Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles

Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève

Band: 5 (1923)

Artikel: Les conditions optimum de sensibilité des galvanomètres balistiques en circuit fermé

Autor: Staring, A.-J.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-741311

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 12.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

LES CONDITIONS OPTIMUM

DE

SENSIBILITÉ DES GALVANOMÈTRES BALISTIQUES

EN CIRCUIT FERMÉ [1]

PAR

A.-J. STARING

(Avec 2 fig.).

A propos de recherches dont il sera question ailleurs, j'ai étudié les conditions générales de sensibilité des galvanomètres balistiques en fonction des grandeurs qui caractérisent l'instrument, ce pour des expériences en circuit fermé dans lesquelles l'amortissement complique considérablement.

Au moyen de ces résultats, on peut choisir dans *chaque cas donné* les conditions les plus favorables, notamment s'il s'agit d'un galvanomètre à électroaimant, tel que j'ai eu l'occasion d'en construire un pour mes recherches et dont je donnerai la description à la fin de cet exposé.

[1] Une brève notice sur ce travail a été présentée à la Soc. suisse de physique, en septembre 1922 (*Archives sc. phys. et nat.* (5), v. 4, p. 376).

Il paraîtra d'autre part prochainement, un mémoire sur les recherches à propos desquelles la présente étude a été faite. Ces recherches ont elles-mêmes déjà été résumées à la même occasion; voir:

Albert Perrier: Sur les polarisations magnétiques ou électriques, etc., puis:

A. Perrier et *A. J. Staring:* Expériences sur la dissymétrie électrique des molécules du fer. (*Archives* (5), v. 4, p. 369 et 373.

Une étude du galvanomètre balistique en circuit fermé a été faite par M. Diesselhorst [1], mais en dirigeant son attention vers le temps nécessaire au cadre pour atteindre la plus grande élongation, et pour revenir à sa position initiale. En outre, il calcule le champ pour lequel la sensibilité est maximum *quand toutes les dimensions sont données.*

Il m'a paru utile d'étudier encore la sensibilité en fonction des autres grandeurs qui entrent en jeu: les dimensions et la nature du cadre mobile.

Le galvanomètre balistique fonctionne en circuit fermé lorsqu'il s'agit de mesurer une variation de flux magnétique.

Soient:

R et N la résistance de l'une des spires et leur nombre dans la bobine induite extérieure, celle dans laquelle un phénomène produit une variation de flux Φ, grandeur à mesurer; r et s la résistance et la surface d'une spire, n leur nombre dans l'équipage du galvanomètre,

I le moment d'inertie de cet équipage,

C la constante du couple élastique antagoniste,

$\mathcal{H}$ l'intensité moyenne du champ radial dans l'entrefer,

θ l'angle de déviation de l'équipage,

r_e la résistance du reste du circuit galvanométrique.

L'équation différentielle du mouvement de l'équipage mobile a la forme bien connue

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + 2a\frac{d\theta}{dt} + b^2\theta = 0 .$$

dans laquelle

$$a = \frac{\mathcal{H}^2 s^2}{2\mathrm{I}} \cdot \frac{n^2}{\mathrm{NR} + nr + r_e} \cdot 10^{-9}$$

$$\mathfrak{T} = \sqrt{\frac{\mathrm{C}}{\mathrm{I}}} .$$

En posant

$$z = \frac{a}{b} = \frac{\mathcal{H}^2 s^2}{2\sqrt{\mathrm{CI}}} \cdot \frac{n^2}{\mathrm{NR} + nr + r_e} \cdot 10^{-9}$$

[1] Annalen der Physik, 9 (1902), p. 458.

l'équation conduit à

$$\theta_m = \frac{N\Phi}{\mathcal{H} s n} \cdot f(z) \; ; \; \theta_m = \text{première élongation}$$

$$f(z) = 2 z e^{-\frac{z}{\sqrt{1-z^2}} \operatorname{arc\,tg} \frac{\sqrt{1-z^2}}{z}}$$

$$= 2 z e^{-\frac{z}{\sqrt{z^2-1}} \log (z + \sqrt{z^2-1})}$$

Remarquons que le galvanomètre est périodique pour $z < 1$ et apériodique pour $z \geqslant 1$.

La fonction $f(z)$ se prête malaisément à une discussion générale. J'ai cherché à la remplacer par une autre beaucoup plus simple et qui la représente avec une approximation suffisante pour permettre des conclusions sûres. Je me suis laissé guider pour atteindre ce but par le fait que l'allure de $f(z)$ rappelle celle de *polytropes d'un gaz parfait* ($pv^n = c$) avec exposant de v positif. Quelques essais d'ailleurs systématiques m'ont conduit à adopter

$$f(z) = 1 - \frac{1}{(1+z)^2}$$

forme remarquablement simple et dont l'écart avec la fonction rigoureuse n'atteint jamais 2 % [1].

Introduisons dans les formules les dimensions et la nature du cadre mobile; en désignant par l la périphérie moyenne du cadre, par σ la section droite de l'enroulement, par ρ la résistivité du fil, on a alors

$$r = \frac{\rho l k}{\sigma} n = \mathrm{D} n$$

k étant un nombre > 1 pour tenir compte de la fraction de la section occupée par l'isolement.

[1] On trouvera des tables numériques comparatives, des détails sur le procédé de construction de cette fonction, ainsi que d'autres fonctions plus approximatives encore dans le texte *in extenso* (thèse, Lausanne, 1922).

L'élongation trouvée prend alors la forme:

$$\theta_m = \frac{N\Phi}{\mathcal{H} s n}\left[1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{\mathcal{H}^2 s^2}{2\sqrt{CI}} \cdot \frac{n^2}{NR + Dn^2 + r_e} \cdot 10^{-9}\right)^2}\right]$$

et il s'agit de trouver les conditions pour lesquelles θ_m a une valeur maximum.

1. θ_m *en fonction de C, R et* r_e.

La formule montre que C, R et r_e doivent être aussi petits que possible.

2. θ_m *en fonction de* $\mathcal{H}$ *et de* n.

$\mathcal{H}$ et n étant maintenant les seules variables indépendantes (toutes les autres grandeurs étant supposées données), il est commode d'étudier une équation réduite, ne contenant plus les grandeurs qui varient d'un cas à l'autre.

Choisissons pour cela comme unités pour la mesure de

$$\theta_m : \text{la valeur } \frac{N\Phi}{\sqrt{20} \cdot \sqrt[4]{CI}} \cdot \frac{1}{\sqrt{NR + r_e}} \cdot 10^{-4},$$

$$\mathcal{H} : \quad \text{»} \quad \frac{\sqrt{20\,D} \cdot \sqrt[4]{CI}}{s} \cdot 10^4,$$

$$n : \quad \text{»} \quad \sqrt{\frac{NR + r_e}{D}}.$$

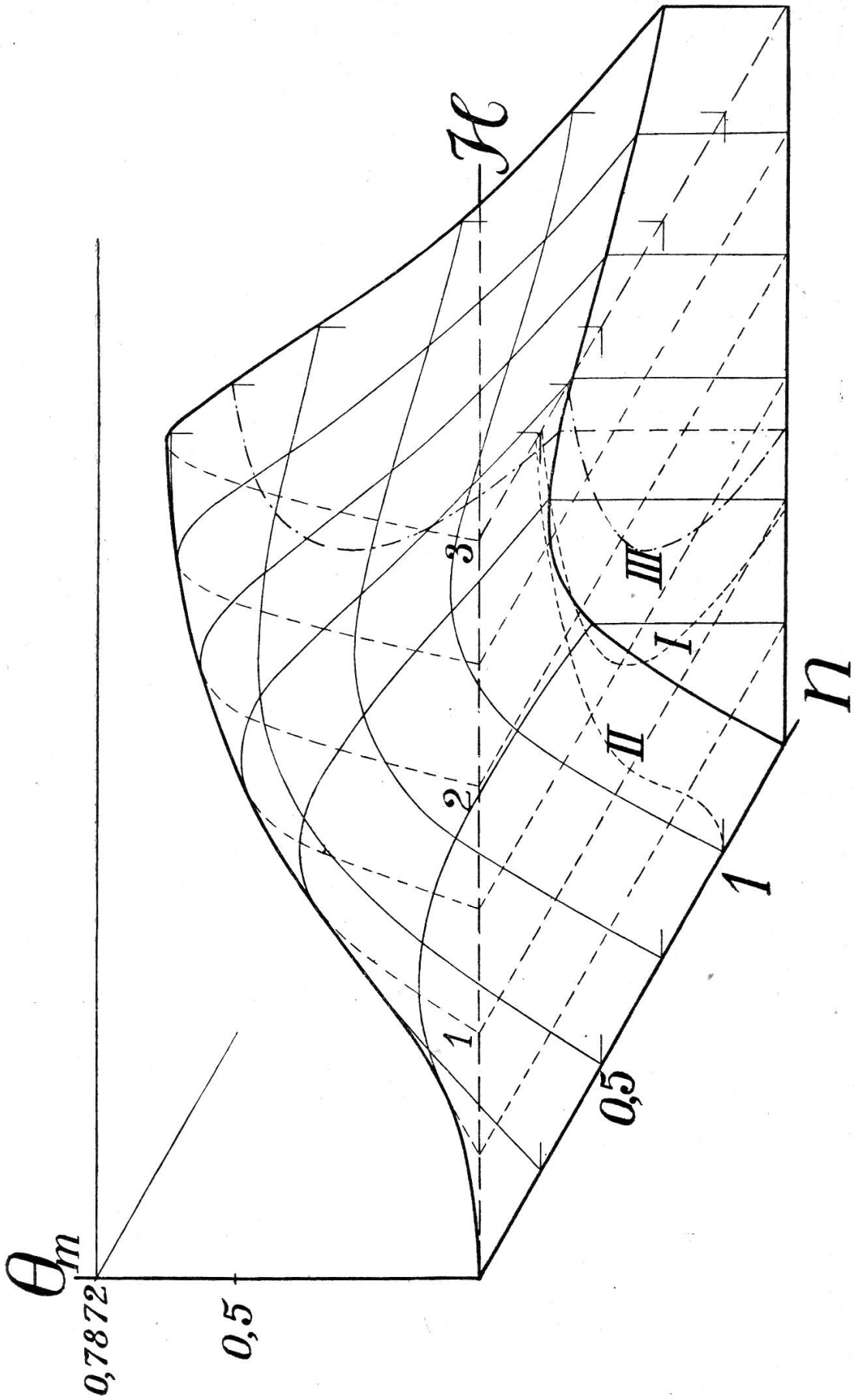
Entre θ_m, $\mathcal{H}$ et n exprimés en ces unités respectivement, on a alors la relation:

$$\theta_m = \frac{1}{\mathcal{H} n}\left[1 - \frac{1}{\left(1 + \frac{\mathcal{H}^2 n^2}{1 + n^2}\right)^2}\right] = \mathcal{H} n \frac{2 + 2n^2 + \mathcal{H}^2 n^2}{(1 + n^2 + \mathcal{H}^2 n^2)^2}.$$

La surface représentant cette fonction (fig. 1) montre que les courbes n=constante et les courbes $\mathcal{H}$ = constante ont chacune un maximum.

Pour n donné, θ_m est maximum pour

$$\mathcal{H} = 0{,}7494 \frac{\sqrt{1 + n^2}}{n} \ldots \text{(courbe I)}$$


θ_m
0,7872
0,5
$\mathcal{H}$
3
2
1
0,5
1
n
I
II
III

Pour $\mathcal{H}$ donné, θ_m est maximum pour

$$n = \sqrt{\frac{-3\mathcal{H}^2 + \sqrt{(3\mathcal{H}^2 + 4)^2 + 8\mathcal{H}^4}}{4 + 6\mathcal{H}^2 + 2\mathcal{H}^4}} \quad \ldots \text{(courbe II)} .$$

Pour $\mathcal{H}$ tendant vers ∞ et n tendant vers 0, on trouve

$$\lim \theta_m = 0.7872 .$$

Nous avons vu que le galvanomètre est périodique ou apériodique suivant que $z \lesseqgtr 1$. Avec les nouvelles unités, cela correspond à $\frac{\mathcal{H}^2 n^2}{1 + n^2} \lesseqgtr 1$. La courbe III, dont l'équation est $\mathcal{H} = \frac{\sqrt{1 + n^2}}{n}$, est la projection de la courbe de la surface qui sépare la région périodique de la région apériodique. Les courbes I et II sont situées complètement dans la région périodique.

Revenant maintenant aux unités ordinaires, on trouve les résultats suivants:

a. Toutes les grandeurs, *sauf* $\mathcal{H}$, étant données, θ_m est maximum pour la valeur de $\mathcal{H}$ suivante:

$$\mathcal{H} = 33513 \sqrt[4]{\mathrm{CI}} \, . \, \frac{\sqrt{\mathrm{NR} + nr + r_e}}{sn}$$

conduisant à

$$\theta_m = 1.762 \, . \, 10^{-5} \, . \, \frac{\mathrm{N}\Phi}{\sqrt[4]{\mathrm{CI}}} \, . \, \frac{1}{\sqrt{\mathrm{NR} + nr + r_e}}$$

b. Toutes les grandeurs, *sauf* n, étant données, θ_m est maximum pour une certaine valeur de n déterminée par les formules suivantes

$$\mathrm{A} = \frac{\mathcal{H}^2 s^2}{2\sqrt{\mathrm{CI}}} \, . \, 10^{-9} \qquad x = \frac{\mathrm{D}}{\mathrm{A}} \qquad \mathrm{B} = \frac{3 + \sqrt{(3 + 4x)^2 + 8}}{4}$$

$$n = \sqrt{\frac{\mathrm{NR} + r_e}{\mathrm{AB}}}$$

lesquelles conduisent à

$$\theta_m = 8{,}944 \,.\, 10^{-5} \frac{N\Phi}{\sqrt[4]{CI}} \,.\, \frac{1}{\sqrt{NR + r_e}} \,.\, F(x)$$

$$F(x) = \frac{5 + 4x + \sqrt{(3 + 4x)^2 + 8}}{\left[7 + 4x + \sqrt{(3 + 4x)^2 + 8}\right]^2} \cdot \sqrt{3 + \sqrt{(3 + 4x)^2 + 8}}$$

3. *Choix du champ* $\mathcal{H}$.

La fonction F (x) qui figure au second membre de la dernière équation a une valeur d'autant plus grande que x est plus petit, donc que $\mathcal{H}$ est plus grand, comme le montre aussi la représentation graphique.

Pour $\mathcal{H}$ tendant vers ∞, x tend vers 0 et θ_m vers la limite

$$\lim_{H=\infty} \theta_m = 1{,}762 \,.\, 10^{-5} \,.\, \frac{N\Phi}{\sqrt[4]{CI}} \,.\, \frac{1}{\sqrt{NR + r_e}} \,.$$

La valeur de $\mathcal{H}$ qu'on choisira sera déterminée par des considérations pratiques (possibilité d'excitation du champ). En outre, le paramagnétisme du cadre impose une limite supérieure à l'intensité du champ.

On peut appeler *sensibilité relative* le rapport

$$\frac{\theta_m}{\lim \theta_m} = 5{,}08 \; F(x) \,.$$

Elle montre dans quelle mesure on a tiré parti des dimensions données du cadre.

4. *Choix des dimensions du cadre.*

Les dimensions du cadre sont contenues implicitement en x et en I, de sorte qu'il faut étudier la fonction

$$\frac{F(x)}{\sqrt[4]{I}} \,.$$

a. La section droite σ *de l'enroulement.*

En désignant par $p_1, p_2, \ldots p_6$ des grandeurs ne dépendant pas

de σ, on a

$$D = \frac{p_1}{\sigma} \qquad I = p_2\sigma \qquad A = \frac{p_3}{\sqrt{\sigma}}$$

$$x = \frac{D}{A} = \frac{p_4}{\sqrt{\sigma}} \qquad \sqrt[4]{I} = p_5\sqrt[4]{\sigma} = \frac{p_6}{\sqrt{x}}$$

et la fonction à étudier est

$$\sqrt{x} \,.\, F(x) \,.$$

Elle croît avec x et il faut donc choisir x grand, ce qui maintenant veut dire: σ aussi petit que possible.

Toutefois, dans chaque cas particulier, il faut contrôler si la valeur adoptée pour σ, combinée avec la valeur calculée pour n, donne une épaisseur admissible pour le fil dont sera fait l'enroulement. C'est cette considération qui dans les applications numériques détermine une limite inférieure pour σ.

6. *Largeur et hauteur du cadre rectangulaire.*

Soit a la largeur et $a.\ t$ la hauteur du cadre rectangulaire.

Alors on a:

$$l = 2a(1 + t) \qquad s = a^2 t$$

$$D = \frac{2\rho k}{\sigma}\, a(1 + t) \,.$$

Si d est la densité du cadre, on a à peu près

$$I = \frac{1}{6}\, d\sigma a^3 (1 + 3t)$$

$$A = \frac{\mathcal{H}^2 \,.\, 10^{-9}}{2\sqrt{\frac{C d \sigma}{6}}} \cdot \frac{a^3 t^2}{\sqrt{a(1 + 3t)}} \,.$$

$$x = \frac{D}{A} = \frac{4\rho k}{\mathcal{H}^2 \,.\, 10^{-9}} \sqrt{\frac{Cd}{6\sigma}} \cdot \frac{1}{\sqrt{a^3}} \cdot \frac{(1 + t)\sqrt{1 + 3t}}{t^2}$$

$$\sqrt{I} = \sqrt[4]{\frac{d\sigma}{6}\, a^3(1 + 3t)} \,.$$

Prenons d'abord t constant. Alors, en désignant par q_1, q_2 et q_3 des grandeurs ne dépendant pas de a, on a

$$x = \frac{q_1}{\sqrt{a^3}} \quad \sqrt[4]{\mathrm{I}} = q_2 \sqrt[4]{a^3} = \frac{q_3}{\sqrt{\mathrm{X}}}$$

et il faut de nouveau étudier la fonction $\sqrt{x}\,.\,\mathrm{F}(x)$.

Il en résulte qu'il faut prendre x grand, c'est-à-dire a petit.

Des considérations pratiques nous donneront une limite inférieure de a.

Posons maintenant

$$c = \frac{4\rho k}{\mathcal{H}^2 \,.\, 10^{-9}} \sqrt{\frac{\mathrm{C}d}{6a^3\sigma}}\,.$$

Alors

$$x = c\,\frac{(1+t)\sqrt{1+3t}}{t^2}$$

et pour voir quelle valeur il faut prendre pour t il faut étudier la fonction

$$\frac{\mathrm{F}(x)}{\sqrt[4]{1+3t}}\,.$$

$$\text{Or pour} \quad t = 0 \quad x = \infty \quad \mathrm{F}(x) = 0$$

$$\text{et pour} \quad t = \infty \quad x = 0 \quad \frac{1}{\sqrt[4]{1+3t}} = 0\,.$$

Il y a donc au moins un maximum de cette fonction pour une valeur positive de t.

En calculant la dérivée, on trouve que celle-ci est zéro pour les valeurs de t satisfaisant à l'équation

$$\frac{3t+3t^2}{4+11t+3t^2} = \frac{4x}{\mathrm{W}}\left[2\,\frac{(3+4x+\mathrm{W})^2}{(5+4x+\mathrm{W})(7+4x+\mathrm{W})} - \frac{3+4x}{3+\mathrm{W}}\right]$$

si l'on pose

$$\mathrm{W} = \sqrt{(3+4x)^2+8}\,.$$

A chaque c correspond donc une valeur de t qu'on peut calculer en éliminant x entre cette dernière équation et celle qui

donne x en fonction de t. Il est plus pratique d'utiliser la table suivante:

c	t	c	t	c	t
0,001	0,1015	0,055	0,5222	0,170	0,9047
0,002	0,1316	0,060	0,5438	0,180	0,9316
0,003	0,1538	0,065	0,5645	0,190	0,9578
0,004	0,1721	0,070	0,5850	0,200	0,9835
0,006	0,2024	0,075	0,6042	0,210	1,0088
0,008	0,2267	0,080	0,6230	0,220	1,0336
0,010	0,2485	0,085	0,6414	0,230	1,0580
0,013	0,2769	0,090	0,6594	0,240	1,0820
0,016	0,3025	0,095	0,6771	0,250	1,1055
0,020	0,3325	0,100	0,6944	0,260	1,1287
0,025	0,3663	0,110	0,7272	0,270	1,1517
0,030	0,3968	0,120	0,7590	0,280	1,1743
0,035	0,4250	0,130	0,7897	0,290	1,1965
0,040	0,4513	0,140	0,8197	0,300	1,2184
0,045	0,4761	0,150	0,8488	0,310	1,2400
0,050	0,4997	0,160	0,8771	0,320	1,2614

Résumé des formules nécessaires pour le calcul.

On choisit $\mathcal{H}$, C, a et σ

$$c = \frac{4\rho k}{\mathcal{H}^2 \cdot 10^{-9}} \sqrt{\frac{Cd}{6a^3\sigma}} .$$

A ce c correspond un t qu'on trouve dans la table.

$$D = \frac{2\rho k}{\sigma} a(1+t)$$

$$I = \frac{1}{6} d\sigma a^3 (1+3t)$$

$$s = a^2 t$$

$$A = \frac{\mathcal{H}^2 s^2}{2\sqrt{CI}} \cdot 10^{-9} \qquad x = \frac{D}{A}$$

$$B = \frac{3 + \sqrt{(3+4x)^2 + 8}}{4}$$

$$n = \sqrt{\frac{NR + r_e}{AB}}$$

Exemple numérique.

Prenons:

$\mathcal{H} = 1000$ gauss.

$\rho = 1,7 \,.\, 10^{-6}$ ohms. cm

(résistance spécifique moyenne du cuivre.)

$k = 2,5$

$C = 20$ dynes. cm

$d = 5$ grammes/cm^3

$NR + r_e = 1600$ ohms

$a = 3$ cm

$\sigma = 0,3$ cm^2

Alors on trouve $c = 0,0244$, ce qui donne $t = 0,363$ (voir table). La hauteur moyenne du cadre sera donc 1,1 cm.

Ensuite, on trouve

$$D = 1,15 \,.\, 10^{-4} \qquad A = 3,13 \,.\, 10^{-4}$$

$$x = 0,368 \qquad B = 2,07$$

$n = 1570$, ce qui donne pour l'épaisseur du fil 0,1 mm.

La sensibilité relative devient 0,906.

En prenant les mêmes dimensions du cadre, mais $\mathcal{H} = 2000$ gauss, on trouve $n = 830$ et la sensibilité relative est 0,975.

Quand le calcul donne une épaisseur trop petite du fil, on peut changer σ, a ou t ou deux ou trois de ces grandeurs en même temps et calculer quelle combinaison de valeurs donne la plus grande sensibilité tout en donnant des dimensions réalisables. Dans ces calculs, il y aura toujours un élément de tâtonnement, ce qui du reste n'est pas un inconvénient grave. Remarquons seulement que, pour la sensibilité, a^3 joue le même rôle que σ.

Description d'un galvanomètre dont on peut changer la sensibilité.

La sensibilité d'un galvanomètre balistique en circuit fermé dépend, toutes choses égales d'ailleurs, du circuit extérieur. Pour tirer le plus de profit possible de l'instrument, il faut pouvoir *changer quelques-unes de ses constantes* chaque fois que le circuit extérieur change. Le plus facile est de changer $\mathcal{H}$; à cet effet, il est indiqué de prendre un galvanomètre à électroaimant.

En outre, on peut le réaliser de façon que l'équipage mobile puisse facilement être enlevé et remplacé par un autre.

La fig. 2 représente le galvanomètre qui a été construit pour les recherches précitées au laboratoire même de Lausanne. Le circuit magnétique, horizontal, est en fer de Suède, démontable en trois pièces, et muni d'une seule bobine d'aimantation sur la branche opposée à l'entrefer.

Le système complet qui porte l'équipage mobile comprend aussi les pièces polaires et le tout s'introduit et se retire avec la

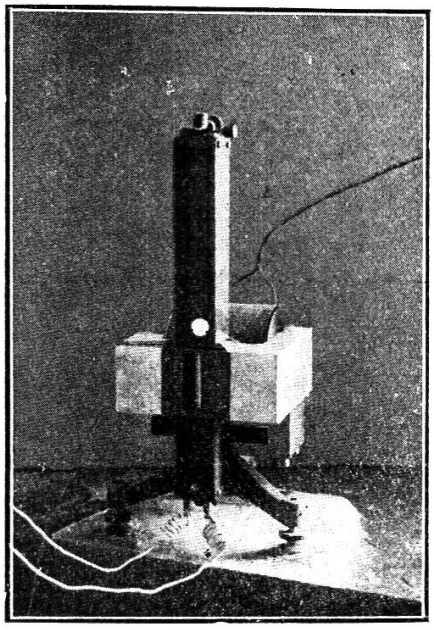


Fig. 2.

plus grande facilité grâce à un guidage à frottement doux. On peut ainsi disposer d'un jeu d'équipages interchangeables adaptés à toutes conditions données d'avance.

Il m'a été impossible de trouver dans le commerce du fil de cuivre exempt de résidus paramagnétiques bien que j'en aie essayé de provenances variées et choisies. Il s'en est suivi qu'avec les champs utilisés, l'équipage mobile était soumis à un couple supplémentaire du même ordre au moins que celui du ressort. Cet effet gênant a été neutralisé approximativement en collant des lames minces de bismuth à l'intérieur du cadre.

Ajoutons pour fixer les idées que 2,5 ampères dans la bobine

d'aimantation peuvent être maintenus invariables sans grande surveillance et que ce courant produisait dans l'entrefer un champ de 1235 gauss. Il convient à ce propos de remarquer que des variations de ce courant ont une influence relativement très faible sur la sensibilité lorsqu'on travaille dans la région de θ_{max}.

Il est enfin presque superflu de noter qu'un tel galvanomètre déploierait tous ses avantages pour mesurer des courants continus, sa sensibilité croissant alors exactement à proportion du champ.

Lausanne, laboratoire de physique de l'Université.
Zaltbommel (Hollande). Octobre 1922.