Quelques remarques sur les équations de la gravitation

Autor(en): **Juvet, Gustave**

Objekttyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences physiques et naturelles**

Band (Jahr): **3 (1921)**

PDF erstellt am: **12.07.2024**

Persistenter Link: https://doi.org/10.5169/seals-741080

en plus simples pour se résoudre enfin dans le domaine de validité de la formule de WIEN *en atomes lumineux discrets.*

JUVET, Gustave (Neuchâtel). — *Quelques remarques sur les équations de la gravitation.*

Le but de cette communication est de montrer qu'il est possible de mettre les équations de la gravitation sous forme canonique. On sait que la forme canonique des équations du mouvement, en mécanique classique, est liée très intimément au principe variationnel d'Hamilton; c'est en écrivant qu'une certaine intégrale simple a une variation nulle qu'on obtient les équations canoniques dont l'intégration se ramène à la recherche d'une intégrale complète de certaine équation aux dérivées partielles, dite de Jacobi.

Or, M. Einstein a pu déduire les équations de la gravitation (celles qui donnent les g_{ik}) d'un principe variationnel; mais ici, il s'agit d'écrire que la variation d'une intégrale *quadruple* est nulle; $\delta\int\int\int\int \mathrm{W}\, dx_1\, dx_2\, dx_3\, dx_4 = 0$. W étant une fonction des g_{ik} et des $g_{ik,\nu} = \frac{\partial g_{ik}}{\partial x_\nu}$. Grâce à une transformation qui généralise celle de Poisson-Hamilton :

$$p^{ik,\nu} = \frac{\partial \mathrm{W}}{\partial g_{ik,\nu}}$$

et à l'introduction de la fonction :

$$\mathrm{H} = - \mathrm{W} + \sum_{ik,\nu} p^{ik,\nu}\, g_{ik,\nu}$$

les équations de M. Einstein prennent la forme canonique :[1]

$$\frac{\partial g_{ik}}{\partial x_\nu} = \frac{\partial \mathrm{H}}{\partial p^{ik,\nu}}$$

$$\sum_\nu \frac{\partial p^{ik,\nu}}{\partial x_\nu} = - \frac{\partial \mathrm{H}}{\partial g_{ik}}$$

Admettons que les g_{ik} sont connus dans une région de l'espace à 4 dimensions, grâce aux équations de M. Einstein et à certaines conditions aux limites sur lesquelles il y aura lieu de revenir dans des notes ultérieures; appelons R_3 la frontière qui porte les données aux limites, alors la fonction :

$$\mathrm{I} = \int\int\int\int \mathrm{W}\; dx_1\, dx_2\, dx_3\, dx_4$$

est une fonction de l'espace R_3 (au sens de M. Volterra) et cette fonction dépend de la suite des valeurs qu'on se donne sur la frontière. En

[1] Cf. VOLTERRA, *Rendiconti dei Lincei,* 1890, p. 46. — FRÉCHET, *Annali di Matematica,* 1905. — DE DONDER: Equations canoniques de Hamilton-Volterra, 1911, Gauthier-Villars.

suivant pas à pas le raisonnement que Jacobi expose dans ses « Vorlesungen » on démontre que cette fonction d'espace : I satisfait à *l'équation aux dérivées fonctionnelles partielles :*

$$\text{(I)} \qquad \frac{\partial \mathrm{I}}{\partial (x_1, x_2, x_3, x_4)} + \mathrm{H}\left(g_{ik}, \frac{\partial \mathrm{I}}{\partial (g_{ik}, x_\nu)}\right) = 0$$

où dans la fonction H $(g_{ik}, p^{ik,\nu})$ on a remplacé

$$p^{ik,\,\nu} \text{ par } \frac{\partial \mathrm{I}}{\partial (g_{ik}, x_\nu)} ; \text{ les symboles}$$

$$\frac{\partial \mathrm{I}}{\partial (x_1, x_2, x_3, x_4)} \quad \text{et} \quad \frac{\partial \mathrm{I}}{\partial (g_{ik}, x_\nu)}$$

sont des symboles analogues à ceux que M. Volterra a définis [1].

L'équation (I) généralise ainsi l'équation de Jacobi attachée au principe d'Hamilton. Mais dans notre cas, cette équation fait intervenir des dérivées fonctionnelles qui en rendent le maniement assez difficile ; néanmoins les résultats relatifs à l'intégrale complète de l'équation de Jacobi sont généralisables et si l'on obtient une solution de (I) dépendant d'assez de constantes arbitraires ou de fonctions arbitraires, les équations de M. Einstein peuvent être intégrées.

J'ai fait les calculs pour le cas simple où tous les $\mathrm{T}_{ik} = o$, et où l'on suppose que $g = | g_{ik} | = 1$. L'équation (I) a une forme assez simple. Nous reviendrons d'ailleurs sur la question de l'intégration.

Il est intéressant de constater la contribution qu'apporte à la relativité une branche de l'analyse aussi abstraite que le calcul fonctionnel ; ici encore, les mathématiciens comme MM. Volterra, Hadamard, de Donder, Lévy et Fréchet ont devancé l'appel des physiciens.

Hammershaimb, G. et Mercier, P. (Genève). — *De l'influence de la forme des électrodes et de la pression du gaz sur le potentiel disruptif* (suite).

Dans une première communication [2] les auteurs ont présenté les résultats obtenus dans l'azote comprimé en se servant de 12 paires d'électrodes différentes : calottes sphériques et électrodes planes. Les pressions étudiées étaient 1 et 4 atmosphères.

Les expériences ont été poursuivies aux pressions de 7 et 10 atm en utilisant 8 paires d'électrodes et au delà de 5 en 5 atm jusqu'à 50 atm en employant trois paires d'électrodes présentant les caractéristiques suivantes :

1. Petites électrodes hémisphériques de 10 mm de diamètre. —

[1] Volterra, *Rendiconti dei Lincei*, 1890, p. 127 et suiv.

[2] Suite à une première communication faite à la Société suisse de Physique. *Archives,* sept.-oct., 1920.