Entleerungsvorgänge in Druckleitungen

Autor(en): **Hager, Willi H.**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Wasser Energie Luft = Eau énergie air = Acqua energia aria**

Band (Jahr): **75 (1983)**

Heft 9

PDF erstellt am: **25.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-941282

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch

– Gebietsweise Aufteilung einer Vollmessung in verschiedene, reduzierte Messungen.
– Bildung von Punktgruppen, zum Beispiel in Abhängigkeit von der Hanglage, der Versicherungsart, der Jahreszeit, der Numerierung.
– Der Aufwand lässt sich auch durch geeignete Auswahl der Messungsgrössen (Einflussgrössen) vermindern, indem man zum Beispiel an einem Ort nur die Höhen, an einem anderen nur die Distanzen kontrolliert.
– In manchen Fällen genügt es, wenn man nur direkt beobachtete Messwerte miteinander vergleicht!

Die grossen Messanlagen von Marmorera, Klosters und Sedrun, von denen eine jede mehrere hundert Kontrollpunkte umfasst, werden nach den oben geschilderten Verfahren sukzessive erweitert und gemessen. Weitausgedehnte Triangulierungsnetze und die darin eingestreuten, dicht belegten Punktgruppen bilden ein homogenes System, das mit jeder Messung an Zuverlässigkeit gewinnt.

5. Ausblick

Man kann heute nicht voraussagen, wie man in 20 oder in 50 Jahren eine neue Messanlage optimal einrichten wird, denn die Mess- und Rechentechnik befinden sich gegenwärtig in einer bemerkenswerten Entwicklungsphase. Auf jeden Fall wird auch eine enorme Zunahme des Datenmaterials kaum Schwierigkeiten bei der Auswertung bereiten, vielleicht sogar den Zusammenschluss der geodätischen mit den photogrammetrischen und physikalischen Messungen erleichtern. Der Nutzen einer Messanlage wird weiterhin von der Güte und Dauerhaftigkeit der Punktversicherungen abhängen. Vorteilhaft erweisen sich Nahversicherungen (Rückversicherungen) im Bereich bis zu 10 m, wenn sie untereinander auf einfache Art, jedoch mit sehr hoher Genauigkeit verbunden werden können. Zu den in Punktgruppen zusammengefassten Nahversicherungen würden dann auch die direkt angeschlossenen physikalischen Messeinrichtungen, wie zum Beispiel Lote, Neigungsindikatoren, Bohrlochsonden, Dehnungsmessgeber u. ä., zu zählen sein.
Die Aufgabe der geodätischen Messungen ist es, eine genau definierte räumliche Verbindung zwischen den verschiedenen Kontrollpunkten oder Punktgruppen zu gewährleisten. Dabei sollen zur Bewahrung der inneren Genauigkeit des Systems alle Möglichkeiten, welche die neuen Messinstrumente bieten, ausgenützt werden. Das Verfahren, die Fixpunkte zu klassifizieren, erleichtert diese Aufgabe.
Die Genauigkeitsgrenze, an die man bei diesen Überlegungen stösst, ist bekannt. Das Auflösungsvermögen der jeweils benützten Trägerwelle kann nie zur Erzielung genauerer Resultate überschritten werden. Die Genauigkeit der Distanzmessung könnte zwar noch gesteigert werden (X-Band Lichtmodulation), bringt aber heute, wie auch der Verfasser erfahren musste, noch nicht den üblichen Messkomfort. Bei der Verwendung der üblichen IR-Verfahren kann der heute schon beachtliche Messkomfort allerdings noch weiter gesteigert werden, wie die ersten bereits erhältlichen «Totalstationen» erwarten lassen: Es liegt durchaus im Bereich des Möglichen, dass eine solche automatische Station selbständig Winkel und Distanzen misst, reduziert und registriert.

Der Verfasser dankt beiden Oberingenieuren, *G. Peter*, Ingenieurbüro für bauliche Anlagen der Stadt Zürich, IBA, und *K. Suter*, Kant. Tiefbauamt Graubünden, für die wertvollen Anregungen bei der Durchführung der beschriebenen Arbeiten.

Adresse des Verfassers: *Johann Krötzl*, Dipl.-Ing., Ingenieurvermessungen, Loestrasse 45, 7000 Chur.

Entleerungsvorgänge in Druckleitungen

Willi H. Hager

Zusammenfassung

Aufgrund hydraulischer Beziehungen wird der Entleerungsvorgang in Druckleitungen unter Einbezug der Massenträgheit, der Rohrreibung und der Abflussdynamik beschrieben. Anhand zweier wichtiger Spezialfälle wird der Vorgang eingehend studiert, um anschliessend die allgemeine Lösung mittels Diagrammen zu vermitteln. Die Berechnungsmethode ist anhand von Beispielen erläutert, und die Resultate sind durch Feldversuche überprüft.

Summary

Emptying processes in pressure lines are investigated by considering the effects of inertia, wall friction and flow dynamics. The general solution is presented graphically and two special cases are dealt with extensively. The method of computation is explained by examples and the results are compared with experiments in situ.

Einleitung

Instationäre Abflussuntersuchungen in Rohrleitungen sind meistens dem Wasserschloss-Problem gewidmet. Die vorliegende Studie beschäftigt sich mit einer – immerhin aufgrund der Ausgangsgleichungen – analogen Aufgabe bezüglich der Entleerung von Rohrleitungen. Im Zusammenhang mit dem Betrieb von Pumpanlagen beispielsweise interessiert nicht nur der stationäre Abflussprozess, sondern gleichzeitig auch Anfahr- und Bremsvorgänge. Im folgenden betrachten wir eine Rohrleitung konstanten Durchmessers mit beliebigem, konstantem Sohlengefälle. Zu einem vorgegebenen Zeitpunkt wird die ruhende Flüssigkeit im Rohr durch partielles oder vollständiges Öffnen des Abschlussorgans in Bewegung gesetzt. Es stellt sich dann die Frage nach der Entleerungscharakteristik im allgemeinen und nach der Entleerungszeit im speziellen. Diese hängt offensichtlich von der Anfangsfüllung, der Rohr- und Ausflussgeometrie ab. Die nachfolgenden Berechnungen beziehen sich dabei auf Leitungen, in denen oberhalb des freien Wasserspiegels atmosphärischer Druck herrscht. Die Resultate der Berechnungen sind diagrammhaft festgehalten und ermöglichen in dieser Form die direkte Anwendung.

Die Bewegungsgleichung

Die folgenden Betrachtungen beziehen sich auf ein kreisförmiges Druckrohr nach Bild 1 mit konstanter Querschnittfläche F, Rauhigkeit k und Neigung ε. Unter den Voraussetzungen
– eindimensionaler Strömung,
– hydrostatischer Druckverteilung,
– atmosphärischen Drucks oberhalb des freien Wasserspiegels im Rohr und im Ausflussquerschnitt,
– starrer Rohrwandung und inkompressibler, homogener Flüssigkeit

gilt für die Energiehöhe H an einem beliebigen Punkt s des Rohres nach [1]

$$H = z + p/(\rho g) + v^2/(2g) + \frac{1}{g}\int_L \frac{\partial v}{\partial t} ds \qquad (1)$$

mit z als vertikalem Abstand der Rohrachse von einem beliebigen Niveau, ϱ als Dichte des Mediums, g als Gravitationskonstante, $p/(\varrho\, g)$ als Druckhöhe, v als mittlerer Geschwindigkeit im Rohr, $v=Q/F$, t als Zeit und s als Lagekoordinate. Wir wählen als Referenzlage für z die Höhenlage des Mittelpunkts des Auslaufquerschnitts und führen s entgegen der Fliessrichtung positiv ein.

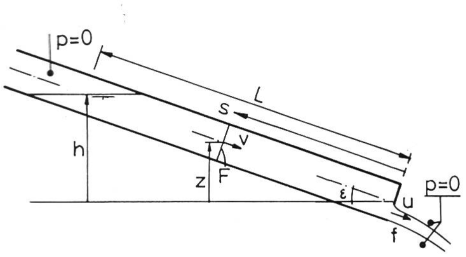

Bild 1. Bezeichnung zur Entleerung eines Druckrohres.

Beträgt die vertikale Höhe der Wassersäule bezüglich des Referenzhorizonts *h,* so gilt bezüglich der beiden Begrenzungsquerschnitte

$$H_o = h + \frac{v^2}{2g} + \frac{L}{g}\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{u^2}{2g}(1+\xi) + J_r L = H_u + \Delta z_E \qquad (2)$$

mit L als Länge der gefüllten Rohrstrecke, u als Ausflussgeschwindigkeit, ξ als Verlustbeiwert des Ausflussorgans, J_r als Reibungsgradienten und Δz_E als Summe der Energieverluste zwischen den beiden betrachteten Randquerschnitten oben «o» und unten «u». Gleichung (2) entspricht der dynamischen Beziehung des Bewegungsvorgangs. Durch Anwendung der Kontinuitätsgleichung bezüglich eines beliebigen Rohr- und des Auslaufquerschnitts mit den Flächen F und μf entsteht für den Durchfluss

$$Q = vF = \mu u f \qquad (3)$$

Eine dritte Relation lässt sich aus der Gleichheit der Sinkgeschwindigkeit der freien Oberfläche, dh/dt, bezüglich der Richtung der Rohrachse und der Geschwindigkeit v im Rohr angeben

$$v = \frac{1}{\sin\varepsilon}\frac{dh}{dt} \qquad (4)$$

Unter Verwendung der beiden letzten Beziehungen lassen sich die Unbekannten u und v in Gleichung (2) eliminieren und es entsteht für den Bewegungsvorgang der Wassersäule h(t)

$$h + \frac{h'^2}{2g\sin^2\varepsilon} + \frac{Lh''}{g\sin\varepsilon} = \frac{v^2F^2(1+\xi)}{2g\mu^2f^2} + \frac{v^2L}{k^2R^{4/3}} \qquad (5)$$

wobei für J_r das verallgemeinerte Reibungsgesetz nach Strickler mit k als Reibungswert und R als hydraulischem Radius eingesetzt worden ist. Die Länge des mit Flüssigkeit gefüllten Rohrabschnitts beträgt nach Bild 1

$$L = h/\sin\varepsilon \qquad (6)$$

womit

$$\frac{-hh''}{g\sin^2\varepsilon} + \frac{h'^2}{2g\sin^2\varepsilon}\left\{\frac{F^2}{\mu^2f^2}(1+\xi) - 1 + \frac{2gh}{k^2\sin\varepsilon R^{4/3}}\right\} - h = 0 \qquad (7)$$

Mit den dimensionslosen Parametern

$$T = \sqrt{\frac{2g}{h_o}}\cdot\varphi\cdot\sin\varepsilon\cdot t \quad , \quad y = h/h_o$$
$$\alpha = 2gh_o/(k^2\sin\varepsilon R^{4/3}) \quad , \quad \varphi = \mu f/F \qquad (8)$$

folgt anstelle von (7)

$$2\varphi^2 yy'' - y'^2(1+\xi-\varphi^2+\alpha\varphi^2 y) + y = 0 \qquad (9)$$

Diskussion der Bewegungsgleichung

Der Vergleich zwischen den Beziehungen (2) und (9) zeigt, dass die drei in Gleichung (9) auftretenden Terme dem Trägheitsglied, der Differenz der Geschwindigkeitshöhen $(u^2[1+\xi]-v^2)/(2g)$, vermehrt um das Wandreibungsglied und dem Druckglied entsprechen. Bewegt sich das Medium im Rohr extrem langsam, ist also das Flächenverhältnis φ sehr klein, so entsteht aus Beziehung (9) die Relation $y'^2(1+\xi)=y$, nach Gleichung (2) gleichbedeutend mit

$$u = \sqrt{\frac{2gh}{1+\xi}} \qquad (10)$$

Die Toricelli-Ausflussbeziehung, erweitert um das Verlustglied ξ, darf somit nur für *verschwindende Anströmgeschwindigkeit* v angewandt werden. Im allgemeinen Fall müssen Massenträgheit, Anströmgeschwindigkeit und Reibungsverluste berücksichtigt werden. Der Bewegungsvorgang y(T) in Beziehung (9) ist abhängig vom Profilparameter φ sowie von der Grösse α. Für stationären Zustand herrscht im Druckrohr die Normalabflussgeschwindigkeit

$$v_N = k\sqrt{\sin\varepsilon}R^{2/3} \qquad (11)$$

womit

$$\alpha = 2gh_o/v_N^2 \qquad (12)$$

α stellt somit das Verhältnis maximaler Anfangs-Ausflussgeschwindigkeit $u_o^2=2gh_o$ einer reibungsfreien Flüssigkeit zur Normalabfluss-Geschwindigkeit v_N^2 dar, $\alpha=(u_o/v_N)^2$. Für das reibungsfreie Medium gilt für endliche Druckhöhe $\alpha=0$. Die Wertebereiche der beiden Parameter φ und α betragen deshalb $0<\varphi\leq 1$ und $0\leq\alpha<\infty$.

Lösungen

Bevor wir uns den Lösungen zuwenden, sollen die Anfangsbedingungen formuliert werden. Als Zeitpunkt der Öffnung des Abschlussorgans definieren wir t=0. Die zugehörige Druckhöhe beträgt dann $h=h_o$, womit $y(T=0)=1$. Nach Beziehung (4) folgt gleichzeitig für $h'=0$, da $v(t=0)=0$, also $y'(T=0)=0$.
Durch Einführung der Substitution $q=y'^2$ folgt anstelle von (9) die lineare Differentialgleichung erster Ordnung

$$\varphi^2 y\frac{dq}{dy} - q(1+\xi-\varphi^2+\alpha\varphi^2 y) + y = 0 \qquad (13)$$

die sich jedoch nicht analytisch integrieren lässt. Eine allgemeine Diskussion der Lösungen ist deshalb erschwert;

in der Folge sollen zwei wichtige *Spezialfälle* betrachtet werden.

1. Das Rohr ohne Ausflussdrossel

Im ersten Spezialfall untersuchen wir die Lösungen für $\varphi=1$ und $\xi=0$, entsprechend einem Rohr ohne Ausflussdrossel. Gleichung (13) reduziert sich dann auf

$$-\frac{dq}{dy}+\alpha q=1 \tag{14}$$

Unter Berücksichtigung der Anfangsbedingungen $y'(0)=0$ folgt

$$y'^2=\frac{1-e^{\alpha(y-1)}}{\alpha} \tag{15}$$

Wie die Kombination der Beziehungen (3), (4) und (8) zeigt, entspricht

$$y'^2=\frac{u^2}{2gh_o} \tag{16}$$

y'=dy/dT beschreibt somit das Verhältnis der momentanen Ausflussgeschwindigkeitshöhe zur Anfangsdruckhöhe. Eine weitere Integration von Beziehung (15) unter Berücksichtigung der oben angegebenen Anfangsbedingung ergibt die in Bild 2 ausgewertete Beziehung

$$T=\frac{1}{\sqrt{\alpha}}\ln\left(\frac{1+\sqrt{1-e^{\alpha(y-1)}}}{1-\sqrt{1-e^{\alpha(y-1)}}}\right) \tag{17}$$

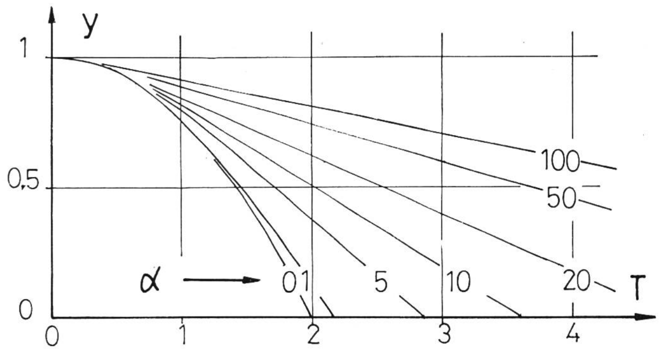

Bild 2. Graphische Darstellung von Beziehung (17): *y* (T) in Abhängigkeit des Reibungsterms α für $\varphi=1$ und $\xi=0$.

Wie die Lösung zeigt, sinkt der Wasserspiegel anfangs langsam und beschleunigt sich je nach der Grösse von α. Das reibungsfreie Medium ($\alpha=0$) besitzt die kleinste Ausflusszeit; es genügt, wie sich mit Hilfe von Beziehung (14) zeigen lässt, der Lösung

$$T=2\sqrt{1-y} \tag{18}$$

Für $\alpha \gg 1$ und $y \ll 1$ wird in Beziehung (15) $\exp[-\alpha(1-y)] \ll 1$, die ursprüngliche Gleichung reduziert sich deshalb auf $y'^2=1/\alpha$ und besagt, dass die Neigung y'^2, nach (16) der dimensionslosen Ausflussgeschwindigkeit entsprechend, konstant ist. Für $\alpha>2$ und $y \ll 1$ tritt somit praktisch keine Beschleunigung auf, die Druckkraft wird durch die Wandreibungskräfte kompensiert. Für diesen, zum Normalabflusszustand analogen Fall gilt nach Beziehung (16)

$$\frac{u_*^2}{2gh_o}=\frac{1}{\alpha}=(v_N/u_o)^2 \tag{19}$$

also $u_*=v_N$, wobei u_* die asymptotische Sinkgeschwindigkeit bezeichnet. Im Rohr mit relativ grossem Reibungsterm α entspricht die maximale Ausflussgeschwindigkeit der Normalabflussgeschwindigkeit für stationären Betrieb.

2. Der Einfluss der Massenträgheit

Der Einfluss der Massenträgheit erscheint, wie sich anhand der Ausgangsgleichung (1) nachweisen lässt, durch das Glied mit y'' in (9). Es verschwindet für $\varphi\to 0$, also für ein Rohr mit, bezüglich zum Rohrquerschnitt, sehr kleiner Ausflussfläche. Anstelle von Beziehung (9) tritt folglich

$$y'^2=\frac{y}{1+\xi} \tag{20}$$

Mit der Anfangsbedingung $y(T=0)=1$ heisst deren Lösung

$$T=2\sqrt{1+\xi}\,(1-\sqrt{y}) \tag{21}$$

Für $\xi=0$ entsteht die klassische Lösung für die Behälterentleerung. Die Ausflussbeziehung $u=\sqrt{2gh}$ darf somit nur für Gefässe oder Rohre angewandt werden, deren *Querschnittfläche im Vergleich zum Ausflussquerschnitt sehr viel kleiner ist.* Gleichung (21) ist durch Bernoulli aufgestellt worden.

3. Die allgemeine Lösung

Der Verlauf des freien Spiegels in einem Rohr, y(T), wird durch die beiden Parameter φ und α bestimmt. Da der Wertebereich von φ relativ klein ist, sollen die Lösungen für verschiedene Werte von φ angegeben werden. Die Beziehungen (17) und (21) enthalten die Lösungen für $\varphi=1$ und $\varphi=0$, womit sich die numerischen Auswertungen auf die Werte $\varphi=0{,}2$, $\varphi=0{,}4$, $\varphi=0{,}6$, und $\varphi=0{,}8$ beschränken lassen. Die Auswertung der Ergebnisse ist in Bild 3 festgehalten und erlaubt in dieser Form eine rasche Auffindung der Entleerungsfunktion y(T).

Diskussion der Lösung

Die Lösung lässt sich am einfachsten anhand von Bild 3 diskutieren. Für den allgemeinen Fall nimmt die Neigung der Kurven (nach Gleichung [16] entsprechend der Ausflussgeschwindigkeit) von Null zu, erreicht einen Maximalwert und fällt dann wieder zurück. Für kleine Werte von T nimmt die Ausflussgeschwindigkeit immer zu, für grosse Werte von T nimmt sie, je nach Grösse von α und φ, ab oder bleibt konstant. Der Beschleunigungs-Kurvenabschnitt ist wesentlich abhängig von φ: für kleine Werte von φ hat sich die Flüssigkeit schnell auf den Maximalwert der Geschwindigkeit (entsprechend dem Kurvenwendepunkt) beschleunigt, für grosse benötigt der Vorgang wesentlich längere Zeit. Während sich der Einfluss von φ hauptsächlich auf den Zeitabschnitt $T<1$ beschränkt, übt α Einfluss auf den verbleibenden Bereich. Kleine Werte von α bedingen eine kürzere Entleerungszeit als grössere. Das grundsätzliche Verhalten der Entleerungskurven lässt sich gut anhand der beiden Speziälfälle verfolgen. Für $\varphi=1$ nimmt die Ausflussgeschwindigkeit stetig zu (Bereich $T<1$), während für $\varphi\to 0$ die Ausflussgeschwindigkeit stetig abnimmt, um in der Endphase auf Null zu sinken. Bild 3 ergibt eine Überlagerung dieser beiden Grundfälle.

Die Unterschiede zwischen den vier Kurven sind gross.

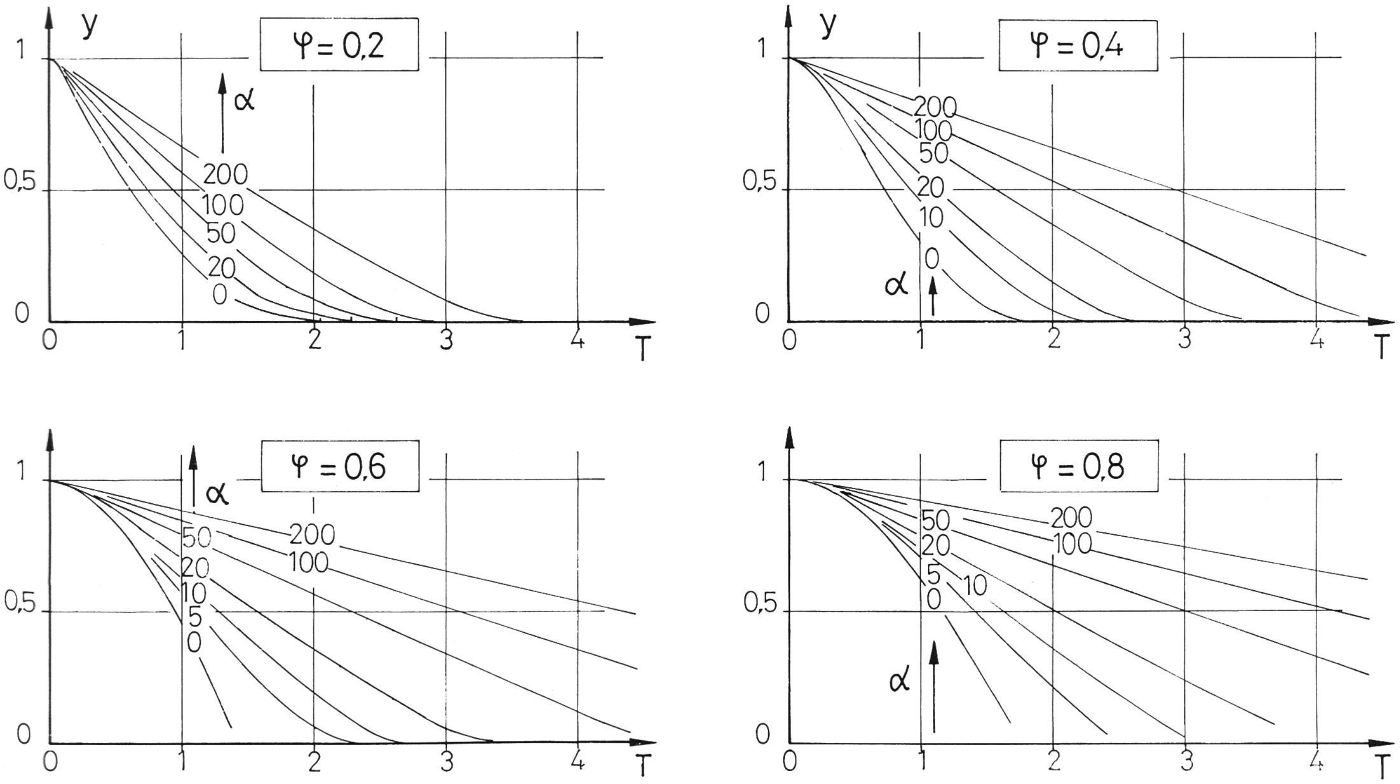

Bild 3. Entleerungsfunktionen y(T) in Abhängigkeit von α für φ = 0,2, φ = 0,4, φ = 0,6, φ = 0,8 bei ξ = 0.

Trotzdem lassen sich durch Interpolation Näherungslösungen ermitteln. Genügt die Diagrammgenauigkeit nicht oder weicht der Verlustbeiwert ξ extrem von Null ab, so muss die Ausgangsgleichung (9) unter den angegebenen Anfangsbedingungen numerisch integriert werden.

Der Ausflussbeiwert μ

φ nach (8) beschreibt das Verhältnis der Ausflussfläche μf zur Rohrquerschnitt F mit $0 \leq \varphi \leq 1$. μ bezeichnet das Verhältnis zwischen dem Kontraktionsquerschnitt und der geometrischen Fläche des Ausflussorgans. Bild 4 ermöglicht die Ermittlung von μ bei gegebenem Verhältnis f/F. Der Verlauf entspricht dem theoretischen Resultat von *R. von Mises* [3]. Den experimentellen Nachweis seiner Resultate erbrachten *Rouse* und *Abul-Fetouh* [4].

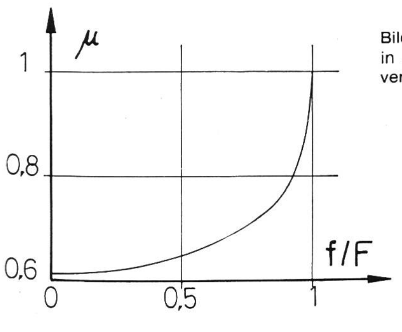

Bild 4. Der Ausflussbeiwert μ in Abhängigkeit des Flächenverhältnisses f/F.

Für das geometrische Flächenverhältnis f/F gilt häufig $f/F < 0{,}5$ oder $f/F = 1$, womit $\mu \cong 0{,}62$ oder $\mu = 1{,}0$.

Beispiel

In Bild 5 ist der Längsschnitt einer Rohrleitung konstanten Durchmessers D=0,147 m skizziert. Ihr Sohlengefälle ist leicht variabel, die Rauhigkeit nach Strickler beträgt $k = 100\ m^{1/3}/s$.

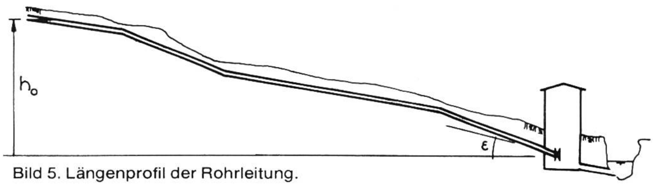

Bild 5. Längenprofil der Rohrleitung.

Die Anfangsdruckhöhe beträgt $h_o = 9{,}20$ m, entsprechend einer gefüllten Leitungslänge L=430 m, womit $\varepsilon = 1{,}23°$ und $\sin\varepsilon = 0{,}0215$. Die Normalabflussgeschwindigkeit nach Strickler beträgt im stationären Zustand $v_N = 1{,}62$ m/s, die Maximal-Ausflussgeschwindigkeit $u_o = \sqrt{2gh_o} = 13{,}44$ m/s, womit $\alpha = 69 \gg 1$! Demzufolge werden die Reibungseinflüsse diejenigen infolge Massenträgheit überwiegen.

Im Zeitpunkt $t=0$ wird der Drosselschieber im Auslaufbauwerk innert kurzer Zeit auf 15% des Rohrquerschnitts geöffnet, womit $\varphi = 0{,}15 \cdot 0{,}62 = 0{,}09$. Da die zusätzlichen Schieberverluste näherungsweise vernachlässigbar sind, gilt $\xi = 0$. Die Lösung des Problems lässt sich deshalb anhand der Auswertungen für $\varphi = 0$ (Beziehung [21]) und für $\varphi = 0{,}2$ (Bild 3) errechnen. Mit dem Zeitintervall $\Delta t = 1{,}0' = 60''$ ergibt sich nach der Substitution (8) für $\Delta T = 0{,}17$. Tabelle 1 zeigt den Rechnungsgang.

y_{num} entspricht der exakten Lösung nach Beziehung (9)

Tabelle 1: Numerische Auswertung des Berechnungsbeispiels.

t (')	0	1	2	3	4	5	6	7	8
T (–)	0	0,17	0,34	0,51	0,68	0,85	1,02	1,19	1,36
y (φ = 0)	1	0,84	0,69	0,56	0,44	0,33	0,24	0,16	0,10
y (φ = 0,2)	1	0,93	0,84	0,76	0,68	0,59	0,51	0,42	0,34
y (φ = 0,09)	1	0,88	0,76	0,65	0,55	0,44	0,35	0,27	0,21
y_{num}	1	0,88	0,75	0,63	0,52	0,41	0,31	0,23	0,16

für $\varphi = 0{,}09$ und $\alpha = 69$; die Abweichungen von der interpolierten werden für $T > 1$ beträchtlich, womit für genaue Berechnungen die direkte Behandlung von Beziehung (9) unumgänglich ist.
Zurzeit $t = 7{,}25'$ werde der Schieber total geöffnet. Nach Tabelle 1 ist dann $y^*_{num} = 0{,}215$. Der nun folgende Entleerungsvorgang lässt sich anhand von Beziehung (17) ermitteln. Mit $\alpha = 69$ und $y = 0{,}215$ folgt für $\gamma = \alpha(y-1) = -54{,}17$, womit e^γ eine extrem kleine Zahl darstellt. Anstelle von Gleichung (17) folgt für $\varphi = 1$ und $\alpha \gg 1$

$$T = \frac{1}{\sqrt{\alpha}} \cdot \ln\left(\frac{2-e^{\gamma/2}}{e^{\gamma/2}}\right) = \frac{\ln(4)-\gamma}{\sqrt{\alpha}} = \frac{\ln(4)-\alpha(y-1)}{\sqrt{\alpha}} \qquad (22)$$

also als Entleerungszeit $T_e = T(y=0)$

$$T_e = \frac{\ln(4)+\alpha}{\sqrt{\alpha}}, \quad \varphi = 1 \text{ und } \alpha \gg 1. \qquad (23)$$

Bezogen auf unser Beispiel ergibt sich mit $y=0{,}215$ für $T=6{,}69$ und $T_e=8{,}47$, womit $\Delta T = T_e - T = 1{,}78$, entsprechend $\Delta t = 57''$. Als totale Entleerungszeit des Vorgangs erhalten wir demzufolge $\Delta t_{tot} = 7{,}25' + 1' = 8{,}25'$. Bild 6 zeigt den Verlauf h(t) nach Tabelle 1 und den oben durchgeführten Berechnungen. Ebenfalls eingezeichnet ist der Verlauf nach der klassischen Theorie nach (21). Für dieses Beispiel sind die Unterschiede nicht bedeutend, da $\varphi \ll 1$.

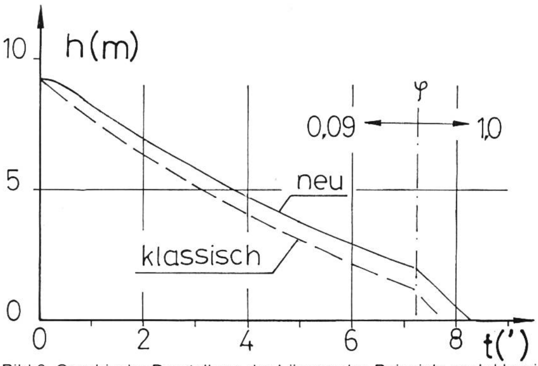

Bild 6. Graphische Darstellung der Lösung des Beispiels nach klassischer und neuer Theorie.

Würde man gleich zu Beginn des Entleerungsvorgangs den Schieber voll öffnen ($\varphi=1$), so folgt als Entleerungszeit $T_e=8{,}47$, entsprechend $t_e=4{,}5'$. Dieser Vorgang ist durch ein Experiment simuliert worden; die gemessenen Entleerungszeiten betrugen für zwei Versuchte $t_{e,1}=4{,}5'$ und $t_{e,2}=4{,}65'$, also mit unserer Rechnung identische Werte. Nach (21) ergibt sich mit $\xi=0$ für $T_e=2$, also $t_e=64''$, ein Wert, der deutlich unter dem ersten liegt.

Schlussfolgerungen

Die durchgeführten Untersuchungen erlauben die Ermittlung des zeitabhängigen Wasserspiegelverlaufs in Druckleitungen bei Entleerungsvorgängen. Die Resultate lassen sich folgendermassen zusammenfassen:
1. Durch Anwendung der Energie- und Kontinuitäts-Gleichungen entsteht die allgemeine Beziehung des Bewegungsvorgangs unter Einbezug der Trägheits- und Reibungskräfte sowie der Berücksichtigung zusätzlicher Verluste.
2. Durch Einführung von dimensionslosen Kenngrössen gelingt die verallgemeinerte Darstellung der Resultate; insgesamt wird der Bewegungsvorgang durch vier voneinander unabhängige Parameter beeinflusst.
3. Diese Beziehung wird anhand von zwei interessanten Spezialfällen diskutiert. Anschliessend wird sie für vorgegebene Parameterkombinationen integriert und in Diagrammen ausgewertet.
4. Anhand eines Beispiels wird der Berechnungsgang illustriert; eine Überprüfung der Resultate an einem Grossversuch ergibt eine gute Übereinstimmung von Rechnung und effektivem Vorgang.

Verdankungen
Die Untersuchung ist durch eine interne Forschungsarbeit des Ingenieurbureaus Kuster und Hager AG, Zürich, Schweiz, entstanden. Der Verfasser möchte der Geschäftsleitung für die Unterstützung sowie *Th. Eggenberger,* dipl. Ing. Tech., für die Durchsicht des Manuskripts und die Ausführung der Versuche freundlichen Dank aussprechen.

Verzeichnis der Abkürzungen

F	(m^2)	Querschnittsfläche des Rohres
H	(m)	Energiehöhe
L	(m)	Länge der mit Wasser gefüllten Rohrstrecke
R	(m)	hydraulischer Radius
T	(–)	dimensionslose Zeit nach (8)
f	(m^2)	Querschnittsfläche des Ausflussorgans
g	(m^2/s)	Gravitationskonstante
h	(m)	Höhe des freien Wasserspiegels
k	($m^{1/3}/s$)	Rauhigkeitsbeiwert nach Strickler
p	(N)	Druck
q	(–)	Substitution $q=y'^2$
s	(m)	Lagekoordinate
t	(s)	Zeit
u	(m/s)	Ausfluss-Geschwindigkeit
v	(m/s)	Geschwindigkeit im Rohr
y	(–)	dimensionslose Wasserspiegellage $y=h/h_o$
z	(m)	Höhenlage der Rohrachse
α	(–)	Verhältnis der maximalen Ausflussgeschwindigkeit zur Normalabfluss-Geschwindigkeit
γ	(–)	Substitution $\gamma=\alpha(y-1)$
ε	(–)	Neigungswinkel der Rohrachse
φ	(–)	Flächenverhältnis $\varphi= f/F$
ϱ	(kg/m^3)	Dichte
ξ	(–)	Verlustbeiwert
μ	(–)	Ausflusskoeffizient

Literaturnachweis
[1] *Jaeger, Ch.* (1949) «Technische Hydraulik», Verlag Birkhäuser, Basel.
[2] *Hager, W. H.* (1982) «Die vereinfachte Berechnung von Entleerungsvorgängen in Freispiegelkanälen», Österreichische Wasserwirtschaft, Vol. 35, Heft 3/4, 1983, pp. 67–73.
[3] *Mises von, R.* (1917) «Berechnung von Ausfluss- und Überfall-Zahlen», Zeitschrift VDI, Vol. 61, Nr. 21, pp. 447–452; Nr. 22, pp. 469–474; Nr. 23, pp. 493–498.
[4] *Rouse, H., Abul-Fetouh, A. H.* (1950) «Characteristics of irrotational flow through axially symmetric orifices», J. Applied Mechanics, pp. 421–426.

Adresse des Verfassers: Dr. *Willi H. Hager,* Chair de constructions hydrauliques, CCH, Génie civil, GC, EPFL, CH-1015 Lausanne.