... und raus bist du! : Zum Verhältnis von Spieltheorie und Wirklichkeit

Autor(en): **Ostermann, Ralph**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Wechselwirkung : Technik Naturwissenschaft Gesellschaft**

Band (Jahr): **2 (1980)**

Heft 7

PDF erstellt am: **27.05.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-653510

Nutzungsbedingungen

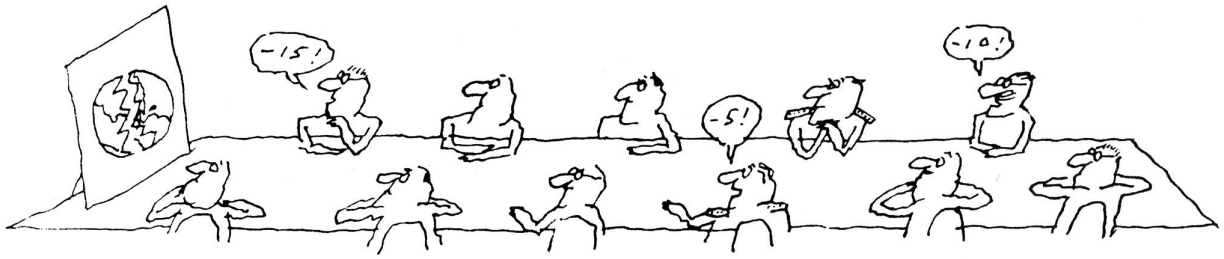
Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.
Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.
Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Ein Dienst der *ETH-Bibliothek*
ETH Zürich, Rämistrasse 101, 8092 Zürich, Schweiz, www.library.ethz.ch

http://www.e-periodica.ch



Ralph Ostermann

... und raus bist Du!

Zum Verhältnis von Spieltheorie und Wirklichkeit

„Diese Axiome sind freie Schöpfungen des menschlichen Geistes.“, ließ sich A. Einstein 1921 über das Verhältnis von *„Geometrie und Erfahrung“* aus.* Dieser Standpunkt wird inzwischen – wie ich meine zu recht – in Zweifel gezogen. Selbst innerhalb der Mathematik gibt es Richtungen wie den Intuitionismus und den Konstruktivismus, die den herrschenden Formalismus kritisieren. Aber der Mathematik selber gelingt es immer wieder, sich als absolut frei und voraussetzungslos darzustellen. Die Wissenschaftsgeschichte versucht auch nicht, für die Zeit seit dem 19. Jahrhundert Wechselwirkungen zwischen Mathematik und gesellschaftlicher Realität nachzugehen. Dieser Artikel ist der Versuch, an einem Beispiel aus der Mathematik des 20. Jahrhunderts – der Spieltheorie – zu zeigen, daß gesellschaftliche Bedürfnisse, Wertvorstellungen und Interpretationen der gesellschaftlichen Wirklichkeit in die Entstehung einer mathematischen Theorie hineingreifen. Die Spieltheorie wird nicht dadurch „ideologisch“, daß sie z.B. Modelle bereitstellt, mit deren Hilfe die Amerikaner versucht haben, Antiguerilla – Strategien für den Vietnam-Krieg zu entwickeln. Das Problem liegt schon darin, wie die Spieltheorie ihre grundlegende Begriffe wie z.B. „rationales Verhalten“ oder „Nutzen“ definiert.

Schere – Stein – Papier

Als Gerd und Alfred zusammen in Frankreich Campen waren, konnten sie sich immer nicht einigen, wer den Müll wegbringen oder kochen sollte. Sie kamen auf die Idee, darum zu knobeln: Sie spielten Schere – Stein – Papier. Schere besiegt Papier, Papier besiegt Stein, Stein besiegt Schere. (Auf die Dauer wird das natürlich langweilig und deshalb gingen die beiden bald zu „Lügen“ über. Um sich aber zu überlegen, wie man solche Spiele formalisieren kann, ist ein einfaches Beispiel ganz anschaulich.) Eine Art, dieses Knobelspiel darzustellen, ist mithilfe einer Matrix:

Gerd \ Alfred	Schere	Stein	Papier
Schere	0	-1	1
Stein	1	0	-1
Papier	-1	1	0

Eine Null in der Diagonalen bedeutet also ein Unentschieden, eine -1 heißt, Gerd verliert, 1 heißt, Gerd gewinnt. Natürlich müssen beide Spieler ehrlich sein, keiner darf warten, bis der andere seine Hand vorgestreckt hat, denn dann kann er immer ein Symbol wählen, mit dem er gewinnt. Wenn sie beide gleichzeitig vorzeigen, gibt es für beide keine optimale Strategie, d.h. keiner kann durch die Wahl eines Symbols den Spielausgang so beeinflussen, daß er nicht verliert bzw. sicher gewinnt – vorausgesetzt man läßt psychologische Tricks usw. außer acht. (Wenn man in Wirklichkeit spielt, spielt man ja meistens mehrmals hintereinander, und es kommt gerade auf diese Tricks an; in unserem Modell wird man dann evtl. verschiedene Wahrscheinlichkeiten für die Wahl bestimmter Symbole einführen müssen.) Man könnte aber auch in der Matrix die Zahlen als Geldzahlungen interpretieren (0 – keine Zahlungen, 1 Gerd bekommt 1 Franc von Alfred, -1 umgekehrt), und wenn man sich neue Regeln ausdenkt, auch andere Zahlungen für die jeweiligen Symbolkombinationen vereinbaren.

Eine solche Matrix könnte dann so aussehen:

Gerd Strategie Nr. \ Alfred Strategie Nr.	1	2	3
1	5	1	3
2	3	2	4
3	-3	0	1

Betrachten wir Gerds Strategien nacheinander: In der ersten kann er höchstens 5, mindestens 3 Einheiten gewinnen, mit der zweiten höchstens 4 und mindestens 2, mit der dritten Strategie gewinnt er höchstens 1, kann aber auch 3 verlieren. Er wird sich überlegen: Wenn Alfred weiß, welche Strategie ich wähle, wäre es falsch, wenn ich die erste nehmen würde, denn er kann dann einfach seine zweite nehmen, und statt der erhofften 5 Einheiten gewinne ich nur eine. Meine dritte Strategie ist die Schlechteste, denn selbst im besten Fall (das ist wenn Alfred seine dritte Strategie wählt) gewinne ich mit 1 Einheit noch weniger als im schlechtesten Fall, wenn ich meine Strategie Nr. 2 nehme. Und Alfred wird ebenso vorgehen: Wenn ich Strategie 1 nehme, kann ich sogar 3 Einheiten gewinnen, aber Gerd braucht nur seine erste Möglichkeit zu wählen, und ich verliere 5. Bei Strategie 3 ist für mich der größtmögliche Verlust 4 Einheiten, bei Strategie Nr. 2 nur 2. Alfred spielt also auch seine zweite Strategie. Für beide Spieler gibt es also eine optimale Strategie; sie verhalten sich in dem Sinne rational, daß Gerd die Strategie nimmt, mit der sein sicherer Gewinn – was er also als Minimum unabhängig von der Wahl Alfreds Strategie gewinnen kann – möglichst hoch wird; Alfred versucht dagegen, den Höchstbetrag, den er an Gerd zahlen muß, möglichst klein zu halten.

* In: Sitzungsbericht der Preußischen Akademie der Wissenschaften, 1921, S. 124

Hier setzen jetzt einige zentrale Fragen der Spieltheorie an: Wenn eine solche Matrix vorgegeben ist, gibt es dann optimale Strategien, welche sind das? Was passiert, wenn das Spiel oft hintereinander ausgeführt wird; wäre dann eine bestimmte Kombination von Wahrscheinlichkeiten, mit der jeder Spieler seine Strategien auswählt, günstiger, als wenn er immer dieselbe nimmt? Macht es einen Unterschied, ob die Wahl des Gegners bekannt ist oder nicht? Wenn ein Spiel aus mehreren verschiedenen Zügen besteht, für die die einzelnen Matrizen bekannt sind, wie sieht dann die gesamte Matrix für das Spiel aus?
Ich will jetzt aber nicht weiter in die mathematischen Fragestellungen eindringen, sondern vielmehr auf Voraussetzungen und Grundlagen der Spieltheorie eingehen:

1. Wie hat sich aus der Behandlung von Gesellschaftsspielen eine mathematische Theorie entwickelt? Hinter dieser Frage steckt die Hypothese, daß die Entwicklung der Mathematik nicht nur innermathematisch zu erklären ist. Immer wieder kommen Impulse von „außen", werden gesellschaftliche Bedürfnisse an die Mathematik herangetragen.
2. Aber nicht nur das, die ganze Denkweise, wie in der Mathematik Probleme gelöst werden, ist nur auf dem Hintergrund zu verstehen, der durch gesellschaftlich allgemein akzeptierte Denk- und Verhaltensweisen und durch Begriffe aus anderen Wissenschaften gegeben ist.
3. Der Anspruch, eine Theorie allgemein menschlichen Verhaltens zu sein, ruft eine leichte Gänsehaut hervor. Aber – wie sich zeigen wird – die Anwendung formaler Methoden auf soziales Leben hat einen rationalen Kern. Vernünftiges Handeln reduziert sich unter den Bedingungen des Kapitalismus zu dem rationalen Verhalten, wie es die Spieltheorie definiert!

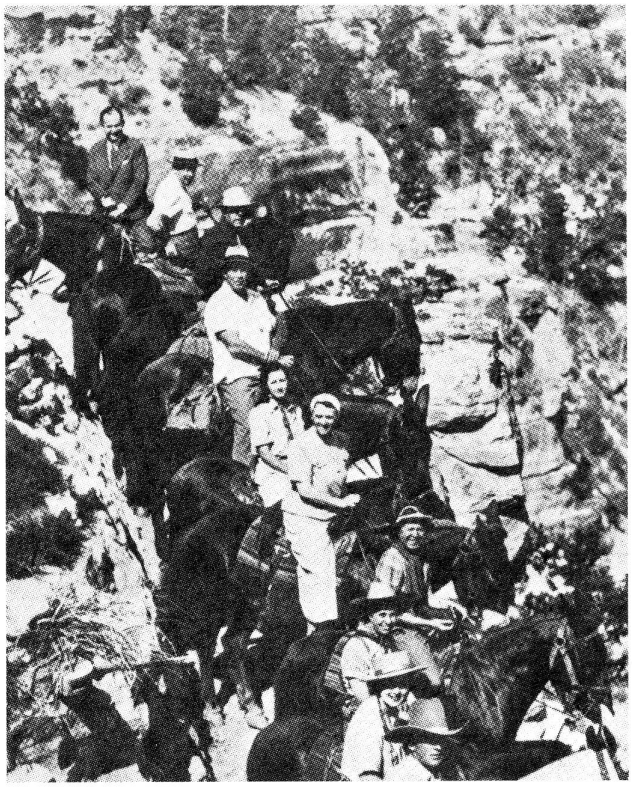
Zur Geschichte der Spieltheorie

Die eigentliche Geschichte der Spieltheorie beginnt mit einem Artikel von John v. Neumann, *Zur Theorie der Gesellschaftsspiele* im Jahre 1928*. Es gab zwar schon vor ihm Mathematiker, die sich mit Spielen beschäftigt hatten, deren Arbeiten zu diesem Thema aber nicht aufgenommen wurden.** Dieser Artikel von 1928 hatte 25 Seiten, auch ihm ging es nicht anders als seinen Vorgängern. Bis 1944 passierte auf diesem Gebiet nichts, bis J.v.Neumann und Oskar Morgenstern *Theorie of Games and Economic Behavior* veröffentlichten. Es ist mit seinen ca. 640 Seiten noch heute ein Standardwerk. Und der Titel sagt schon, warum die Spieltheorie jetzt interessant geworden ist: Sie hat Modellcharakter für viele Situationen, die die Ökonomen jener Zeit nicht in den Griff bekommen konnten, Fragen der Konkurrenz, der Monopol- und Oligopolbildung –, die in der Zeit der Weltwirtschaftskrise zu Problemen von einem allgemeinen Interesse geworden waren. Oskar Morgenstern war in erster Linie Ökonom. Von Neumann hat sich später auch der Computertechnik zugewandt und einen großen Beitrag dazu geleistet, die theoretischen Probleme, die er Jahrzehnte vorher aufgeworfen hat, auch rechnerisch zu lösen. Die Spieltheorie entwickelte sich so explosionsartig, daß 1959 eine über 1000 Titel umfassende Bibliographie erschien.*** Für die Entstehung der Spieltheorie kann aber wohl die Intention v. Neumanns und Morgensterns als Leitfaden angesehen werden, nämlich eine „mathematische Ökonomie" zu errichten.

* Er ist erschienen in den: Mathematischen Annalen, Vol. 100, 1928, S. 295–320.

** z.B. Nikolaus Bernoulli, in: Montmort, Essai d'analyse sur les jeux de hasard, Paris 1713; Danile Bernoulli, Specimen theoriae novae de mensura sortis, in: Commentarii Academia Petropol V., 1738, S. 175; einige Artikel von Emil Borel, die er in den zwanziger Jahren dieses Jahrhunderts schrieb, die aber erst 1951 und 1953 ins Englische übersetzt wurden, von einem Spieltheoretiker.

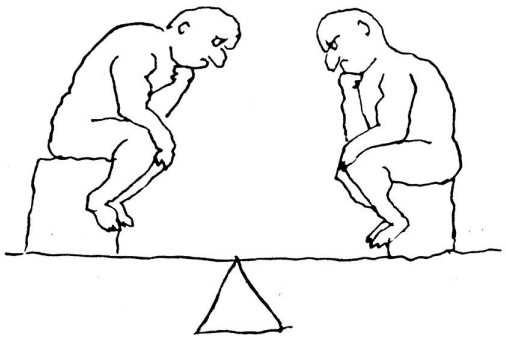
*** Luce Tucker (Hrsg.), Contributions to the Theory of Games IV, Annales of Mathematical Studies, No. 40, Princeton 1959.



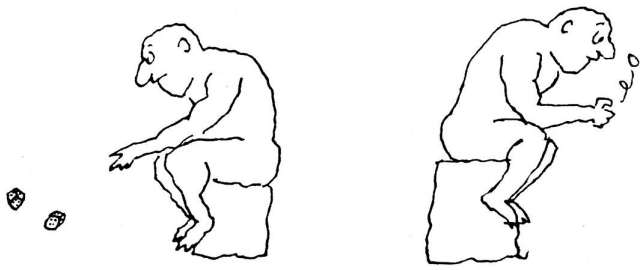
Ganz oben: John von Neumann andersrum

Die Rationalität der Spieltheorie

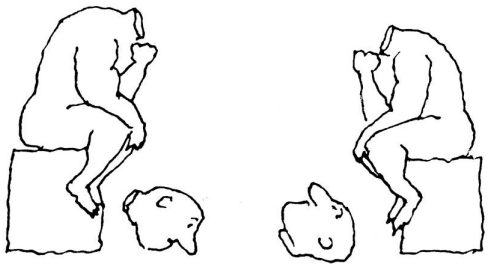
Die Spieltheorie hat den Anspruch, eine Theorie des „rationalen Verhaltens" zu sein, die auf beliebige Konfliktsituationen, insbesondere aber auf das wirtschaftliche Verhalten anwendbar sein soll. Die Spieltheorie beschreibt die Situationen, die sie untersucht, dadurch, daß mehrere Spieler um die Verteilung einer gewissen Menge von Dingen streiten, jeder bestrebt, seinen eigenen Nutzen möglichst zu maximieren. Die Handlungen, die die Spieler während eines Spiels vornehmen, ihr Verhalten, beschränkt sich auf die Wahl einer bestimmten Strategie. Der Begriff der Arbeit fehlt, die Tatsache, daß also zum Erreichen eines Zieles überhaupt ein Aufwand nötig ist und daß die Dinge, um die man sich streitet, ja nicht einfach von Natur aus da sind, wird zunächst außer acht gelassen. Überträgt man diesen Standpunkt auf die Wirtschaft, so heißt das nichts anderes, als daß die **Verteilung** als das bestimmende Element des Wirtschaftsablaufes angesehen wird, nicht die **Produktion**! Bei Nicht-Nullsummenspielen, also bei Spielen, in denen sich die Zahlungen der Spieler aneinander nicht ausgleichen (was der eine verliert, gewinnt der andere), wird daher ein fiktiver Spieler eingesetzt, der den Nutzen für die anderen hervorbringt, der aber selber am Spiel nicht mit teilnehmen darf. Er darf sich auch nicht Koalitionen anschließen und von ihnen Ausgleichszahlungen erhalten: Dieses Bild, das die Spieltheorie von „Nutzen", „Arbeit" und „rationalem Verhalten" entwirft, setzt nicht nur gedanklich die Ausbeutung der Produzenten voraus, es ist selbst ein **Modell für die Ausbeutung.**



Strategisches Denken:
Zwei-Personen-Nullsummen-Situation mit Sattelpunkt



Zwei-Personen-Nullsummen-Situation ohne Sattelpunkt



Zwei-Personen-Nichtnullsummen-Situation

Die „Rationalität" des Verhaltens der Spieler besteht für die Spieltheorie darin, daß jeder Spieler seinen maximalen Verlust möglichst klein halten oder sich ein Minimum an Gewinn sichern will (also in der Sicherheitsstrategie, wie sie am Beispiel oben erläutert wurde), aber nicht in der Maximierung des Gesamtnutzens aller Spieler – oder der Gesellschaft, wie die Spieltheorie die Menge aller Spieler auffaßt – natürlich wieder ohne den fiktiven Spieler; und diese Form von Konkurrenz, die eine Übertragung der Konkurrenz der Kapitalisten um den von den Arbeitern hervorgebrachten Wert ist, sieht die Spieltheorie als charakteristisch für jeden Konflikt an. Auch in Spielen, in denen Koalitionen nicht von vornherein ausgeschlossen sind, richtet sich nach Shapley die Verteilung des Gewinns innerhalb einer Koalition nach dem Drohpotential, d.h. nach dem Nutzen, den die Spieler auch ohne Koalition hätten erreichen können. So wird auch in der Koalition der Schwächere immer schwächer und der Stärkere immer stärker: Ein Modell der Konzentration und Monopolisierung!

Der Nutzen der Spieltheorie

Der Begriff des „rationalen Verhaltens" führt direkt auf den des Nutzens. Das Ziel v. Neumanns und Morgensterns war es, einen „numerischen" Nutzen zu finden. Die Grundlage dafür ist der Präferenzbegriff: Eine Person zieht ein Gut einem anderen vor. Dabei soll sie immer sagen können, ob sie das eine Gut dem anderen vorzieht oder ob es ihr egal ist, welches sie bekommt. Darin ist aber noch keine quantitative Seite enthalten, man kann also noch keine Nutzenunterschiede vergleichen, geschweige denn die Präferenzordnungen mehrerer Personen. Dazu müssen noch mehr Forderungen an die Axiome des Nutzens gestellt werden: „*..., daß das Streben aller an einem ökonomischen System Beteiligten, sowohl der Konsumenten wie der Unternhemer, auf Geld oder äquivalent dazu auf ein einziges monetäres Gut gerichtet ist. Hierfür setzen wir voraus, daß es unbeschränkt teilbar und substituierbar, frei transferierbar und sogar in quantitativer Hinsicht in Übereinstimmung mit dem sei, was immer an „Befriedigung" oder „Nutzen" von jedem Beteiligten gewünscht wird.*" * Jedes Gut muß also einen Wert bekommen. Das gilt auch für Güter, die im alltäglichen Leben nur ausnahmsweise gegen Geld gehandelt werden, z.B. das Leben. Martin Shubik** spricht dies noch mit gewissen Skrupeln aus, die die Versicherungsgesellschaften nicht mehr haben.

Die Spieltheorie vollzieht hier also nur nach, was in der Realität gang und gäbe ist. Es ist keine Nachlässigkeit, wenn die beiden Autoren die Begriffe „substituierbar" und „transferierbar" nicht weiter definieren oder sich nicht fragen, ob die Einschränkung, daß das Geld „unbeschränkt teilbar" ist, zulässig ist – wo sie doch der Tatsache widerspricht, daß es keine kleinist – wo sie doch der Tatsache widerspricht, daß es eine kleinste Geldeinheit gibt. In diesen Annahmen können sie sich (und tun es auch) auf die damals akzeptierten Grundlagen der Volkswirtschaftslehre stützen, die die Grenznutzenschule formuliert hat! Sie – und mit ihr die Spieltheorie – betrachtet den Nutzen unter einem Aspekt, der eindeutig dem Verhältnis von aneignender und produzierender Klasse entspringt. Nutzen wird hier keineswegs als Gebrauchswert gesehen, sondern erscheint in der Form des Geldes. Denn die Annahme, Gebrauchswert ließe sich auch irgendwie mit Geld messen, ist nur aus der Sicht des Kapitalisten richtig; für ihn besteht der Gebrauchswert einer Ware ausschließlich darin, daß er sie verkaufen kann, nicht daß er sie verbraucht; er hat ausschließlich das Interesse, durch den Verkauf den in der Ware steckenden Mehrwert zu realisieren. Die Tatsache, daß auch Produktionsgüter auf dem Markt gehandelt werden, betrachtet die Spieltheorie noch nicht, denn dieser dynamsiche Aspekt ist komplizierter und außerdem berühre die Produktion des Nutzens die Verteilung nicht unmittelbar.

Die Grenznutzentheorie

Die klassische Wirtschaftstheorie (Ricardo, Smith, Marx) behandelte die Volskwirtschaft in ihrer Gesamtheit und versuchte dem gerecht zu werden, indem sie die Größen wie Volkseinkommen, Durchschnittsproduktivität, durchschnittliche Profitrate usw. betrachtete. Marx hat gezeigt, daß eine solche Analyse – bis zur letzten Konsequenz weitergetrieben – die

* v. Neumann, Morgenstern, Spieltheorie und wirtschaftliches Verhalten, Würzburg 1961 (dt. Übersetzung vom Erstwerk 1944), S. 8.

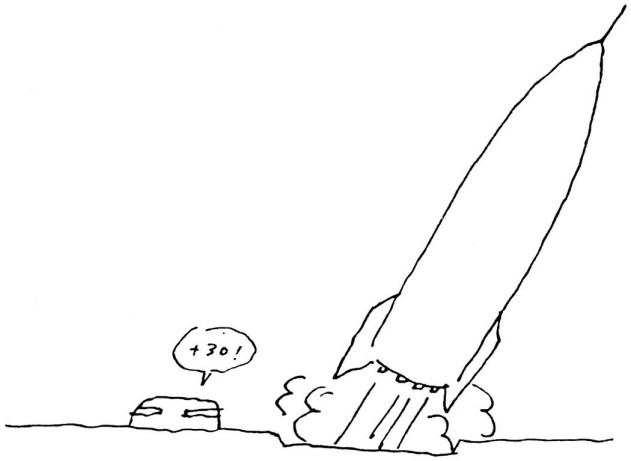
** Martin Shubik (Hrsg.), Spieltheorie und Sozialwissenschaften, S. Fischer Verlag 1965, S. 41.

Grundfesten des Kapitalismus ins Wanken bringt. Die Grenznutzenschule bot hier Abhilfe: Sie betrachtet das Individuum, den einzelnen Verbraucher wie den einzelnen Unternehmer. Sie macht Schluß mit den „Gesetzen" der Entwicklung der Gesellschaft und sah in der Wirtschaft einen Prozess zwischen **einzelnen** Menschen, die um ihren persönlichen Vorteil ringen, nicht zwischen gesellschaftlichen Gruppen oder Klassen.
Die Grundthese der Grenznutzentheorie lautet: Der Preis eines Gutes richtet sich nach seinem Grenznutzen, das ist die letzte Einheit dieses Gutes, von der sich der Käufer noch einen Zuwachs an Nutzen oder Befriedigung erhofft. Dies ist natürlich ein Zirkelschluß, da die Grenznutzenvorstellungen der Einzelverbraucher nur ermittelt werden können, wenn die Preise der respektiven „Güter" schon feststehen. Im gleichen Zeitraum wie die Grenznutzenlehre entstehen auch die Betriebswirtschaftslehre und die Konjunkturtheorie. Dies macht deutlich, daß die Wirtschaftstheorie abkommt von einer Beschreibung und Erklärung der wirtschaftlichen Abläufe (wie die Arbeitswertlehre es für das Wertproblem darstellt) und sich einer „Operationalisierung", einem Krisenmanagement zuwendet. Der Wandlung vom laissez-faire-Kapitalismus zum Monopolkapitalismus entspricht dabei durchaus die Aufwertung, die das einzelne „Wirtschaftssubjekt" – sprich Unternehmen in der Grenznutzenschule erfährt.

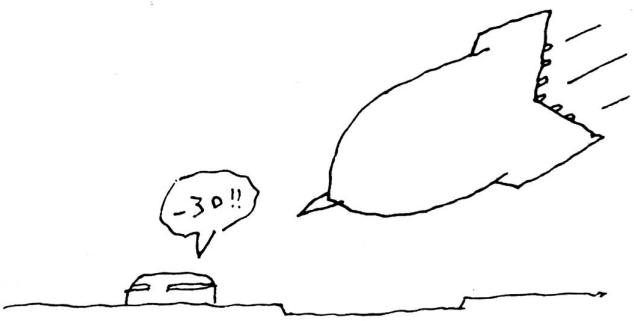
Zur Mathematik in der Volkswirtschaftslehre

Mir scheint es, daß v. Neumann und Morgenstern sich – immer das Ziel vor Augen, einen numerischen Nutzen zu finden – unbesehen auf die damals akzeptierten Grundlagen der Wirtschaftswissenschaften gestellt haben, daß nämlich der Nutzen überhaupt eine Kategorie sei, die zur Lösung des Werproblems notwendig ist, und daß er eben grundsätzlich quantifizierbar sei. Was die Mathematik angeht, haben sie durchaus neue Wege beschritten. Die herkömmlichen Ansätze, Mathematik in den Wirtschaftswissenschaften anzuwenden, beschränkten sich auf die Übertragung der in der Physik angewendeten Methoden: Differentialrechnung bildet sowohl für die klassische Mechanik als auch für die Grenzanalyse der Grenznutzenschule die Grundlage. Vom mathematischen Standpunkt hatte die Anwendung in der Ökonomie zu Ende des 19. Jahrhunderts nichts Neues gebracht: Léon Walras hatte in *Economie politique pure* (ca. 1875) das Gleichgewicht des Tausches, zwischen Erzeugung und Verbrauch, und das Gleichgewicht von Geldkapitalbildung = Sparen und Investition in Form von Gleichungen dargestellt. Edgeworth und Fisher entwickelten die Methode der Indifferenzkurven, die noch heute in allen Lehrbüchern zu finden sind, um die Präferenzstruktur des Individuums durch eine Kurvenschar in der Ebene darzustellen. An Pareto, der diese Methode weiterentwickelt hat, haben v. Neumann und Morgenstern immer wieder Kritik geübt, da er in der Tat durch die Anwendung der Mathematik keine neuen Erkenntnisse erziele, sondern nur in Formeln ausdrücke, was man auch mit Worten sagen könne. Im Bereich der Methode vollzieht nun die Spieltheorie den gleichen Übergang wie die Physik von der klassischen Mechanik zur Quantenmechanik: Sie benutzt in erster Linie diskrete Strukturen und wahrscheinlichkeitstheoretische Modelle. 1932 erschien eine Grundlegung der Quantenmechanik von J. v. Neumann. Durch die Zusammenarbeit mit Morgenstern ist ihm die Fruchtbarkeit dieses neuen Ansatzes auch für die Ökonomie klargeworden.*

* Kuhn/Tucker: John von Neumanns Work in the Theory of Games and Mathematical Economics. In: Bulletin of the American Mathematical Society 64 (1958), S. 100–122; enthält eine Beschreibung der konkreten Forschungsarbeit von Neumann und Morgenstern.



Militärische Spieltheorie: Maximum



– Minimum

Schlußfolgerungen

Die Spieltheorie stellt also durchaus einen neuen Schritt in der Anwendung formaler Methoden auf soziale Realität dar. In der Folge entstanden Operations Research und Managerial Sciences, die auf die Organisation des Arbeitsprozesses selbst abzielen. Mathematik geht hier nicht mehr indirekt – über den Umweg von Technik und Maschinenbau – in die Produktion ein, sondern direkt. Die Notwendigkeit hierzu brachten die immer stärkere Kapitalkonzerntration, die komplexer werdenden Betriebsstrukturen mit sich.
Die Jahre des Ersten Weltkrieges, der Weltwirtschaftskrise und des Zweiten Weltkrieges stellten besonders starke Schübe in dieser Entwicklung dar. Die amerikanische Intervention in Europa und der Bau der Atombombe waren die bis dahin „größten" und komplexesten Unternehmen der Geschichte und haben Techniken erforderlich gemacht, die gerade für diese Organisationswissenschaften einen ungeheuren Fortschritt brachten. J. v. Neumann selbst hat am Bau der Atombombe in Los Alamos teilgenommen, wo Hunderte amerikanischer Wissenschaftler zusammengezogen waren.
Sind durch von Neumanns Beschäftigung mit Spielen auf der einen Seite und die von der Wirtschaftstheorie bereitsgestellten Begriffe andererseits die notwendigen Voraussetzungen zur Formulierung einer mathematischen Spieltheorie geschaffen worden, so mit diesen konkreten historischen Bedingungen auch die hinreichenden, die geradezu nach einer solchen Ausarbeitung verlangten.