft ist es, um was die Gesammtsumme der lebendigen Kräfte nach dem Stosse vermindert erscheint.

Auch bei elastischen Körpern ist in dem Augenblick, in welchem die Abplattung sich vollzogen hat, die Gesammtsumme an lebendiger Kraft kleiner geworden. Allein diese Abplattung ist bei elastischen Körpern nur die erste Hälfte des ganzen Prozesses; der zweite Theil desselben besteht darin, dass sich vermöge eines von innen kommenden Gegenstosses die ursprüngliche Form wieder herstellt. Diese Wiederherstellung der Form ist aber im Grunde der gleiche Prozess, der zur Abplattung führte, nur in entgegengesetzter Richtung. In Folge dieses Umstandes nimmt die lebendige Kraft beim zweiten Theil des Vorganges um eben so viel wieder zu als sie beim ersten Theil abgenommen hatte. Was die Gesammtmasse zweier elastischer Körper während der zur Abplattung führenden Aneinanderpressung an lebendiger Kraft verlor, wird ihr durch die unmittelbar nachher sich einstellende Repulsion wieder zurückgegeben. Bei unelastischen Körpern bleibt der erwähnte Gegenstoss und damit auch die Wiedererstattung der verloren gegangenen lebendigen Kraft gänzlich aus.

Ist aber bei unelastischen Körpern diese lebendige Kraft, weil sie nicht mehr in Form von lebendiger Kraft wiederkehrt, vernichtet?

Eine solche Vernichtung ist nach dem Gesetze von der Erhaltung der Kraft unmöglich. Eine Kraft kann sich ganz oder theilweise in andere Formen kleiden, in andere Kräfte umsetzen, aber das, was an die Stelle tritt, ist in Bezug auf Kraftgrösse dem immer vollkommen gleich, was vorher vorhanden war. In der That ist auch der Theil an lebendiger Kraft, den wir bei unelastischen Körpern nach dem Stosse als solche nicht wiederfinden, nicht vernichtet, sondern nur umgesetzt worden, und zwar in Wärme.

Auch bei elastischen Körpern setzt sich, so lange die Abplattung im Gange ist, ein Theil der lebendigen Kraft in Wärme um. Gleichzeitig mit der Wiederherstellung der ursprünglichen Form vollzieht sich dann aber auch wieder die Zurückverwandlung

dieser Wärme in mechanische Arbeit, in lebendige Kraft. Vergessen wir nicht, eine der durch den Abplattungsprozess erzeugten Wärmemenge äquivalente Grösse an mechanischer Arbeit hinzuzurechnen, so erweist sich auch bei unelastischen Körpern die Summe der lebendigen Kraft nach dem Stosse genau so gross wie vor dem Stosse.

Wenden wir nun diese Anschauung vom Stoss der Körper auf dasjenige Stossen der Atome an, welches die Temperaturausgleichung zu seinem Endresultat hat.

Zunächst ist klar, dass bei einfachen Atomen (d. h. bei den Atomen der Grundstoffe) weder von einem elastischen, noch von einem unelastischen Verhalten die Rede sein kann. Die Elastizität ist eine Eigenschaft, welche auf eigenthümlichen Entfernungs-, Gruppirungs- und Kräfteverhältnissen der Atome beruht, die zu einer Gruppe, zu einem Körper vereinigt sind. Das einfache Atom ist dasjenige materielle Kleinste, das in Bezug auf Volumen keiner Veränderung fähig ist, also auch nicht zusammengedrückt werden kann. Bei den gegen einander stossenden Atomen der Grundstoffe kann also gewiss nicht von einem Verhalten die Rede sein, wie wir es bei den unelastischen Körpern finden. Hier kommt ganz unmittelbar das Gesetz von der Erhaltung der Kraft zur Anwendung, demzufolge lebendige Kraft vom einen Atom auf ein anderes übergehen, aber nicht unwiederbringlich verschwinden kann.

Die Atome (Molekule) der zusammengesetzten Körper können allerdings, in ihrer Eigenschaft als Gruppen einfacher Atome, beim Zusammenstossen ein Verhalten zeigen, wie es unelastischen Massen eigen ist. Da wir aber wissen, dass die bei der Zusammenpressung unelastischer Körper vom Schauplatz verschwindende lebendige mechanische Kraft sogleich wieder als Wärme auftritt, so können wir mit voller Beruhigung annehmen, dass unter keinerlei Umständen ein Verlust an Kraft, sondern nur eine andere Vertheilung derselben eintreten werde in dem Fall, in welchem die Bewegung, um die es sich handelt, selber schon Wärme ist.

Das Richmann'sche Gesetz.

45) Bezeichnen T_1 und T_2 die (rationellen) Temperaturen der Körper A und B, ist die Anzahl der Atome bei A gleich a_1, bei B gleich a_2, und nennt man die Ausgleichungstemperatur, die sich schliesslich herausbildet (als lebendige Kraft, also als rationelle Temperatur aufgefasst) T_3, so besteht die Gleichung:

$$T_3\ (a_1 + a_2) = a_1\, T_1 + a_2\, T_2,$$

indem jeder dieser Ausdrücke die gesammte lebendige Kraft in den Atomen der Körper A und B bedeutet, lediglich mit dem Unterschied, dass der Ausdruck rechts sich auf den Zustand vor erfolgter Ausgleichung (Mischung), der links auf den Zustand nach vollzogener Ausgleichung bezieht.

Ist G_1 das Gewicht des Körpers A und p_1 dasjenige eines seiner Atome, und gibt man den Zeichen G_2 und p_2 die gleiche Bedeutung für B, so ist:

$$a_1 = \frac{G_1}{p_1} \text{ und } a_2 = \frac{G_2}{p_2},$$

also:

$$T_3\,(G_1 p_2 + G_2 p_1) = G_1 p_2 T_1 + G_2 p_1 T_2$$

oder:

$$\frac{T_3 - T_1}{T_2 - T_3} = \frac{G_2}{G_1} \cdot \frac{p_1}{p_2}.$$

In dieser letzten Gleichung liegt unter Anderem der Satz:

Bei gleich grossen Gewichten der gleichen Stoffe bleibt das geometrische Verhältniss zwischen der Erhöhung der (rationellen) Temperatur des einen und der Erniedrigung derjenigen des andern für alle vorkommenden Temperaturausgleichungen constant.

Wird $G_1 = G_2$, so ergibt sich:

$$(T_3 - T_1) : (T_2 - T_3) = p_1 : p_2.$$

Bedenkt man nun noch, dass das geometrische Verhältniss der Atomgewichte dem geometrischen Verhältniss der chemischen Aequivalentzahlen gleich ist, so führt obige Proportion zu folgendem Satz:

Erfolgt zwischen zwei gleich schweren Körpern A und B Temperaturausgleichung, so verhält sich die Zunahme an lebendiger Kraft bei jedem Atom von A zur Abnahme an lebendiger Kraft bei jedem Atom von B wie die chemische Aequivalentzahl von A zur chemischen Aequivalentzahl von B.

Unter der Voraussetzung $p_1 = p_2$ ergibt sich:

$$(T_3 - T_1) : (T_2 - T_3) = G_2 : G_1.$$

D. h. Gleichen zwei verschieden grosse Gewichtsmengen des nämlichen Stoffes ihre Temperaturen aus, so verhalten sich die Aenderungen der lebendigen Kräfte je eines Atoms der beiden Körper wie umgekehrt die Gewichte dieser Körper.

Für $G_1 = G_2$ und $p_1 = p_2$ wird:

$$T_3 - T_1 = T_2 - T_3,$$

was den Satz gibt:

Stimmen die zwei Körper, zwischen denen Temperaturausgleichung erfolgt, der Gewichtsmenge und der stofflichen Beschaffenheit nach vollkommen mit einander überein, so nimmt jedes Atom des einen Körpers an lebendiger Kraft um eben so viel zu, als jedes Atom des andern hinsichtlich derselben abnimmt.

46) Vom Streben geleitet, in die Formel:

$$T_3 (a_1 + a_2) = a_1 T_1 + a_2 T_2$$

die absoluten empirischen Temperaturen zu bringen, nehmen wir Substitutionen vor im Sinne von § 26. Wir setzen nämlich:

$$T_1 a_1 = 2 \vartheta_1 G_1 s_1 q ,$$
$$T_2 a_2 = 2 \vartheta_2 G_2 s_2 q \text{ und}$$
$$T_3 (a_1 + a_2) = 2 \vartheta_3 (G_1 + G_2) s_3 \cdot q$$

und erhalten auf diese Weise:

$$\vartheta_3 = \frac{\vartheta_1 G_1 s_1 + \vartheta_2 G_2 s_2}{(G_1 + G_2) s_3} .$$

Nehmen wir an, dass (unter Ausschluss jeder Bindung und jedes Freiwerdens von Wärme) sich ein homogenes Gemisch der beiden zusammengebrachten Körper gebildet habe, so stellt s_3 die spezifische Wärme dieses Gemisches vor.

Stimmen die beiden Körper in stofflicher Hinsicht überein, so wird:

$$s_1 = s_2 = s_3 , \text{ folglich}$$
$$\vartheta_3 = \frac{\vartheta_1 G_1 + \vartheta_2 G_2}{G_1 + G_2} .$$

47) Führen wir die relativen empirischen Temperaturen ein, indem wir:

$$\vartheta_3 = t_3 + \beta ; \ \vartheta_2 = t_2 + \beta \text{ und } \vartheta_1 = t_1 + \beta$$

setzen, so erhalten wir:

$$t_3 + \beta = \frac{G_1 s_1 t_1 + G_2 s_2 t_2}{(G_1 + G_2) s_3} + \beta \cdot \frac{G_1 s_1 + G_2 s_2}{(G_1 + G_2) s_3} .$$

Nehmen wir nun wieder: $s_1 = s_2 = s_3$ an, d. h. lassen wir die der Mischung unterworfenen Körper aus gleichem Stoffe bestehen, so wird:

$$\frac{G_1 s_1 + G_2 s_2}{(G_1 + G_2) s_3} = 1 ,$$

die Formel geht über in:

$$t_3 = \frac{G_1 t_1 + G_2 t_2}{G_1 + G_2}$$

und stellt nun in dieser Form ganz genau das Gesetz dar, welches zuerst Richmann empirisch festgestellt hat, und von dessen Richtigkeit man sich mit dem Thermometer in der Hand (z. B. durch das Mischen abgewogener verschieden warmer Wassermengen) zu jeder Zeit überzeugen kann.

Ausgleichungstemperatur und spezifische Wärme des Gemisches in einigen besonderen Fällen.

48) Angenommen, zwei Atome a und b, von denen das eine dem Grundstoff A das andere dem Grundstoff B angehört, haben verschiedene Temperaturen und seien in der Lage, dieselben auszugleichen. Zeigt a z. B. 9 Grade Cels. und b genau 5 Grade Cels., so muss a Wärme abgeben, b Wärme aufnehmen. Die Wärmemenge, welche a abgibt bei der Temperaturerniedrigung von 9 auf 8 Grade, reicht gerade hin, um die Temperatur des Atoms b von 5 Graden auf 6 Grade zu heben. Ist a daher auf 7 Grade gesunken, so wird b auf 7 Grade gestiegen sein, und die Temperaturausgleichung ist vollzogen. In der Ausgleichungstemperatur „7 Grade" erkennen wir aber sofort das arithmetische Mittel aus den Anfangstemperaturen 5 Grade und 9 Grade.

Was hinsichtlich der Ausgleichungstemperatur für je ein Atom der beiden Grundstoffe sich ergab, das stellt sich offenbar auch als Endresultat heraus, wenn wir von jedem der beiden Grundstoffe eine gleichgrosse Anzahl von Atomen nehmen. Da wir aber sicher sind, eine gleich grosse Anzahl von Atomen der beiden Grundstoffe zu haben, wenn wir die Gewichtsmengen genau im Verhältnisse der chemischen Aequivalentzahlen auswählen, so ergibt sich, zunächst für relative empirische Temperaturen, folgender Satz:

Tritt zwischen den wie die chemischen Aequivalentzahlen sich verhaltenden Mengen zweier Grundstoffe Temperaturausgleichung ein, so ist die Ausgleichungstemperatur immer das arithmetische Mittel aus den anfänglichen Temperaturen.

Dass dieser Satz auch für rationelle Temperaturen gilt, erkennt man sofort, wenn man in die Formel

$$T_3\,(a_1 + a_2) = a_1\,T_1 + a_2\,T_2$$

$a_1 = a_2$ setzt; man erhält auf diese Weise:

$$T_3 = \frac{T_1 + T_2}{2}.$$

Führt man in die Gleichung:

$$t_3 = \frac{t_1 + t_2}{2}$$

die absoluten empirischen Temperaturen ein, so ergibt sich nach gehöriger Reduktion:

$$\vartheta_3 = \frac{\vartheta_1 + \vartheta_2}{2},$$

ein Beweis, dass das oben ausgesprochene Gesetz auch für absolute empirische Temperaturen Gültigkeit hat.

Dass dieses Gesetz in Kraft bleibt, wenn man statt zweier Grundstoffe zwei chemische Verbindungen von gleicher Constitution mit einander mischt, sieht man sofort ein, wenn man die Neumann'sche Erweiterung des Dulong'schen Gesetzes zu Hülfe nimmt.

49) Ganz im Allgemeinen gilt:

$$(G_1 + G_2) \,.\, s_3 \,.\, \vartheta_3 = G_1 \,.\, s_1 \,.\, \vartheta_1 + G_2 \,.\, s_2 \,.\, \vartheta_2.$$

Lässt man die zusammengebrachten Körper Grundstoffe sein und wählt man die Gewichtsmengen G_1 und G_2 so aus, dass sie sich verhalten wie die chemischen Aequivalentzahlen, so muss, da letztere sich umgekehrt wie die spezifischen Wärmen verhalten, auch die Proportion:

$$G_1 : G_2 = s_2 : s_1$$

stattfinden.

Setzen wir $G_2 = G_1 \,.\, \frac{s_1}{s_2}$ in obige Formel ein, so nimmt sie die Gestalt an:

$$(s_1 + s_2)\, s_3 \,.\, \vartheta_3 = s_1\, s_2\, (\vartheta_1 + \vartheta_2).$$

Bedenken wir nun, dass:

$$2 \,.\, \vartheta_3 = \vartheta_1 + \vartheta_2$$

sein muss, so erhalten wir:

$$s_3 = \frac{2 \,.\, s_1 \,.\, s_2}{s_1 + s_2}.$$

50) Regnault hat bekanntlich für solche Metall-Legirungen, bei welchen sich die Gewichtsmengen der zwei Metalle wie die chemischen Aequivalentzahlen dieser letzteren zu einander verhalten, auf experimentellem Wege:

$$s_3 = \frac{s_1 + s_2}{2}$$

gefunden.

Da die von uns theoretisch entwickelte Formel einfaches Mischen voraussetzte und den bei der Bildung von Metall-Legirungen stets vor sich gehenden Prozess der Volumenveränderung ausser Acht liess, so muss die Differenz der beiden Werthe $\frac{2\, s_1\, s_2}{s_1 + s_2}$ und $\frac{s_1 + s_2}{2}$, nämlich der Ausdruck $\frac{(s_1 - s_2)^2}{2(s_1 + s_2)}$ als diejenige Aenderung in der spezifischen Wärme des Gemisches angesehen werden, welche ihren Grund lediglich in der erwähnten Volumenänderung hat.

Spezifische Wärme bei constantem Volumen und bei constantem Druck

51) Bei Bestimmung der spezifischen Wärme der Luftarten sorgt man dafür, dass während der ganzen Operation entweder der Druck oder das Volumen constant bleibe. Demgemäss spricht man bei einer und derselben Luftart von zweierlei spezifischen Wärmen: nämlich von spezifischer Wärme bei constantem Druck und von spezifischer Wärme bei constantem Volumen. Erstere ist grösser als letztere. Denn, handelt es sich um Bestimmung der spezifischen Wärme bei constantem Volumen, so muss die Wärmemenge ermittelt werden, deren es bedarf, um eine Gewichtseinheit der betreffenden Luft in der Temperatur um einen Grad zu erhöhen. Hiebei erhöht sich allerdings auch die Expansivkraft, aber diese Wirkung ist eine blosse Aeusserung der Temperaturerhöhung und nimmt daher keinen besondern Wärmeaufwand in Anspruch. Indem die lebendige Kraft (also die Geschwindigkeit) der Atome wächst, stossen letztere von selber kräftiger auf die Gefässwand.

Kommt es dagegen darauf an, die spezifische Wärme bei constantem Drucke zu bestimmen, so wird die Wärme für Zweierlei in Anspruch genommen:

1) für Erhöhung der Temperatur einer Gewichtseinheit Luft um einen Grad, und
2) für Volumenvergrösserung, also für eine Bewegung unter fortwährender Ueberwindung eines Widerstandes, d. h. für Verrichtung von mechanischer Arbeit.

Zieht man die Wärmemenge, die für letzteren Zweck speziell in Anspruch genommen wird, von der spezifischen Wärme bei constantem Drucke ab, so muss sie mit der spezifischen Wärme bei constantem Volumen zusammenfallen.

Wie wir früher gesehen verhält sich die Wärmemenge, die nöthig ist, um ein Quantum Luft bei constantem Druck in der Temperatur um ein Gewisses zu erhöhen, zu der Wärmemenge, deren es bedarf, um das gleiche Quantum der nämlichen Luft bei constantem Volumen in der Temperatur um eben so viel zu erhöhen, wie 1,41 : 1. Und für atmosphärische Luft hat sich in der That herausgestellt, dass deren beide spezifische Wärmen (die bei constantem Drucke und die bei constantem Volumen) im nämlichen Verhältnisse zu einander stehen, indem erstere durch Regnault = 0,2377, letztere durch Laplace = 0,1686 gefunden worden ist.

52) Der Definition: „spezifische Wärme eines Körpers ist die Wärmemenge, deren es bedarf, um eine Gewichtseinheit desselben in der Temperatur um einen Grad zu erhöhen," entspricht nur die spezifische Wärme bei constantem Volumen, während die spezifische Wärme bei constantem Drucke als zweiten, fremdartigen Bestandtheil die Wärmemenge in sich trägt, welche zum Zwecke der Volumenvergrösserung, d. h. der

Verrichtung von mechanischer Arbeit aufgeboten werden muss. Nur die spezifische Wärme bei constantem Volumen kann daher als wahre spezifische Wärme gelten, während die spezifische Wärme bei constantem Druck eigentlich zu gross ist.

Diese wahre spezifische Wärme kennen wir nur für Luftarten. Denn nur bei diesen kann durch feste Hüllen der Bedingung, dass das Volumen constant zu bleiben habe, nahezu genügt werden, während es bei festen und flüssigen Körpern nicht zu verhüten ist, dass mit der Temperaturerhöhung eine Volumenvergrösserung Hand in Hand geht, oder mit andern Worten: dass ein Theil der aufgebotenen Gesammtwärme nichts zur Temperaturerhöhung beiträgt, sondern sich in mechanische Arbeit umsetzt.

53) Bei permanenten Luftarten sind die spezifischen Wärmen bei constantem Druck und bei constantem Volumen von der Stärke dieses Druckes sowie von der Temperaturgrösse in hohem Grade unabhängig. Es ist Grund zu der Annahme vorhanden, dass bei festen und flüssigen Körpern innerhalb der Grenzen der thermometrischen Brauchbarkeit dieser Stoffe (d. h. so lange auch für sie das Gay-Lussac'sche Gesetz gilt) die spezifische Wärme nahezu constant sei.