Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 41 (1916)

Artikel: Entropie statistique et domaines élémentaires
Autor: Guillaume, Edouard
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-742657

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 12.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

COMPTE RENDU DE LA SÉANCE

DE LA

SOCIÉTÉ SUISSE DE PHYSIQUE

tenue à Berne le 6 mai 1916

Président : M. le prof. Dr Gruner (Berne)
Secrétaire : M. le prof. H. Veillon (Bâle)

Edouard Guillaume. Entropie statistique et domaines élémentaires. — Edg. Meyer. Influence d'un champ magnétique transversal sur le potentiel explosif. — A. Forster. *a)* Le développement des plaques autochromes ; *b)* Influence de la température sur la transparence de corps solides à l'ultra violet. — A. Perrier. *a)* Nouveaux phénomènes de polarisation spontanée ; *b)* Sur la dépendance entre la densité et la constante diélectrique. — M. Wolfke. Sur la théorie des quanta. — F. v. Hauer. Sur la décroissance de la phosphorescence aux basses températures. — W. Schmid. Simplification des mesures wattmétriques. — A.-L. Bernoulli. Essai d'interprétation électrodynamique de la constante h de Planck avec application aux raies en séries et à la viscosité des gaz. — S. Ratnowsky. L'entropie des solides et des gaz et le quantum universel d'action. — Jean v. Weissenhoff. Application de l'hypothèse des quanta à des systèmes en rotation et théorie du paramagnétisme. — P. Weiss et M. Alder. Sur l'aimantation des alliages de nickel et de cuivre. — P. Gruner. Recherches spectro-photométriques sur la lumière pourprée. — A. Schidlof. Sur les causes de la volatilité des gouttes ultramicroscopiques de mercure. — A. Schidlof et A. Targonski. Mouvement brownien des particules d'huile, d'étain et de cadmium dans différents gaz à diverses pressions.

Edouard Guillaume (Berne).— *Entropie statistique et domaines élémentaires.*

La notion de « domaine élémentaire » remonte à la plus haute antiquité; elle fut introduite par les mathématiciens pour la cubature des solides; elle prit un rôle fondamental lors de la création du calcul différentiel et intégral, sous le nom « d'élément infiniment petit », ce qui présuppose la continuité. On a de plus en plus la tendance de considérer le continu comme un artifice mathéma-

tique, et la physique moderne a vu s'introduire des éléments qui, tout en étant très petits par rapport au système physique étudié, sont cependant *finis*. Néanmoins, dans la généralité des cas, on peut conserver les fonctions continues et traiter les domaines élémentaires comme des infiniment petits.

« *L'entropie* » *n'est pas autre chose qu'une relation entre les domaines élémentaires et le système physique tout entier.*

Pour faciliter l'exposé, considérons l'expérience de probabilité très simple, décrite l'an dernier par l'auteur [1], et qui consiste à laisser tomber de la grenaille de plomb dans un entonnoir, dont l'axe est vertical, à travers des grilles placées horizontalement ; suivant une heureuse modification due à M. le prof. Jacquerod, la grenaille est reçue sur un gâteau horizontal formé de saindoux et de cire d'abeille, où les grains viennent se coller, ce qui empêche le rebondissement; on photographie la répartition obtenue. En répétant un très grand nombre de fois ν l'expérience, on aura ν clichés, et en déterminant la répartition moyenne des grains, on obtient une distribution de points sur un plan suivant la loi des écarts à deux variables, semblable à la distribution des points d'impact autour du but sur une cible. Pour repérer les points, faisons passer par le centre de la cible un système d'axes rectangulaires Oxy et divisons le plan en cases carrées ε^2 par deux systèmes de parallèles aux axes. L'équidistance ε entre ces droites devra être telle que, pour le but que nous nous proposons, on puisse considérer comme ayant des coordonnées identiques, tous les grains qui se trouvent dans une même case ; la position de celle-ci sera définie, par exemple, par les coordonnées x, y de son centre.

La probabilité pour qu'un grain soit dans cette case est alors

$$\mathfrak{p}(x, y) = \frac{n(x, y)}{n_0},$$

$n(x, y)$ étant le nombre de grains qui sont dans la case envisagée, et n_0 le nombre total des grains de la répartition ; $\mathfrak{p}(x, y)$ ne dépend pas de n_0.

Chacune des ν distributions a une certaine probabilité P de se produire; P dépend des $\mathfrak{p}(x, y)$ et de n_0. Comme n_0 est très grand, toutes ces distributions diffèreront peu les unes des autres et seront très voisines de la répartition moyenne.

L'expression générale de l'entropie statistique est alors [2] :

$$-\mathsf{H} = -\sum \mathfrak{p} \log \mathfrak{p},$$

[1]) *Archives*, 1915, t. XL, p. 332.

[2]) *Archives*, 1914, t. XXXVIII, p. 373, et 1915, t. XXXIX, p. 205 et 302.

la somme étant étendue à toutes les cases. Boltzmann, et avec lui Planck, font l'erreur de prendre

$$\log P$$

pour l'entropie ; aussi, afin d'arriver à un résultat juste, ont-ils été conduits à remplacer incorrectement par n^n $n^{n+\frac{1}{2}}$ dans la formule de Stirling, comme nous l'avons dit ailleurs.

Correctement, le théorème fondamental que l'on peut démontrer est le suivant :

Les valeurs des $\mathfrak{p}$ *qui rendent* — H *maximum rendent aussi la fonction* P ($\mathfrak{p}$, n_0) *maximum*, autrement dit, l'entropie est maximum pour la répartition moyenne qui est en même temps la plus probable.

Pour la cible, l'entropie maximum est :

$$-\overline{\mathsf{H}} = \log \frac{\pi e \overline{\varrho^2}}{\varepsilon^2} ,$$

où $\overline{\rho^2}$ est le carré moyen des distances des points au centre. Elle dépend donc non seulement de la répartition des points, mais aussi de la façon dont on subdivise l'espace en domaines élémentaires. Si ceux-ci étaient infiniment petits, l'entropie serait infinie. C'est pourquoi Gibbs, qui reste dans l'hypothèse continue, adopte une définition un peu différente. Il pose

$$\mathfrak{p}(x, y) = p(x, y)\, dx\, dy$$

et prend pour entropie l'expression :

$$\iint p \log p\, dx\, dy ,$$

ce qui permet d'éviter le facteur infini *log dx dy*.

Montrons sur un exemple particulier, comment les considérations précédentes peuvent être appliquées à un système physique.

Considérons une masse gazeuse monoatomique M, comprenant N molécules toutes de masses m, et occupant un volume V à la température T. Les états de ce gaz dépendront de 6N paramètres, et l'un d'eux pourra être représenté par un seul point de l'hyperespace à 6N dimensions. Par l'agitation thermique, les valeurs de ces 6N paramètres changent constamment, et cela d'une façon continue. Pour obtenir la discontinuité nécessaire, nous ne considérerons pas le point représentatif à deux instants infiniment rapprochés t, $t + dt$, mais à deux instants séparés par un temps fini τ, qui peut être très grand, comme le montre la lenteur de la diffusion. Il arrive alors que les états aux instants t et $t + \tau$

pourront être dits à peu près «*indépendants*» l'un de l'autre, simplement parce que la trajectoire du point représentatif de l'agitation moléculaire dans l'hyperespace, est très *compliquée*. Nous pointerons, à intervalles fixes τ, un très grand nombre de fois n_0, la position du point représentatif; nous obtiendrons ainsi, un ensemble de points qui formeront une espèce d'*hypercible* dans l'hyperespace. Nous recommencerons cette opération un très grand nombre de fois ν, et nous déterminerons la distribution moyenne des n_0 points. Nous pourrons de la sorte calculer l'entropie comme plus haut. On arrive à l'expression :

$$(1) \qquad -\bar{H} = N\left\{\log\frac{V}{v} + \frac{3}{2}\log T + \log\left(\frac{\pi e k}{\varepsilon}\right)^{\frac{3}{2}}\right\},$$

où v est le domaine élémentaire du volume et ε le domaine élémentaire d'énergie; k est la constante d'énergie moléculaire [1].

Quelle est, maintenant, la signification des domaines élémentaires? Il est aisé de le voir. Considérons d'abord la cible; soit $\varepsilon^2 : \pi e$ la surface du centre, du « noir » comme on dit. Si le tir est excellent, si tous les points sont dans le voisinage immédiat du noir, $\overline{\rho^2}$ sera à peu près égal à cette surface, et l'entropie, voisine de *zéro*. Si par contre le tir est très mauvais, les points seront très éparpillés, ρ, très grand, et l'entropie, *infinie*. Celle-ci varie donc de 0 à l'infini. Prenons le cas du gaz et considérons le terme $N \log \frac{V}{v}$. Si toutes les molécules occupaient le volume v, ce terme serait nul; par contre, si les molécules étaient dispersées dans un volume immense, il serait infini; raisonnant de même sur les deux autres termes considérés à la fois, on voit que l'entropie varie aussi de zéro à l'infini; elle est nulle dans le voisinage du zéro absolu et lorsque la matière est très concentrée, conformément à l'hypothèse dite thermique, de Nernst.

[1]) Depuis que cette communication a été faite à la Société de Physique, l'auteur a montré dans une note: *Entropie générique et mélanges gazeux* (*Archives*, juin 1916), comment la considération de la permutabilité des molécules de même espèce permet d'introduire immédiatement le terme — N *log* N dans l'expression ci-dessus, et d'établir ainsi la concordance avec l'entropie habituellement envisagée en Thermodynamique sans faire d'hypothèse sur les domaines élémentaires, contrairement à la proposition de M. Planck de faire varier ceux-ci avec le nombre de molécules présentes. Il y a lieu, en outre, de remarquer que l'entropie thermodynamique des gaz parfaits n'est pas une conséquence nécessaire des deux Principes et de l'équation d'état; le terme — M *log* M provient d'une hypothèse arbitraire sur la « constante » d'intégration (voir *loc. cit.*).

D'une façon générale, on aura l'énoncé : *un domaine élémentaire pour un système physique, est le plus petit « espace » où ce système se puisse concentrer.*

En résumé, l'entropie statistique contient l'entropie thermodynamique comme cas particulier. Il est aisé de montrer qu'elle conduit à l'expression suivante :

$$-d\bar{H} = \frac{d\bar{E} + \sum \bar{A}\, da}{\theta}$$

analogue à la relation thermodynamique entre l'entropie, l'énergie interne, le travail extérieur et la température. Quel que soit le système envisagé, mécanique, rayonnant, etc, on a :

$$\theta = kT \ .$$

Egdar Meyer (Zurich). — *Influence d'un champ magnétique transversal sur le potentiel explosif.*

On déterminait le potentiel pour lequel l'étincelle éclate entre deux plaques parallèles. Les plaques, selon la méthode de Corr, étaient protégées par des anneaux de garde, de façon que le champ électrique fût parfaitement homogène. Lorsqu'un champ magnétique homogène, perpendiculaire au champ électrique, agissait, on constatait une élévation du potentiel explosif jusqu'à une longueur d'étincelle de 2 mm. Cette élévation était mesurée aussi bien en fonction de la pression du gaz (air), qu'en fonction de l'intensité du champ magnétique. Pour une longueur d'étincelle d'un mm, et pour un champ magnétique faible, on constatait un affaiblissement du potentiel explosif ; avec un champ magnétique fort (environ 10.000 gauss), il y avait de nouveau élévation.

Il semble remarquable que le potentiel minimum devienne également plus fort lorsque le champ magnétique augmente, et se déplace aux grandes pressions. Cela signifie que l'influence d'un champ magnétique n'est pas l'analogue d'une simple élévation de pression, comme on pourrait le supposer d'après, par exemple, la théorie de Townsend, en pensant que pour des champs croisés, les électrons décrivent des cycloïdes pendant leur libre parcours. On arrive à la même conclusion en considérant le fait que le potentiel explosif dépend fortement de la section de l'étincelle lorsque le champ magnétique agit. Les charges des parois ne semblent pas jouer un rôle. Des expériences de contrôle où les anneaux de garde étaient en matière semi-conductrice, l'ont prouvé.

Il n'a pas été encore possible, au moyen de la théorie du potentiel explosif de Townsend, d'expliquer les présentes recherches. On trouvera ailleurs les résultats quantitatifs de celles-ci.