

# Interprétation géométrique du temps universel dans la théorie de la relativité restreint

Autor(en): **Willigens, Chs.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences physiques et naturelles**

Band (Jahr): **2 (1920)**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-742546>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

$$\frac{c_x}{c_0} = \frac{v_x}{v_0}, \quad \text{d'où} \quad v_x = v_0 \sqrt{\frac{1 - \frac{a}{x}}{1 + \frac{a}{x}}} < v_0,$$

où  $v_x$  et  $v_0$  sont les fréquences correspondantes? Il semblerait que le principe de l'équivalence autorisât cette analogie; mais alors la fréquence deviendrait une *fonction de lieu*, comme la vitesse de la lumière; l'action du champ ne s'exercerait pas sur la source même, mais *tout le long* du rayon lumineux, en chacun de ses points, jusqu'à l'infini. Quoi qu'il en soit, les considérations précédentes mettent en évidence une seconde difficulté de la formule (5): Pourquoi, en effet, avoir posé

$$x = r = R$$

dans cette formule du moment que l'observateur se trouve placé sur la Terre? Cela tient évidemment à ce que, pour M. Einstein,  $d\tau$  et  $d\tau'$  ne sont pas simplement des quantités proportionnelles aux « chemins lumineux », mais représentent le « temps » en soi pour *tous* les phénomènes (physiques, chimiques, physiologiques, etc.) se passant au point considéré. En outre, M. Einstein est obligé d'admettre qu'une fois émise par la source, la fréquence se conserve dans l'espace tout le long du rayon, comme si cet espace était *galiléen*<sup>1</sup>.

Chs. WILLIGENS (Berne). — *Interprétation géométrique du temps universel dans la Théorie de la relativité restreinte.*

M. Guillaume a montré<sup>2</sup> comment on peut introduire un paramètre unique  $t$  pour représenter le temps dans la Théorie de la relativité

<sup>1</sup> Quant à la vérification expérimentale, on trouvera dans le numéro d'avril 1920 de *The Observatory* (Greenwich) deux études intéressantes, l'une de J. Evershed (Kodaikanal, Indes Anglaises), l'autre de Charles E. St. John (Mount Wilson Observatory). On verra combien grands sont les écarts entre les valeurs observées et les valeurs calculées au moyen de la formule ci-dessus. Ainsi, dans la région 6229, 380 A, la moyenne des premières est de 0,005 A, tandis que la valeur calculée est de 0,013 A. Cet écart est trop considérable pour être attribué à un manque de stabilité des raies ou à des erreurs d'observation (St. John). D'autre part, MM. L. Grebe et A. Bachem (*Zeitschrift für Physik*, 1<sup>re</sup> livraison, 1920) croient pouvoir expliquer les divergences par un effet photographique dû à l'empiètement des raies les unes sur les autres. Enfin, le prof. Julius vient de présenter à l'Académie d'Amsterdam une explication des déplacements, basée sur une dispersion anormale, sans influence de la gravitation (mai, 1920).

<sup>2</sup> Ed. GUILLAUME, La Théorie de la relativité en fonction du temps universel, *Archives*, (4), 46, p. 281 et suiv., 1918; Représentation et

restreinte. En considérant, comme on le fait habituellement, deux systèmes trirectangle S ( $x, y, z$ ) et S' ( $x', y', z'$ ) animés d'une translation uniforme de vitesse  $v$  le long de la direction commune  $Ox, O'x'$ , on peut écrire la transformation de Lorentz :

$$\left. \begin{aligned} x &= \beta(x' + \alpha u') ; & u &= \beta(u' + \alpha x') ; & y &= y' ; & z &= z' \\ \text{où} & & & & & & & \\ u &= c_0 \tau ; & u' &= c_0 \tau' ; & \alpha c_0 &= v ; & \beta^2 &= 1 : (1 - \alpha^2) . \end{aligned} \right\} (1)$$

Dans ces formules,  $c_0$  est la vitesse de la lumière dans le vide, et  $\alpha$  une constante ;  $\tau$  et  $\tau'$  les temps locaux ; et l'on a entre ceux-ci et le paramètre universel  $t$  :

$$\left. \begin{aligned} c_0 \tau &= \frac{c_0}{\beta} t + \frac{\beta - 1}{\alpha \beta} x = c_0 t + \frac{\beta - 1}{\alpha \beta} x' \\ c_0 \tau' &= c_0 t - \frac{\beta - 1}{\alpha \beta} x = \frac{c_0}{\beta} t - \frac{\beta - 1}{\alpha \beta} x' \end{aligned} \right\} (2)$$

dont on tire :

$$x = x' + vt . \quad (3)$$

Pour fixer les idées, on supposera l'observateur placé sur S. Comme tous les points de S' sont au repos, on a

$$\Delta x' = 0 , \quad \text{d'où} \quad \Delta \tau = \Delta t ;$$

autrement dit, les horloges locales vont toutes également vite et ont une marche *synchrone* avec l'horloge universelle (« cas différentiel »). Par contre, il y a un *déphasage* constant entre chaque horloge locale et l'horloge  $t$  ; ce déphasage est une fonction du lieu, c'est-à-dire du point  $x'$ , fixe dans S', envisagé depuis S (« cas intégral »). Comme M. Guillaume l'a fait observer, il est curieux de constater que si l'on envoie des signaux *brefs* entre des horloges locales éloignées, celles-ci sembleront réglées comme l'horloge universelle. On a en effet dans ce cas :

$$x' = 0 , \quad \tau = t ; \quad x = v\tau = vt .$$

On voit donc que le réglage des horloges par des échanges de signaux lumineux n'est qu'un trompe-l'œil.

Cela rappelé, considérons les relations (2), linéaires en  $x, x', \tau, \tau', t$ . Elles représentent des droites dans les diagrammes de Minkowski. Ce sont les droites de simultanéité *absolue*, qu'on peut appeler pour

Mesure du temps, *ibid.*, (5). 2, p. 125 et suiv., 1920 ; Les Bases de la Théorie de la relativité, *Revue générale des Sciences*, 15 avril 1920.

abréger « droites isochrones ». L'auteur s'est proposé d'étudier l'ensemble formé par ces droites, lorsque la vitesse  $v$  de  $S'$  prend toutes les valeurs possibles. Pour faire cette étude aisément, il est commode d'introduire les imaginaires. Posons :

$$\alpha = ia ; \quad c_0 = -i\bar{c}_0 ; \quad b = 1 : (1 + a^2) ;$$

$$\frac{1 - b}{ab} = m = \operatorname{tg} \varphi ; \quad b = \cos 2\varphi .$$

La transformation de Lorentz représente alors la rotation du système d'axes  $(x, \bar{c}_0 x)$  d'un angle  $2\varphi$  autour de l'origine. La première relation (2) donne la droite isochrone ;

$$\bar{c}_0 \tau = mx + \bar{c}_0 t \frac{1 + m^2}{1 - m^2} .$$

qui est parallèle à la bissectrice de l'angle  $x O x'$ . Deux points situés sur une telle droite représentent des événements simultanés.

Supposons  $t$  constant et faisons varier  $m$  ; cela revient à donner à  $S'$  toutes les vitesses  $v$  possibles par rapport à  $S$ , où, par hypothèse, se trouve l'observateur. Notre droite enveloppera une courbe dont les coordonnées des points, exprimées à l'aide de  $m$ , sont données par :

$$\left\{ \begin{array}{l} x = \bar{c}_0 t \frac{-4m}{(1 - m^2)^2} \\ \bar{c}_0 \tau = \bar{c}_0 t \frac{1 - 4m^2 - m^4}{(1 - m^2)^2} . \end{array} \right.$$

Si, maintenant,  $t$  varie, on obtiendra un système de courbes *homothétiques* par rapport à l'origine, dont  $t$  sera le rapport d'homothétie. Choisissons un système  $S'$  quelconque, et nous obtiendrons les droites isochrones du couple  $S$  et  $S'$ , en menant à toutes ces courbes des tangentes parallèles à une direction fixe. A une valeur de  $m$  et de  $t$ , ne correspond qu'une seule droite isochrone.

Si l'on n'introduit pas la représentation imaginaire, les axes  $Ox'$  et  $Ou'$  sont des diamètres conjugués des hyperboles équilatères :

$$x^2 - u^2 = 1 ; \quad x^2 - u^2 = -1 ;$$

les droites isochrones ont alors une équation de la forme :

$$c_0 \tau = \mu x + c_0 t \frac{1 - \mu^2}{1 + \mu^2} , \quad \text{où} \quad \mu = \frac{\beta - 1}{\alpha \beta} ;$$

elles sont parallèles à la droite de jonction des points d'intersection de  $Ou$  et  $Ou'$  avec l'une des hyperboles. Leur courbe-enveloppe est

représentée par

$$\left\{ \begin{array}{l} x = c_0 t \frac{4\mu}{(1 + \mu^2)^2} \\ c_0 \tau = c_0 t \frac{1 + 4\mu^2 - \mu^4}{(1 + \mu^2)^2} \end{array} \right.$$

Nous avons de nouveau un système de courbes *homothétiques*, auxquelles il faut mener des tangentes parallèles pour définir la simultanéité. Ces courbes sont des *hypocycloïdes à trois rebroussements*.

En conclusion, dans les deux cas le temps est mesuré par les rapports d'homothétie des courbes, et il est par suite indépendant du système  $S'$  envisagé depuis  $S$ ; seules les droites isochrones en dépendent. On peut donc poser en particulier

$$\alpha = 0, \quad \mu = 0,$$

et l'on voit que les valeurs de  $t$  sont identiques aux valeurs de  $\tau$ , lorsqu'on ne s'occupe pas du système  $S'$ .

Les recherches résumées ci-dessus feront l'objet d'un mémoire qui paraîtra prochainement dans les *Archives*.

Ed. GUILLAUME et Chs. WILLIGENS (Berne). — *Sur l'introduction du temps universel dans la Théorie de la gravitation.*

Cette introduction est la généralisation immédiate de la notion que M. Guillaume a considérée dans la Théorie restreinte. Elle consiste simplement à remarquer que les accroissements différentiels:  $dx, dy, dz$  et  $du$  dans la forme quadratique générale

$$(1) \quad ds^2 = g_{11} dx^2 + \dots + 2g_{12} dx dy + \dots$$

sont *simultanés* au sens mathématique et au sens physique, c'est-à-dire s'effectuent pendant un même intervalle de temps  $dt$ . En divisant la forme quadratique par  $dt^2$ , on obtient une relation entre les composantes d'une vitesse. Les coordonnées  $x, y, z$  sont alors simplement des coordonnées dans un trirectangle euclidien ordinaire.

La nature physique de l'espace est caractérisée comme suit :

1° Dans tout espace *galiléen*, une source ponctuelle produit, par définition, une onde *sphérique* élémentaire, dont l'équation s'obtient en égalant à zéro la forme quadratique correspondante :

$$dx^2 + dy^2 + dz^2 - du^2 = 0.$$

2° Dans un espace avec champ de *gravitation*, une source ponctuelle produit, en général, une onde élémentaire *ellipsoïdale*, plus gé-