Zeitschrift: Wasser Energie Luft = Eau énergie air = Acqua energia aria
Herausgeber: Schweizerischer Wasserwirtschaftsverband
Band: 76 (1984)
Heft: 11-12

Artikel: Die Velrustbeiwerte in Rohren und Gerinnen
Autor: Hager, Willi H.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-941233

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 12.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

Die Verlustbeiwerte in Rohren und Gerinnen

Willi H. Hager

Zusammenfassung

Die in der Praxis des Druckrohr- und Kanalbaus wichtigsten zusätzlichen Verlustbeiwerte werden anhand von Experimenten und, falls möglich, durch theoretische Resultate mitgeteilt und diskutiert. Die Auswertungen betreffen Ein- und Ausläufe, Verengungen und Erweiterungen, Kreis- und Kniekrümmer sowie Vereinigungen und Trennungen. Die Resultate sind auf Diagrammen festgehalten, womit die unmittelbare Anwendung auf praktische Fragestellungen möglich wird.

Abstract: Head losses in pressure systems and open channels

The head loss coefficients for pressure systems and open channel flows are investigated by experiments or, if possible, by theoretical approaches. In particular in- and outflows, diffusors and effusors, circular and mitre bends, combinations and separations are especially accounted for; the results are presented graphically, and they are discussed in the light of practical application.

Einleitung

Strömungen in Rohren und Gerinnen unterliegen einem energetischen Wechselspiel. Der mechanische Energieinhalt eines Abflusses besteht aus potentiellem und kinetischem Anteil, deren Summe in der Hydraulik als Energiehöhe bezeichnet wird. Nach dem Energiesatz nimmt der Energieinhalt mit zunehmender Fliessdistanz ab. Generell wird dabei zwischen Reibungsverlusten (kontinuierliche Energiedissipation infolge der Zähigkeit des Wassers) und zusätzlichen Verlusten (Lokalverluste) unterschieden. Die folgenden Ausführungen beziehen sich lediglich auf die zweiten, die in der Hydraulik als Vielfaches der Geschwindigkeitshöhe ausgedrückt werden, der entsprechende Proportionalitätsfaktor heisst Verlustbeiwert ξ oder kurz ξ-Wert. Im folgenden soll die grosse Zahl der bis heute vorliegenden Untersuchungen für den Praktiker aufgearbeitet werden, um ihm damit rasch einen Überblick über die zu erwartenden Grössenordnungen zu verschaffen. Die angegebenen ξ-Werte entsprechen aufgrund dieser Zielsetzung Richtwerten, für spezielle Problemstellungen wird auf die Fachliteratur verwiesen.

Die erweiterte Gleichung von Bernoulli

Bernoulli stellt vor über 200 Jahren fest, dass sich der mechanische Energiefluss E als Summe

$$E = Q\{z + \frac{p}{\rho g} + \frac{v^2}{2g}\} \qquad (1)$$

anschreiben lässt, mit Q als Durchfluss, z als Vertikalabstand von einem beliebigen Niveau, $p/(\rho g)$ als Druckhöhe mit ρ als Dichte und g als Erdbeschleunigung, und $v^2/(2g)$ als Geschwindigkeitshöhe mit v als Geschwindigkeitsbetrag. Unter der Energiehöhe H versteht man das Verhältnis $H=E/Q$; diese Darstellung ermöglicht die linienhafte Auftragung der drei Summanden in (1) und erlaubt die unmittelbare Vergegenwärtigung der Fliessverhältnisse. Bild 1 zeigt ein Druckrohr und die drei erwähnten Anteile in zwei sich folgenden Querschnitten «1» und «2». Wie daraus hervorgeht, stellt sich auf der Fliessdistanz ΔL ein mechanischer Energieverlust ΔH_{tot} ein. Dieser setzt sich zusammen aus Reibungsverlusten und zusätzlichen, lokalen Verlusten. Die ersten werden in der Hydraulik entweder durch das *Prandtl-Colebrook-Gesetz* oder durch die Formel von *Strickler* berechnet; für turbulente Strömungen sind sie proportional zum Geschwindigkeits-Quadrat und zur Fliessdistanz ΔL. Beide Relationen beziehen sich auf Abflüsse mit parallelen Stromlinien, im Freispiegelkanal herrscht somit Normalabflusszustand [11]. Die zweiten berücksichtigen die mechanischen Verluste infolge Formänderungen des Rohres oder des Gerinnes oder lokale Durchflussvariationen. Die folgenden Ausführungen beziehen sich lediglich auf diesen Verlusttyp mit der zugehörigen Verlusthöhe ΔH.

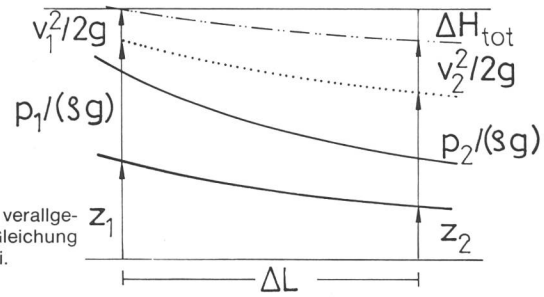


Bild 1. Zur verallgemeinerten Gleichung von Bernoulli.

Der ξ-Wert

Strömungen unterliegen sogenannten Ähnlichkeitsgesetzen, die beispielsweise durch die *Reynolds-* oder *Froude-*Zahl ausdrückbar sind. Der Gedanke liegt deshalb nahe, auch die Verlusthöhe ΔH durch einen dimensionslosen Parameter zu bezeichnen. Dadurch lassen sich die Verluste durch einen für den Strömungsvorgang charakteristischen Wert, unabhängig von der Grösse des Bauteils und des Durchflusses, kennzeichnen. Diese Anforderungen erfüllt der Verlustbeiwert

$$\xi = \Delta H/(v^2/2g) \quad . \qquad (2)$$

Nach der verallgemeinerten Gleichung von *Bernoulli* gilt als Energiebilanz zwischen zwei Querschnitten «1» und «2»

$$H_1 = H_2 + \Delta H \quad . \qquad (3)$$

Zur Berechnung von ξ kann (ausser in Experimenten) (3) jedoch nicht angewendet werden, da die Abflussgrössen in einem der Querschnitte unbekannt sind. Die einzigen Lösungsmöglichkeiten führen deshalb über den Impuls- oder den Impulsmomenten-Satz. Da sich der zweite insbesondere zur Beschreibung rotierender Körper (beispielsweise Turbinen) eignet, lassen sich für die vorliegende Problemstellung Resultate nur durch Anwendung des Impulssatzes errechnen.

Abgrenzung der Untersuchung

Bis heute liegt eine umfangreiche Liste von Publikationen über ξ-Werte vor, die, so scheint es jedenfalls, in Zukunft keineswegs abnimmt. Dabei setzen sich die meisten der Studien mit der experimentellen Ermittlung der Verlustbeiwerte auseinander; bis heute kann ξ nur für ausgewählte, geometrisch einfache Formen berechnet werden. Falls Messfehler ausgeschlossen werden, gelten Versuchsresultate als «genau». Jedoch zeigt die Ermittlung von ξ-Werten in praktisch identischen Versuchsanordnungen nicht selten Streuungen, die nicht von Messfehlern herrühren müssen; Kleinigkeiten, die im Messprotokoll nicht festgehalten sind oder zuwenig Beachtung fanden, können somit die Resul-

tate entscheidend beeinflussen. Man denke dabei beispielsweise an den Einfluss von Ausrundungsradien in Übergangsstücken. Solche Mängel entfallen in theoretischen Modellen, da sie lediglich unter wohldefinierten Voraussetzungen gelten.

Die folgenden Untersuchungen beziehen sich auf die wichtigsten Verbindungsstücke in Rohren und Gerinnen, namentlich Erweiterungen, Verengungen; Einläufe, Ausläufe; Kreis- und Kniekrümmer; Vereinigungen, Trennungen.

Jeder dieser Bauteile lässt sich geometrisch äusserst vielfältig ausbilden. Die klassische Ermittlung von ξ-Werten bezieht sich jedoch immer auf die scharfkantige Ausführung aller Ecken (analog wie bei Überfällen oder Schützen). Dadurch wird einerseits die Geometrie des Elements einfach definiert, anderseits kann gleichzeitig der massgebende Fall mit maximalem Verlustbeiwert betrachtet werden.

Die folgenden Angaben erheben weder Anspruch auf Vollständigkeit noch auf hohe Genauigkeit. Um dem Praktiker einen Überblick über die wichtigsten Zusammenhänge zu vermitteln, werden lediglich Standardfälle durch Angabe von Richtwerten untersucht. Anhand der graphischen Auswertungen der Resultate lassen sich unter Umständen Ausführungen mit geringeren Verlusten finden.

Die Berechnung von Druckleitungsnetzen und offenen Kanälen wird heute oft numerisch durchgeführt. Eine diagrammhafte Darstellung der Resultate genügt aus diesem Grunde nicht, weshalb zusätzlich Näherungsfunktionen für die ξ-Werte angegeben werden.

Die Erweiterung

Eine Erweiterung kann geometrisch durch die Zu- und Ausflussflächen F_1, F_2 sowie durch den Erweiterungswinkel α charakterisiert werden. Für $0<\alpha<90°$ spricht man von einer allmählichen, für $\alpha=90°$ von einer plötzlichen Erweiterung (Bild 2). Mit Q als Durchfluss ergeben sich als mittlere Fliessgeschwindigkeiten $v_1=Q/F_1$ und $v_2=Q/F_2$.

Nach Bild 2 stellen sich im Übergangsbereich zwischen den beiden prismatischen Querschnitten extrem ungleichförmige Geschwindigkeitsverteilungen ein, die seitlich durch zwei Ablösungszonen begrenzt sind. Diese sind die eigentliche Ursache des ausgeprägten lokalen Energieverlustes.

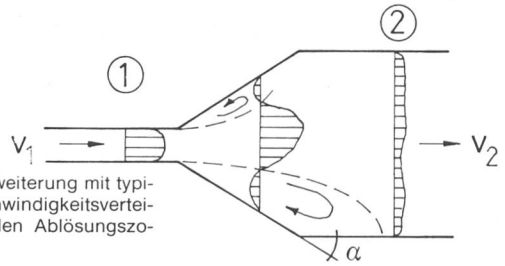


Bild 2. Die Erweiterung mit typischen Geschwindigkeitsverteilungen und den Ablösungszonen.

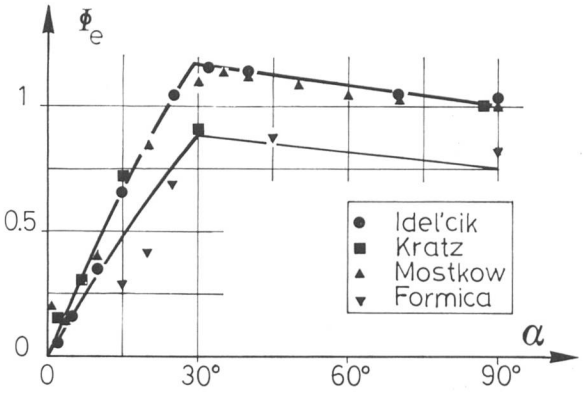


Bild 3. Φ_e in Abhängigkeit des Verbreitungswinkels α nach Versuchen von *Idel'cik* [12] (●), *Kratz* [17] (■), *Mostkow* [25] (▲) und *Formica* [5] (▼) in Druckrohren (obere Kurve) und offenen Gerinnen; Beziehung (6) ist linienhaft festgehalten.

Bis heute kann lediglich der Fall $\alpha=90°$ unter vereinfachten Annahmen berechnet werden; nach *Borda-Carnot* gilt

$$\xi_{e,90°} = \frac{\Delta H}{v_1^2/2g} = \left(1 - \frac{F_1}{F_2}\right)^2 . \qquad (4)$$

Als plausibler Ansatz für beliebige Erweiterungswinkel kann

$$\xi_e = \Phi_e \cdot \xi_{e,90°} \qquad (5)$$

betrachtet werden, wobei der Proportionalitätsfaktor $\Phi_e=\Phi_e(\alpha)$ den Forderungen $\Phi_e(0)=0$ und $\Phi_e(90°)=1$ genügen muss. Man beachte, dass ξ_e auf die Zulaufgeschwindigkeit v_1 bezogen ist.

Bild 3 enthält Versuchsresultate nach *Idel'cik* [12], *Mostkow* [25], *Kratz* [17] für Druckrohre und nach *Formica* [5] für offene Kanäle. Für $0<\alpha<30°$ nimmt Φ_e nahezu linear zu, erreicht für $\alpha\simeq30°$ das Maximum von $\Phi_e=1{,}15$ (0,87) für Druckrohre (offene Kanäle), um dann mit zunehmendem Winkel α fast linear auf den Endwert $\Phi_e=1$ (0,78) für Druckrohre (offene Gerinne) abzusinken. Der Bereich $0<\alpha<5°$ ist nicht eindeutig geklärt; je nach Versuchsunterlage steigt die Kurve $\Phi_e(\alpha)$ stetig vom Nullpunkt *(Idel'cik)* oder beginnt für $\alpha=0$ bei $\Phi_e=0{,}15$, um bei rund $\alpha\simeq4°$ das Minimum $\Phi_e=0{,}12$ zu erreichen *(Mostkow)*. Extrem kleine Winkel α erzeugen normalerweise sehr lange Übergangsstücke, in denen die Reibungsverluste die zusätzlichen Verluste weit überwiegen, für $\alpha\to0$ muss jedoch definitionsgemäss $\Phi_e=0$ sein, weshalb die Darstellung von *Idel'cik* übernommen wird.

Als analytischer Zusammenhang für die beiden Kurven $\Phi_e(\alpha)$ gilt näherungsweise

$$\begin{aligned} \Phi_e &= A\left\{\frac{2\alpha}{\pi} + \sin(2\alpha)\right\} , \quad \alpha<30° \\ \Phi_e &= A\left\{\frac{5}{4} - \frac{\alpha}{2\pi}\right\} , \quad 30°\leq\alpha\leq90° \end{aligned} \qquad (6)$$

mit A=1 für Druckrohre und A=¾ für offene Kanäle.

Die Verengung

Durch Umkehrung der Strömungsrichtung entsteht aus einer Erweiterung (Bild 2) eine Verengung. In der Folge erhält man durch Vertauschen der Indizes «1» und «2» in (4) und (5) für den zugehörigen Verlustbeiwert

$$\xi_v = \frac{\Delta H}{v_2^2/2g} = \Phi_v\left(1 - \frac{F_2}{F_1}\right)^2 . \qquad (7)$$

Matthew [21] gelingt die vereinfachte Berechnung des Proportionalitätsfaktors Φ_v in Abhängigkeit des Verengungswinkels α. Das Resultat

$$\Phi_v = \sin^2(\alpha/2) \qquad (8)$$

findet er durch die kombinierte Anwendung von Impuls- und Energiesatz. Dabei ist bemerkenswert, dass der zusätzliche Energieverlust nicht in der Übergangsstrecke, sondern im Unterwasser durch die Einschnürung der Stromlinien hervorgerufen wird. Sein rechnerisches Resultat wird durch Experimente von *Levin* [19] und *Miller* [23] bestätigt. Für den Spezialfall $\alpha=90°$ folgt aus (8) der bekannte Wert $\Phi_v=½$, also lediglich die Hälfte des analogen Wertes für Erweiterungen.

In offenen Gerinnen liegen bis heute keine systematischen Versuchswerte vor. Grundsätzlich lässt sich jedoch (8) übernehmen, falls keine Fliesswechsel im Verengungsbereich auftreten.

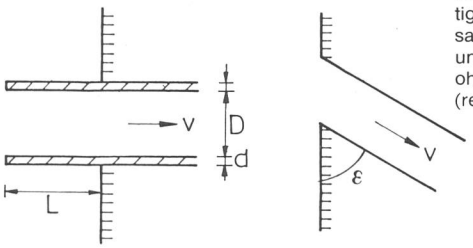


Bild 4. Scharfkantige Einläufe mit Ansatzstutzen (links), und abgewinkelt ohne Ansatzstutzen (rechts).

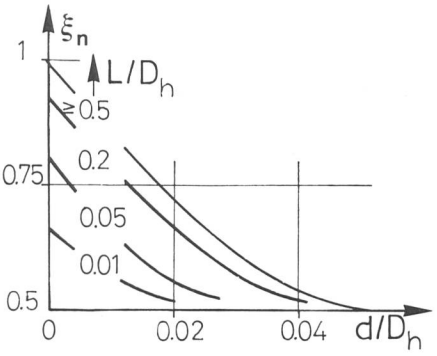
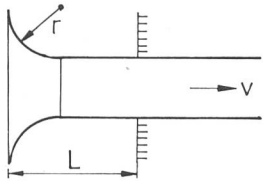


Bild 5. Der Verlustbeiwert ξ_n für den scharfkantigen, senkrechten Einlauf mit Ansatzstutzen nach *Idel'cik* [12].

Bild 6. Der abgerundete Einlauf.



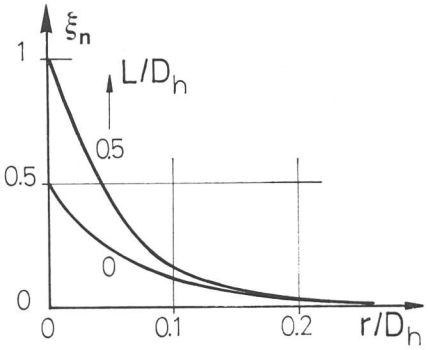


Bild 7. ξ_n für abgerundete Einläufe in Abhängigkeit von L/D_h und r/D_h.

Der Einlauf

Bild 4 zeigt den scharfkantigen, senkrechten Einlauf mit Ansatzstutzen (Länge L und Stärke d) sowie einen um den Winkel α abgewinkelten, ebenfalls scharfkantigen Einlauf ohne Ansatzstutzen. Für den ersten Fall gilt nach *Idel'cik* [12]

$$\xi_n = \frac{\Delta H}{v^2/2g} = f(d/L, L/D_h) \qquad (9)$$

mit $D_h = 4R_h = 4F/P$, wobei R_h und P den hydraulischen Radius und den benetzten Umfang bezeichnen (Kreisrohr $D_h = D$). Nach *Idel'cik* gilt für ξ_n der in Bild 5 dargestellte Zusammenhang, also insbesondere für L=0 der bekannte Einlaufverlust ohne Ansatzstutzen von $\xi_n = ½$.

Für den abgewinkelten Einlauf kann (wiederum nach *Idel'cik)* die Formel von *Weissbach* angewendet werden

$$\xi_n(\alpha) = \frac{1}{2}\{1 + \frac{3}{5}\cos\alpha + \frac{2}{5}\cos^2\alpha\} \; ; \qquad (10)$$

für den Spezialfall $\alpha = 0$ entsteht wiederum $\xi_n = ½$.

Schliesslich betrachte man den abgerundeten Einlauf nach Bild 6 mit r als Ausrundungsradius. Nach *Idel'cik* [12] gilt der in Bild 7 dargestellte Zusammenhang $\xi_n = \xi_n(L/D_h, r/D_h)$, wobei der Energieverlust ebenfalls durch (9) definiert ist. Darnach verschwindet ξ_n für $r/R_h > 0{,}2$ nahezu; *Knapp* [15] berechnet für das Kreisrohr einen ablösungsfreien Einlauf unter der Bedingung $r/D > 0{,}15$. Dies veranschaulicht deutlich den Einfluss der Abrundung von scharfkantigen Übergängen auf den Energiehaushalt der Strömung. Während für den sogenannten Borda-Ansatzstutzen (Bild 5, d=0, $L \gg D_h$) der Verlustbeiwert $\xi_n = 1$ beträgt, kann dieser durch fachgerechte Ausrundung auf $\xi_n = 0$ reduziert werden.

Der Auslauf

Einlauf- und Auslaufströmungen beziehen sich lediglich auf Druckrohre. Rohrausläufe können entweder konisch erweitert oder verengt sein (Bild 8). Die entsprechenden Resultate für den Verlustbeiwert ξ_a liefert wiederum *Idel'cik* [12], sie sind aus Bild 9 in Abhängigkeit des halben Öffnungswinkels $\alpha/2$ und geometrischer Kenngrössen zu ersehen und genügen der Definitionsgleichung

$$\xi_a = \frac{\Delta H}{v^2/2g} \; . \qquad (11)$$

Nach *Idel'cik* lässt sich für den konisch erweiterten Auslauf keine direkte Beziehung für den Verlustbeiwert angeben, die Resultate werden jedoch vorteilhaft durch

$$\xi_a = (1+\sigma)\,\xi_a^* \qquad (12)$$

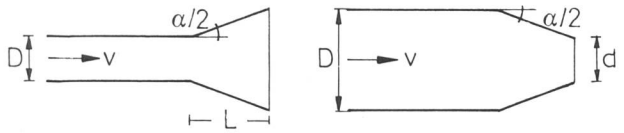


Bild 8. Der konisch erweiterte (links) und der verengte Auslauf (rechts) mit v als Zulaufgeschwindigkeit.

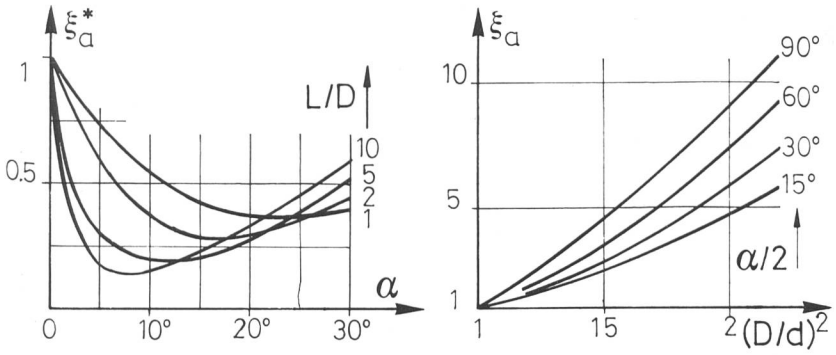


Bild 9. ξ_a^* für den konisch erweiterten Auslauf (links) und ξ_a für den konisch verengten Auslauf in Abhängigkeit geometrischer Parameter.

Tabelle 1. Geometrischer Beiwert σ (L/D) für den konisch erweiterten Auslauf zur Bestimmung von ξ_a.

L/D	1	2	4	6	10
σ	0,48	0,40	0,30	0,20	0

Für den Spezialfall $L \to \infty$, entsprechend einem Ausfluss aus prismatischem Rohr, entsteht der bekannte Verlustbeiwert $\xi_a = 1$.

dargestellt mit $\sigma = \sigma$ (L/D) nach Tabelle 1.

Der Kreiskrümmer

Entsprechend der häufigen Verwendung von Kreiskrümmern in der Praxis liegen viele Untersuchungen über den Fliessvorgang mit gekrümmten Stromlinien vor. Die nachfolgenden Untersuchungen betreffen jedoch nur prismatische, konstant gekrümmte Elemente nach Bild 10. Als geometrische Parameter treten der mittlere Krümmungsradius R, der Umlenkungswinkel α sowie die (konstante) Querschnittsfläche F in Erscheinung. Beschränkt man sich auf Kreis- und Rechteckprofile mit dem Durchmesser D, respektive mit der Breite b und der Höhe a, so gilt nach *Idel'cik* [12]

$$\xi_{kr} = \frac{\Delta H}{v^2/2g} = \xi_{kr}(\alpha, R/D_h, \text{Form}) \qquad (13)$$

mit $D_h = 4R_h$, wobei R_h den hydraulischen Radius des Profils darstellt. Für das geschlossene Rechteck- und Kreisprofil entsteht somit $D_h = 2ab/(a+b)$ und $D_h = D$.
Experimentell lässt sich nachweisen, dass die einzelnen Einflussterme nach (13) durch Produktdarstellung ausdrückbar sind, also

$$\xi_{kr} = A(\alpha) \cdot B(R/D_h) \cdot C(\text{Form}) \qquad (14)$$

Die funktionellen Zusammenhänge für A, B und C liegen nicht global, sonden nur abschnittsweise vor. Sie stellen Resultate russischer Experimente dar, die für die vorliegende Studie nicht direkt, sondern über *Idel'cik* [12] zugänglich waren. Die Diagramme *Idel'ciks* lassen sich analytisch folgendermassen wiedergeben

$$A = \sqrt{2} \cdot \sin(\alpha/2) \quad , \quad 0 \leq \alpha \leq 180^\circ \; ; \qquad (15)$$

$$B = \frac{2}{(1+2R/D_h)^2} \quad , \quad R/D_h > 1/3 \; ; \qquad (16)$$

$$C = 1 + \frac{1}{3}(b/a - \sqrt{b/a}) \quad , \quad a > 0 \; . \qquad (17)$$

Für den kreisförmigen und nahezu quadratischen Querschnitt wird C=1, also

$$\xi_{kr} = \frac{2\sqrt{2} \cdot \sin(\alpha/2)}{(1+2R/D_h)^2} \; , \qquad (18)$$

eine Relation, die in Bild 11 dargestellt ist. Für den Spezialfall $\alpha = 90^\circ$ folgt aus (18)

$$\xi_{kr} = 2/(1+2R/D_h)^2 \; . \qquad (19)$$

Die Resultate gelten näherungsweise für den Druckkanal, wie sich anhand der Experimente von *Wasielewski* [31], den Richtlinien des Corps of Engineers [3], Messungen von *Sprenger* [29] und *Spalding* [28] nachweisen lässt, wie auch für offene Gerinne, die *Shukry* [27] eingehend behandelt. Bis heute liegen jedoch keine umfassenden theoretischen Berechnungen vor, die die hydraulische Ermittlung der Krümmerverluste zulassen. Kürzlich hat *Hager* [10] eine Abschätzung für kleine Umlenkungswinkel vorgenommen, in der eine quadratische Abhängigkeit des Verlustbeiwertes

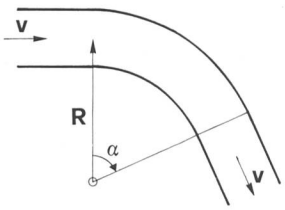


Bild 10. Die Geometrie des Kreiskrümmers.

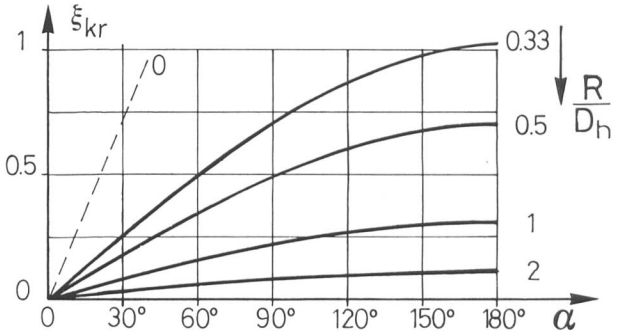


Bild 11. Der Verlustbeiwert in Kreiskrümmern ξ_{kr} in Abhängigkeit des Umlenkungswinkels α und des relativen Krümmungsradius R/D_h mit $D_h = D$ (kreisprofil) und $D_h = b/3$ (nahezu quadratisches Profil).

für kleine Umlenkungswinkel ermittelt wird. Für grössere Winkel α ist jedoch immer mit Ablösungszonen zu rechnen.

Der Kniekrümmer

Die schon erwähnten Arbeiten von *Matthew* [21] und *Hager* [10] beschäftigen sich auch mit Kniekrümmern, der entsprechende Verlustbeiwert ξ_{kn} wird dabei elementar berechnet. Obwohl grundsätzlich unterschiedliche Berechnungswege eingeschlagen werden, ergeben sich vergleichbare Resultate, die für Umlenkungswinkel $0 \leq \alpha \leq 180^\circ$ nur relativ geringe Abweichungen zeigen (Bild 12). Beide Ansätze lassen sich zudem genügend genau durch Experimente von *Levin* [19] und *Miller* [23] bestätigen, wobei in [21]

$$\xi_{kn} = \left(\frac{\sin\alpha + \cos\alpha - 1}{\cos\alpha}\right)^2 \qquad (20a)$$

und in [10]

$$\xi_{kn} = 2\{1 - \cos(3\alpha/4)\} \qquad (20b)$$

hergeleitet wurden.
Es lässt sich einfach zeigen, dass $\xi_{kn}(\alpha \to 0) \to \alpha^2$; im Gegensatz dazu folgt aus (18) für $R \to 0$ die Beziehung $\xi_{kr}(\alpha \to 0) \to \alpha$. Für kleine Umlenkungswinkel differieren somit die beiden Resultate, was bedeutet, dass (18) lediglich für $R/D_h > 1/3$ angewandt werden darf (in Bild 11 ist deshalb die Kurve für R=0 gestrichelt).
Die unterschiedliche Grössenordnung der Verlustbeiwerte in Kreis- und Kniekrümmern zeigt wiederum den wesentli-

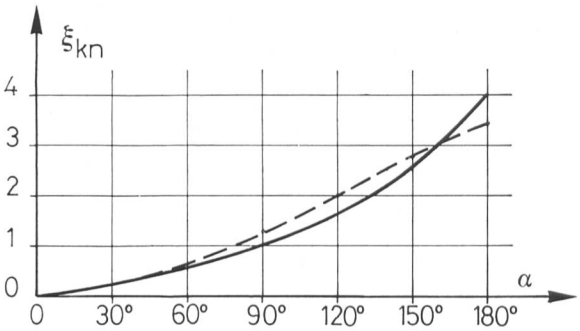


Bild 12. Der Verlustbeiwert ξ_{kn} in Kniekrümmern nach *Hager* [10] (gestrichelt) und *Matthew* [21] (ausgezogen) in Abhängigkeit des Umlenkungswinkels α.

chen Einfluss des «Ausrundungsradius» auf den Energiehaushalt der Strömung. Für Umlenkungswinkel $\alpha > 30°$ werden die ξ-Werte des ersten entschieden kleiner als für den zweiten, womit, falls möglich, $R/D_h > 1$ gewählt werden sollte. Für $R/D_h > 3$ verschwinden die Verluste näherungsweise.

Vereinigungen

Scharfkantige Vereinigungen lassen sich elementar behandeln, wobei insbesondere die Untersuchungen von *Favre* [4] und *Vischer* [30] erwähnenswert sind. Der zweite erhält

$$\xi_z = 1-2mq^2\cos\alpha_z-2(1-q)^2 n\cos\alpha_o+(mq)^2 \quad , \qquad (21)$$

$$\xi_o = 1-2mq^2\cos\alpha_z-2(1-q)^2 n\cos\alpha_o+\{n(1-q)\}^2 \qquad (22)$$

mit «z», «o» und «u» als Bezeichnung für den seitlich zukommenden, den Ober- und Unterwasserquerschnitt, $q=Q_z/Q_u$ als Mengenverhältnis des Zulauf- und Unterwasserquerschnitts, α_z und α_o als entsprechende Einleitungswinkel und $m=F_u/F_z$, $n=F_u/F_o$ als Flächenverhältnisse (Bild 13).
Für den Spezialfall $n=1$ ($F_o=F_u$) und $\alpha_o=0$ werden die Resultate von *Favre* und *Vischer* identisch und lauten

$$\xi_z = -1+4q+q^2(m^2-2m\cos\alpha_z-2) \quad , \qquad (23)$$

$$\xi_o = q\{2-q(1+2m\cos\alpha_z)\} \qquad (24)$$

wobei

$$\xi_z = \frac{H_z-H_u}{v_u^2/2g} \quad , \quad \xi_o = \frac{H_o-H_u}{v_u^2/2g} \quad . \qquad (25)$$

Insgesamt werden die Verlustbeiwerte nach (21) und (22) durch 5 voneinander unabhängige Parameter beeinflusst. Wir beschränken uns bei der graphischen Auswertung auf die Spezialfälle a) $\alpha_o=0$, $\alpha_z=90°$, $n=1$ und b) gleiche Winkel mit $F_o+F_z=F_u$ (entsprechend $1/m+1/n=1$) (Bild 14).
Für den dritten Spezialfall mit $v_o=v_z=v_u$, entsprechend $mq=n(1-q)=1$ folgt nach (21) und (22)

$$\xi_z = \xi_o = 2\{1-q\cos\alpha_z-(1-q)\cos\alpha_o\} \quad . \qquad (26)$$

Als vierten Spezialfall betrachten wir die symmetrische Vereinigung mit $\alpha_o=\alpha_z$. Für identische Zulaufgeschwindigkeiten, gleichbedeutend mit $mq=n(1-q)$, folgt unmittelbar aus (21) und (22)

$$\xi_z = \xi_o = 1-2mq\cos\alpha_z+(mq)^2 \quad . \qquad (27)$$

Vischer [30] untersucht eine Reihe weiterer Fälle sowie geometrische Anordnungen mit minimalen Energieverlusten. Bezüglich des Einleitungswinkels ergibt $\alpha_o=\alpha_z=0$ minimale Verlustbeiwerte. Als optimale Flächenverhältnisse errechnet er

$$m_{opt} = \cos\alpha_z/q \quad , \quad n_{opt} = \cos\alpha_o/(1-q) \; ; \qquad (28)$$

diese Anforderungen lassen sich infolge variablen Durchflusses in der Praxis meistens nicht realisieren. Die einzig verbleibende Möglichkeit zur Reduzierung des ξ-Wertes besteht deshalb in der Ausrundung aller Kanten.
Webber and *Greated* [32] untersuchen die Freispiegelvereinigung anhand des Impulssatzes, während *Blaisdell* und *Manson* [1], denen die Arbeit *Vischers* offensichtlich unbekannt ist, vereinfachte Beziehungen für den Wasserspiegelverlauf aufstellen. Durch Experimente wird nachgewiesen, dass der Einfluss der Reynolds-Zahl auf die Verlustbeiwerte vernachlässigbar ist; sie kommen ferner zum Schluss, dass die Gleichungen von *Gardel* [6] ihren Experimenten am nächsten kommen. Diese gelten zugleich für Vereinigungen wie für Trennungen und berücksichtigen den Einfluss der Ausrundungsradien. In einer zweiten Untersuchung [7] werden Resultate für weitere geometrische Anordnungen mitgeteilt, weshalb insbesondere diese Auswertungen für Detailuntersuchungen vorteilhaft angewandt werden können. Für die vorliegende Studie begnügen wir uns jedoch mit den Resultaten *Vischers,* da sie die zu erwartenden Verhältnisse durch einfache Beziehungen wiedergeben.
Milano und *Sassoli* [22] untersuchen die Freispiegelvereinigung und bestätigen (21) und (22) bei Abflüssen mit unveränderlichem Fliesszustand. Den eigentlichen Nachweis dieses Zusammenhangs zwischen den örtlichen Verlusten in Druck- und Freispiegelkanälen liefert *Hager* [9], der durch elementare hydraulische Berechnungen einer Freispiegelvereinigung in Kanalisationsschächten die zu erwartenden Abflusszustände beschreibt und dabei nachweist, dass die gewonnenen Resultate einer Verallgemeinerung der Gleichungen (21) und (22) gleichkommen.

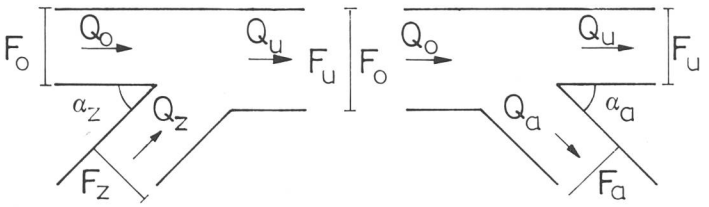


Bild 13. Die scharfkantige Vereinigung (links) und Trennung (rechts).

Trennungen

Stromtrennungen nach Bild 13 sind die Umkehrung von Vereinigungen, trotzdem lassen sich die Resultate der zweiten nicht in einfacher Weise auf die erste übertragen. Insbesondere ist die mittlere, massgebende Abzweigungsrichtung unbekannt, sie muss durch eine zusätzliche Beziehung in Abhängigkeit des Oberwasserzustandes und der Geometrie der Abzweigung ermittelt werden. Kanal- und Druckrohrverzweigungen besitzen bezüglich des Fliessvorgangs grosse Ähnlichkeit mit sogenannten Verteilkanä-

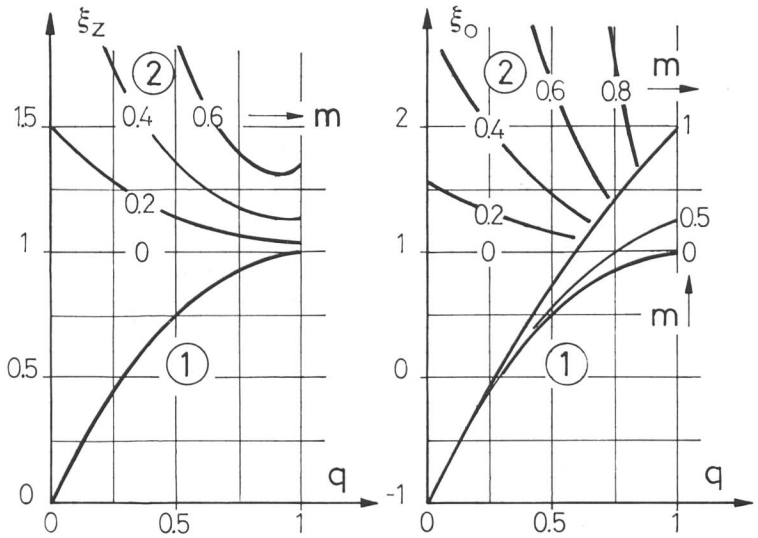


Bild 14. Verlustbeiwerte ξ_z und ξ_o für durchgehenden Hauptstrang ($\alpha_o=0$) und senkrechte seitliche Einleitung ($\alpha_z=90°$) mit $m=F_u/F_z$ und ①$F_o=F_u$; ②$F_o+F_z=F_u$.

len, also offenen Kanälen mit seitlichen Öffnungen, die ausführlich in [8] untersucht werden. Für die dortigen Berechnungen wird jedoch lediglich der ξ-Wert des durchgehenden Stranges benötigt, weshalb zusätzliche Studien für Verzweigungen im vorliegenden Sinne durchgeführt worden sind [10]. Mit

$$\xi_u = \frac{H_o - H_u}{v_o^2/2g} \quad , \quad \xi_a = \frac{H_o - H_a}{v_o^2/2g} \tag{29}$$

ergibt sich für die Verlustbeiwerte des durchgehenden «u»- und abzweigenden «a»-Stranges

$$\xi_u = q(q - \tfrac{1}{2}) \quad , \tag{30}$$

$$\xi_a = 1 - 2q\cos(3\alpha/4) + q^2 \tag{31}$$

wobei $q = Q_a/Q_o$, also $0 \leq q \leq 1$ und $\alpha = \alpha_a$ nach Bild 13 entsprechen.

Die ersten und richtungsweisenden experimentellen Untersuchungen von Trennungen unternahm ebenfalls *Favre* [4]; er wendet insbesondere den Impulssatz neben *Böss* [2] und *Koch* [16] erfolgreich auf relativ komplizierte Strömungsvorgänge an. Die schon erwähnten Experimente von *Gardel* [6] und *Gardel* und *Rechsteiner* [7] liefern ebenfalls für Stromtrennungen reiche Grundlagequellen. Ergänzungen zum rechtwinkligen Abgang vom Hauptrohr verdanken wir *Iwanami* et al. [14] sowie *Ito* und *Imai* [13], wobei sich die ersten insbesondere mit theoretischen, die zweiten jedoch mit experimentellen Aspekten des Verzweigungsvorganges beschäftigen. Neben diesen Untersuchungen in Drucksystemen sind auch die umfassenden Studien *Mocks* [24] in Freispiegeltrennungen erwähnenswert. Er gelangt experimentell zu einfachen Beziehungen für die Verlustbeiwerte, die sich analytisch durch

$$\xi_u = \frac{4q}{5}(q - \tfrac{1}{2}) \quad , \tag{33}$$

$$\xi_a = 1 - \frac{5q}{4} + \frac{29q}{40}(1+q^2)\tan(\alpha/2) \tag{32}$$

ausdrücken lassen und nur geringfügig von (30) und (31) abweichen. Es ist zu beachten, dass sowohl die theoretischen wie die experimentellen Beziehungen für unveränderliche Querschnittsflächen gelten, $F_o = F_u = F_a$, und dass $\alpha_o = 0$ vorausgesetzt wurde. Es erscheint bemerkenswert, dass ξ_u in (30) und (32) denselben Aufbau haben und unabhängig vom Abzweigungswinkel α_a sind. Für kleine relative Abzweigedurchflüsse, $q < ½$, wird der zugehörige Verlustbeiwert negativ. Diese Anomalie lässt sich durch die in Verzweigungen typische Geschwindigkeitsentwicklung erklären [8]. Bild 15 zeigt die Auswertung der Beziehungen (32) und (33) für übliche Abzweigungswinkel und Mengenverteilungen.

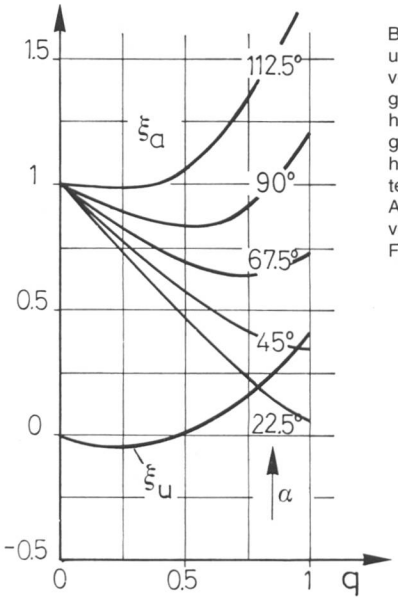


Bild 15. Verlustbeiwerte ξ_u und ξ_a nach Experimenten von *Mock* [24] in Trennungen bezüglich des durchgehenden «u» und abzweigenden «a» Stranges in Abhängigkeit der Mengenverteilung $q = Q_a / Q_o$ und des Abzweigewinkels α für unveränderliche Querschnitte $F_o = F_u = F_a$.

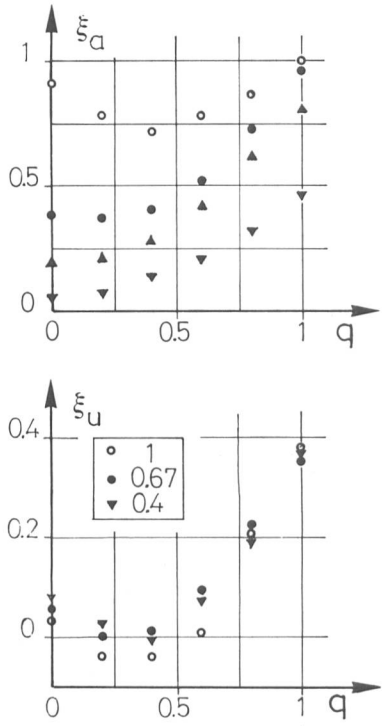


Bild 16. Der Einfluss des Flächenverhältnisses F_a/F_o bei $F_o = F_u$ auf die Verlustbeiwerte ξ_a (oben) und ξ_u (unten) nach Versuchen von *Gardel* [6] für rechtwinklige Abzweigungen.

Die sicherlich umfassendsten Experimente in Druckleitungsverzweigungen werden in [6] und [7] vorgestellt (insgesamt liegen über 6000 Einzelmessungen an 33 verschiedenen Profiltypen vor). Für prismatische Verzweigungen ($F_o = F_u = F_a$) werden die oben mitgeteilten Formeln bestätigt. Bild 16 erlaubt die Abschätzung des Einflusses des Flächenverhältnisses F_a/F_o bei konstantem, durchgehendem Strang $F_o = F_u$ und geringen Ausrundungsradien. Daraus ist ersichtlich, dass sich ξ_u bei $0{,}4 \leq F_a/F_o \leq 1$ fast unmerklich ändert. Im Gegensatz dazu besitzt dasselbe Flächenverhältnis einen nicht vernachlässigbaren Einfluss auf ξ_a (Bild 16). Nach *Idel'cik* [12] gilt für

$$\xi_a = A\{1 - 2q\cos\alpha(F_o/F_a) + (qF_o/F_a)^2(1-K)\} \tag{34}$$

mit $K=0$ und $A=0{,}85$ für $F_o = F_u$ und $F_o < F_u + F_a$ sowie $K = \sin^3\alpha$ und $A=1$ für $F_o = F_u + F_a$. Für den Spezialfall $F_o = F_u = F_a$ reduziert sich (34) auf

$$\xi_a = 0.85(1 + q^2 - 2q\cos\alpha) \quad , \tag{35}$$

eine Beziehung, die (31) sehr ähnlich ist. Gegenüber Bild 15 treten jedoch für $\alpha > 45°$ grössere Abweichungen auf; die durch Experimente belegte Beziehung (33) sollte deshalb für diesen Fall derjenigen nach *Idel'cik* vorgezogen werden. Durch Verkleinerung des abgehenden Querschnitts, $F_a/F_o < 1$, lassen sich die Verluste ξ_a reduzieren. Für den Spezialfall $v_o = v_a$, gleichbedeutend mit $q = F_a/F_o$, entsteht aus (34).

$$\xi_a = 2(1 - \cos\alpha) - \sin^3\alpha \ . \tag{36}$$

Diese vom Mengenverhältnis unabhängige Relation ist für typische Abzweigewinkel in Tabelle 2 ausgewertet.

Tabelle 2. Der Verlustbeiwert ξ_a für $v_o=v_a$.

α_a	15°	30°	45°	60°	75°	90°	135°	180°
ξ_a	0,05	0,14	0,23	0,35	0,58	1,0	3,06	4,0

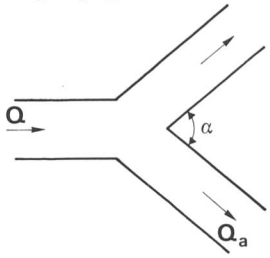
Diese Verluste sind kleiner als die entsprechenden nach Bild 15. Durch Anpassung des Ablaufquerschnitts F_a an die Strömungsverhältnisse lassen sich deshalb die Energieverluste minimalisieren. Eine zusätzliche Reduzierung aller ξ-Werte wird dabei durch zusätzliche Abrundung aller Ecken gewonnen.

Weitere Angaben zum Energiehaushalt in Verzweigungen beschreiben *Law* und *Reynolds* [18] (lokale Erscheinungen in Freispiegelverzweigungen), während *Rao* et al. [26] sich insbesondere mit Ablösungseinflüssen befassen. Zusammenfassend liegt heute eine reiche Literaturauswahl zu Abflüssen mit seitlichem Zu- und Ausfluss vor, bezüglich der Verlustbeiwerte lassen sich relativ klare Angaben formulieren, und der Strömungsvorgang ist im wesentlichen geklärt.

Symmetrische Trennungen

Die symmetrische Trennung ist ein Spezialfall der oben beschriebenen Abzweigung, in der $\alpha_u=\alpha_a=\alpha\neq 0$ (Bild 17).

Bild 17. Die symmetrische Abzweigung.



Marchetti und *Noseda* [20] beziehen den Verlustbeiwert wiederum auf die Energiehöhe im Zulaufquerschnitt und untersuchen die Fälle $\alpha=60°$, 90°, 120°, 150° und 180°. Zuerst weisen sie nach, dass die Reynolds-Zahl den Verlustbeiwert nur unwesentlich beeinflusst, um anschliessend die ξ_s-Werte in Abhängigkeit des Trennungswinkels und der Mengenverteilung $q=Q_a / Q_o$ zu ermitteln (Bild 18). Daraus geht hervor, dass die Verlustbeiwerte in etwa proportional mit dem Winkel α zunehmen. Zudem stellen sich für gegebene Verzweigungswinkel Minimalwerte ein, die durch

$$\xi_{min} = \frac{3}{5}(1-q^2) \qquad (37)$$

näherungsweise wiedergegeben werden. Wie sich einfach zeigen lässt, besitzen auch die ξ-Werte nach (31) (Trennungen) Minimalwerte, die der Beziehung

$$\xi_{min} = 1-q^2 \qquad (38)$$

gehorchen und somit lediglich durch eine Konstante von (37) verschieden sind. Vergleicht man zudem Bilder 15 und 18, so erkennt man eine Analogie zwischen symmetrischen und einseitigen Verzweigungen.

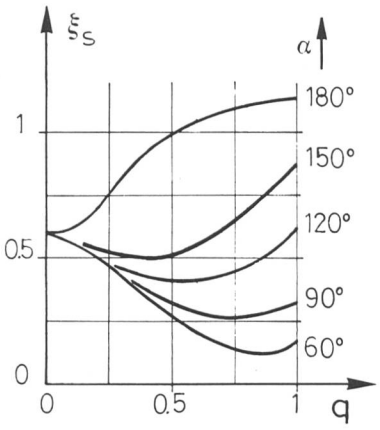


Bild 18. ξ-Wert in symmetrischen Verzweigungen in Abhängigkeit der Mengenverteilung $q=Q_a/Q_o$ und des Trennungswinkels α.

Schlussfolgerungen

Die vorliegende Untersuchung vermittelt eine Übersicht über die wichtigsten lokalen Verlustbeiwerte in Rohren und Gerinnen. Damit sollen Unterlagen für konkrete Berechnungen vorgelegt werden, die den Strömungsvorgang immerhin näherungsweise nachbilden. Aufgrund dieser Zielsetzung sind lediglich die wichtigsten Fälle diskutiert worden, namentlich Ein- und Ausläufe, Verengungen und Erweiterungen, Kreis- und Kniekrümmer sowie Vereinigungen und Trennungen. Für spezielle Ausführungen liegt ein umfassendes Literaturverzeichnis vor, das die Auffindung der entsprechenden Werte erlaubt. Die Resultate sind sowohl diagrammhaft ausgewertet als auch funktional dargestellt. Es ist dabei insbesondere auf die Referenzgeschwindigkeit zu achten, auf die diese Resultate bezogen sind.

Als wichtigste Folgerungen lassen sich erwähnen:

1. Obwohl bis heute theoretisch noch nicht bewiesen, sprechen eine Vielzahl von Indizien für eine qualitative Übereinstimmung der Verlustbeiwerte in Druck- und Freispiegelkanälen, falls in den zweiten Wassersprünge ausgeschlossen werden.
2. Der Einfluss der Reynolds-Zahl ist für vollturbulente Strömungen in den untersuchten Elementen vernachlässigbar. Der Verlustbeiwert lässt sich deshalb allein in Abhängigkeit von geometrischen Kenngrössen, und bei lokal veränderlichem Durchfluss, als Funktion des Mengenverhältnisses angeben.
3. ξ-Werte geben lediglich Auskunft über die zusätzlichen Verluste, es lassen sich insbesondere keine Rückschlüsse auf den örtlichen Verlauf der Druck- oder Wasserspiegellinie ziehen.
4. Bis heute sind verschiedene hydraulische Berechnungen für Verlustbeiwerte geglückt. Entsprechende Studien fehlen allerdings noch für Diffusoren und Kreiskrümmer. Um den Strömungsvorgang seinem Wesen nach zu erklären, sind diese Berechnungen von entscheidender Aussagekraft. Neben der eingehenderen, experimentellen Untersuchung noch fehlender Anordnungen muss dieser Aspekt zu einem der zukünftigen, hydraulischen Forschungsobjekte erklärt werden.

Anhang

Um eine Grössenordnung der Verlustbeiwerte ξ unmittelbar vor Augen zu haben, ist auf den nächsten zwei Seiten eine Zusammenfassung der wichtigsten Resultate gegeben. Es ist jedoch darauf zu achten, dass bei deren Anwendung die im Hauptteil gegebenen Voraussetzungen eingehalten werden.

Literaturnachweis

[1] *Blaisdell, F. W., Manson, P. W.*, «Energy loss at pipe junctions», Proc. ASCE, J. Irrigation and Drainage, Vol. 93, 1967, IR3, pp. 59–78; Vol. 94, 1968, IR2, pp. 280–282, IR4, pp. 523–525; Vol. 96, 1970, IR2, pp. 218–222.

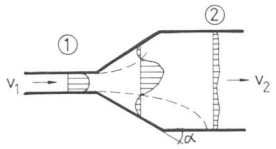
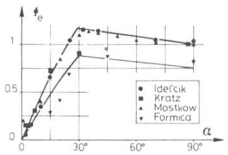
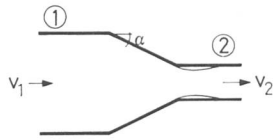
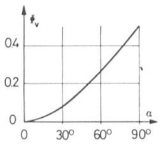
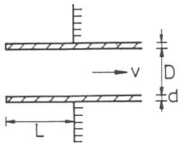
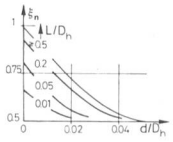
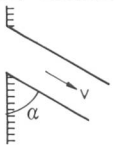
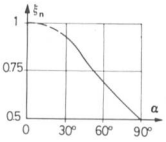
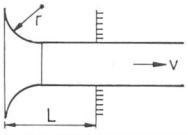
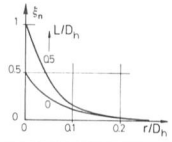
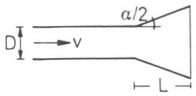
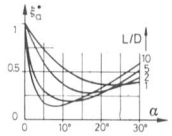
[2] *Böss, P.*, «Berechnung der Wasserspiegellage beim Wechsel des Fliesszustandes», Springer, Berlin 1919.

[3] Corps of Engineers, «Hydraulic design criteria», US-Army Engineer Experiment Station, Vicksburg, Mississippi.

[4] *Favre, H.*, «Sur es lois régissant le mouvement des fluides dans les conduites en charge avec adduction latérale», Revue Universelle des Mines, Vol. 8, 1937, pp. 502–512.

[5] *Formica, G.*, «Esperienze preliminari sulle perdite di carico nei canali dovute a cambiamenti di sezione», L'Energia Elettrica, Vol. 32, 1955, pp. 554–567.

[6] *Gardel, A.*, «Les pertes de charge dans les écoulements au travers de branchements en té», Bull. Tech. Suisse Romande, Vol. 83, 1957, Nr. 9, pp. 123–130; Nr. 10, pp. 143–148.

Typ	Formel	Diagramm
1.1. Erweiterung 	$\xi_e = \frac{\Delta H}{V_1^2/2g} = \Phi_e \cdot (1 - F_1/F_2)^2$ Kurve oben, ξ_e Rohr Kurve unten, ξ_e Kanal	
1.2. Verengung 	$\xi_v = \frac{\Delta H}{V_2^2/2g} = \Phi_v \cdot (1 - F_2/F_1)^2$	
2.1. Einlauf Gerader Einlauf 	$\xi_n = \frac{\Delta H}{V^2/2g} = \xi_n(\frac{d}{L}, \frac{L}{D_h})$ $D_h = 4R_h$, R_h hydraulischer Radius	
Schräger Einlauf 	$\xi_n = \frac{\Delta H}{V^2/2g} = \xi_n(\alpha)$	
Ausgerundeter Einlauf 	$\xi_n = \frac{\Delta H}{V^2/2g} = \xi_n(\frac{r}{D_h}, \frac{L}{D_h})$ $D_h = 4R_h$, R_h hydraulischer Radius	
2.2. Auslauf konisch erweitert 	$\xi_a = \frac{\Delta H}{V^2/2g} = (1+\sigma)\xi_a^*$ $= \xi_a(\alpha, \frac{L}{D})$ σ nach Tabelle 1	

Bezeichnungen

a	Profilhöhe
A	Hilfsfunktion
b	Profilbreite
B	Hilfsfunktion
C	Hilfsfunktion
d	Wandstärke
D	Durchmesser
D_h	hydraulischer Durchmesser
E	Energie
F	Querschnittsfläche
g	Erdbeschleunigung
H	Energiehöhe
ΔH	lokaler Energieverlust
ΔH_{tot}	totaler Energieverlust
K	Beiwert
L	Länge
m	Flächenverhältnis
n	Flächenverhältnis
p	Druck
P	benetzter Umfang
Q	Durchfluss
r	Ausrundungsradius
R	Krümmungsradius
R_h	hydraulischer Radius
v	Geschwindigkeit
z	vertikale Lagekoordinate
α	Umlenkungswinkel
ξ	Verlustbeiwert
ξ_e	– Erweiterung
ξ_v	– Verengung
ξ_n	– Einlauf
ξ_a	– Auslauf
ξ_a^*	– Auslauf, Korrektur
ξ_{kr}	– Krümmer
ξ_{kn}	– Knie
ξ_o	– Vereinigung, oben
ξ_z	– Vereinigung, zu
ξ_u	– Trennung, unten
ξ_a	– Trennung, ab
ξ_s	– symmetrische Trennung

[7] *Gardel, A., Rechsteiner, G.F.*, «Les pertes de charge dans les branchements en té des conduites de section circulaire», Bull. Techn. Suisse Romande, Vol. 96, 1970, Nr. 25.

[8] *Hager, W.H.*, «Die Hydraulik von Verteilkanälen», Diss. ETHZ, Nr. 6948, 1981.

[9] *Hager, W.H.*, «Die Hydraulik von Vereinigungsbauwerken», GWA, Vol. 62, 1982, Nr. 7 pp. 282–288.

[10] *Hager, W.H.*, «An approximate Treatment of flow in branches and bends», Proc. Inst. Mech. Engrs., Vol. 198 C, 1984 pp. 63–69.

[11] *Hager, W.H.*, «Abflusseigenschaften in offenen Kanälen», SIA, erscheint demnächst.

[12] *Idel'cik, I.E.*, «Memento des pertes de charge», Eyrolles, Paris, 1968.

[13] *Ito, H., Imai, K.*, «Energy losses at 90° pipe junctions», proc. ASCE, J. Hydraulics Division, Vol. 99, 1973, HY9, pp. 1353–1368; Vol. 100, 1974, HY8, pp. 1183–1185, HY9, pp. 1281–1283, HY10, pp. 1491–1493; Vol. 101, 1975, HY6, pp. 772–774.

[14] *Iwanami, S., Suu, T., Kato, H.*, «Study on flow characteristics in right-angled pipe fittings», Bull. JSME, Vol. 12, 1969, Nr. 53, pp. 1041–1050.

[15] *Knapp, F.H.*, «Ausfluss, Überfall und Durchfluss im Wasserbau», Karlsruhe 1960, Verlag G. Braun.

[16] *Koch, A.*, «Von der Bewegung des Wassers und den dabei auftretenden Kräften», Springer, Berlin 1926.

[17] *Kratz, A., Fellows, J.R.*, «Pressure losses from changes in cross-sectional area air ducts», Bull. Univ. Illinois, Engr. Exp. Station, Vol. 35.

[18] *Law, S.W., Reynolds, A.J.*, «Dividing flow in an open channel», Proc. ASCE, J. Hydraulics Division, Vol. 92, 1966, HY2, pp. 207–231, HY5, pp. 278–279, HY6, pp. 237–239; Vol. 93, 1967, HY2, pp. 52–56, HY5, pp. 294–297.

[19] *Levin, L.*, «Formulaire des conduites oléoducs et conduites d'aération», Dunod, Paris 1968.

[20] *Marchetti, M., Noseda, G.*, «Perdite di carico nelle biforcazioni simmetriche a diametro constante, delle condotto forzate», L'Energia Elettrica, Vol. 37, 1960, Nr. 4, pp. 289–301.

[21] *Matthew, G.D.*, «Simple approximate treatment of certain incompressible duct flow problems involving separation», J. Mech. Engrs. Science, Vol. 17, 1975, Nr. 2, pp. 57–64; Vol. 18, 1976, Nr. 3, pp. 164–166.

[22] *Milano, V., Sassoli, F.*, «Ricerca sperimentale sulle confluenze fluviale in regime permanente», L'Energia Elettrica, Vol. 54, 1977, Nr. 11. pp. 497–508.

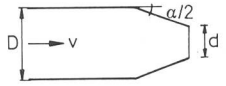
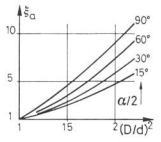
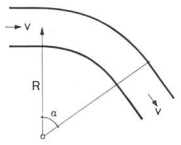
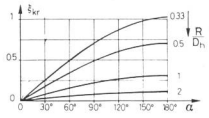
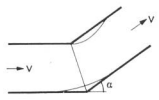
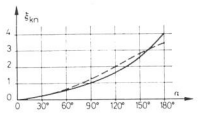
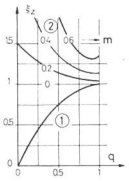
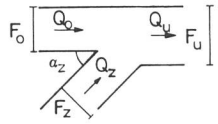
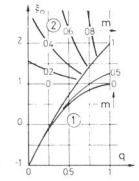
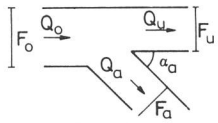
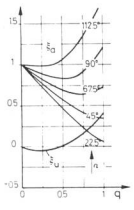
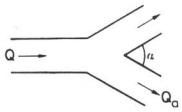
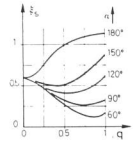
[23] *Miller, D.S.*, «Internal flow–a guide to losses in pipe and duct systems», BHRA, Cranfield 1971.

[24] *Mock, F.-J.*, «Strömungsvorgänge und Energieverluste in Verzweigungen von Rechteckgerinnen», Diss., TU Berlin, Mittl. Nr. 52, Berlin 1960.

Bezeichnungen (Fortsetzung)

Φ_e Beiwert Erweiterung
Φ_v Beiwert Vereinigung
σ Korrekturfaktor

Die Indizes «1» und «2» bezeichnen den Ober- und Unterwasserquerschnitt, zwischen denen sich ein zusätzlicher Verlust ΔH einstellt. Die Indizes «o», «z» und «u», «a» beziehen sich auf Vereinigungen und Trennungen und bezeichnen Oberwasser- und Zulaufquerschnitt sowie Unterwasser- und (seitlichen) Auslaufquerschnitt.

Typ	Formel	Diagramm
konisch verengt 	$\xi_a = \frac{\Delta H}{V^2/2g} = \xi_a(\frac{D}{d},\alpha)$	
3. Krümmer		
3.1. Kreiskrümmer 	$\xi_{kr} = \frac{\Delta H}{V^2/2g} = \xi_{kr}(\frac{R}{D_h},\alpha)$ Diagramm gültig für nahezu kreisförmigen Querschnitt	
3.2. Kniekrümmer 	$\xi_{kn} = \frac{\Delta H}{V^2/2g} = \xi_{kn}(\alpha)$	
4. Vereinigung		
4.1. Typ $F_o=F_u$ ①	$\xi_o = \frac{\Delta H_{o\to u}}{V_u^2/2g} = \xi_o(m,q)$	
4.2. Typ $F_o+F_z=F_u$ ② 	$\xi_z = \frac{\Delta H_{z\to u}}{V_u^2/2g} = \xi_z(m,q)$ $m = F_u/F_z, q = Q_z/Q_u$ Diagramme für $\alpha_o=0$ und $\alpha_z=90°$!	
4.3. Typ $F_o=F_u=F_z$	siehe Gl. (23),(24)	
5. Trennung		
5.1. Typ $F_o=F_u=F_a, \alpha_a=0$ 	$\xi_d = \frac{\Delta H_{o\to u}}{V_o^2/2g}$ $\xi_a = \frac{\Delta H_{o\to a}}{V_o^2/2g}$	
5.2. Typ $F_o=F_u=F_a, \alpha_u=\alpha_a$ 	$\xi_s = \xi_s(q,\alpha)$ $\alpha = 2\alpha_u,\ q = Q_u/Q$	

[25] *Mostkow, M.A.*, «Handbuch der Hydraulik», VEB-Verlag Technik, Berlin 1956.

[26] *Rao, N.S.L., Sridharan, K., Baig, M.Y.A.*, «Experimental study of the division of flow in open channels», Conf. Hydraulics and Fluid Mechanics, The Institution of Engineers, Australia, 1968.

[27] *Shukry, A.*, «Flow around bends in an open channel», Trans. ASCE, Vol. 115, 1950, pp. 751–788.

[28] *Spalding, W.*, «Versuche über den Strömungsverlust in gekrümmten Leitungen», Zeitschrift VdI, Vol. 77, 1933, Nr. 6, pp. 143–148.

[29] *Sprenger, H.*, «Druckverluste in 90°-Krümmern für Rechteckrohre», SBZ, Vol. 87, 1969, Nr. 13, pp. 223–231.

[30] *Vischer, D.*, «Die zusätzlichen Verluste bei Stromvereinigungen in Druckleitungen», Diss., 147. Arbeit aus dem Th.-Rehbock-Laboratorium, TH Karlsruhe, 1958.

[31] *Wasielewski, R.*, «Verluste in glatten Rohrkrümmern mit kreisförmigem Querschnitt», Mittl. Hydraulisches Institut TH München, Heft 5, 1932.

[32] *Webber, N.B., Greated, C.A.*, «An investigation of flow behaviour at the junction of rectangular channels», Proc. Inst. Civil Engrs., Vol. 34, 1966, pp. 321–334; Vol. 36, pp. 231–232.

Verdankungen
Die vorliegende Untersuchung ist aus einer internen Forschungsarbeit des Ingenieurbüros Kuster & Hager AG, Zürich, entstanden. Die Durchsicht des Manuskripts verdanke ich den Herren *H. Weyermann* und *K. Hager*, dipl. Bauingenieure HTL.

Adresse des Verfassers: Dr. *Willi H. Hager*, Chaire de Constructions Hydrauliques, CCH, Génie Civil, GC, EPFL, CH-1015 Lausanne.