Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 6 (1924)

Artikel: Le champ électromagnétique d'un électron en mouvement : rectification
Autor: Wisniewski, Félix-Joachim de
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-741886

LE CHAMP ÉLECTROMAGNÉTIQUE
D'UN
ÉLECTRON EN MOUVEMENT

RECTIFICATION

PAR

Félix-Joachim de WISNIEWSKI

Dans la 3me partie de l'article « Le champ électromagnétique d'un électron en mouvement », publié dans les *Archives*[1], qui traite du champ d'un électron en mouvement accéléré, il s'est glissé une faute de calcul que je m'empresse de rectifier ici.

Nous avons obtenu dans l'article cité pour les vecteurs E et H les expressions suivantes[2]:

$$E(u, v, w) = -\int\int\int \left[\nabla_1 \rho - \frac{v}{c}\left(\frac{v}{c}\nabla_1 \rho\right)\right] \varphi(u, v, w, u_0 v_0 w_0)\, du_0\, dv_0\, dw_0$$

$$H(u, v, w) = -\int\int\int \mathrm{rot}_1 \frac{\rho v}{c} \cdot \varphi(u, v, w, u_0 v_0 w_0)\, du_0\, dv_0\, dw_0$$

où φ est l'intégrale particulière de l'équation adjointe:

$$\nabla_0^2 \varphi + a\frac{\partial \varphi}{\partial u_0} + b\frac{\partial \varphi}{\partial v_0} + c\frac{\partial \varphi}{\partial w_0} = 0 \,. \qquad (\delta)$$

[1] *Arch.* (5), V, p. 370, 1923.
[2] *Ibid.*, p. 376.

En posant

$$\varphi(u, v, w, u_0 v_0 w_0) = \lambda(u, v, w\, u_0 v_0 w_0) e^{\frac{a}{2}(u-u_0)+\frac{b}{2}(v-v_0)+\frac{c}{2}(w-w_0)}$$

et en introduisant cette expression dans l'équation (δ) on obtient pour déterminer λ l'équation

$$\nabla_0^2 \lambda - \varkappa^2 \lambda = 0 \qquad (\omega)$$

où

$$\varkappa = \frac{1}{2} \sqrt{a^2 + b^2 + c^2} .$$

L'équation (ω) admet comme intégrale particulière l'expression:

$$\lambda = \frac{1}{r} e^{-\varkappa r} . \qquad r^2 = (u - u_0)^2 + (v - v_0)^2 + (w - w_0)^2$$

On en déduit pour φ l'expression:

$$\varphi = \frac{1}{r} e^{-\varkappa r + \frac{a}{2}(u-u_0)+\frac{b}{2}(v-v_0)+\frac{c}{2}(w-w_0)}$$

Or:

$$i\left[\nabla_1 \rho - \frac{v}{c}\left(\frac{v}{c}\nabla_1 \rho\right)\right] = \frac{\partial \rho}{\partial \xi}\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) ;$$

$$j\left[\nabla_1 \rho - \frac{v}{c}\left(\frac{v}{c}\nabla_1 \rho\right)\right] = \frac{\partial \rho}{\partial \eta} ;$$

$$k\left[\nabla_1 \rho - \frac{v}{c}\left(\frac{v}{c}\nabla_1 \rho\right)\right] = \frac{\partial \rho}{\partial \zeta} ;$$

$$j \operatorname{rot} \frac{\rho v}{c} = \frac{v}{c}\frac{\partial \rho}{\partial \zeta} ; \qquad k \operatorname{rot} \frac{\rho v}{c} = -\frac{v}{c}\frac{\partial \rho}{\partial \eta} ; \qquad i \operatorname{rot} \frac{\rho v}{c} = 0 ,$$

parce qu'on a:

$$\dot{\xi} = v ; \qquad \dot{\eta} = \dot{\zeta} = 0 .$$

En introduisant ces expressions dans les expressions de E et H, on obtient:

$$\mathrm{E}_x = -\int\int\int \frac{\partial \rho}{\partial u_0} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} . \varphi \, du_0 \, dv_0 \, dw_0 ;$$

$$(\mathrm{E}_y , \mathrm{E}_z) = -\int\int\int \left(\frac{\partial \rho}{\partial v_0} , \frac{\partial \rho}{\partial w_0}\right) \varphi \, du_0 \, dv_0 \, dw_0 ;$$

$$(\mathrm{H}_y , \mathrm{H}_z) = -\frac{v}{c}\int\int\int \left(\frac{\partial \rho}{\partial w_0} , -\frac{\partial \rho}{\partial v_0}\right) \varphi \, du_0 \, dv_0 \, dw_0 .$$

En tenant compte de la relation

$$\int\int\int u \frac{\partial v}{\partial s} dt = \int\int u, v . \cos(s, x)\, d\sigma - \int\int\int v \frac{du}{ds} dt ,$$

où $s = u_0, v_0, w_0$, et $dt = du_0 dv_0 dw_0$, on obtient:

$$\mathrm{E}x = - \sqrt{1 - v^2/c^2}\left[- \int\int\int \rho \frac{\partial \varphi}{\partial u_0} du_0 dv_0 dw_0 + \int\int \rho\varphi \cos(un) d\sigma \right]$$

$$\mathrm{E}y = \qquad + \int\int\int \rho \frac{\partial \varphi}{\partial v_0} du_0 dv_0 dw_0 - \int\int \rho\varphi \cos(v, n)\, d\sigma$$

$$\mathrm{E}z = \qquad + \int\int\int \rho \frac{\partial \varphi}{\partial w_0} du_0 dv_0 dw_0 - \int\int \rho\varphi \cos(w_0 n)\, d\sigma$$

d'où

$$\mathrm{E}_x = + \int\int\int \rho \frac{\partial \varphi}{\partial u_0} d\xi . \, d\eta\, d\zeta \ ;$$

$$\mathrm{E}y = + \int\int\int \rho \frac{\partial \varphi}{\partial u_0} d\xi\, d\eta\, d\zeta \ : \qquad \mathrm{E}z = + \int\int\int \rho \frac{\partial \varphi}{\partial w_0} d\xi\, d\eta\, d\zeta$$

car les intégrales prises sur des surfaces situées à l'infini sont nulles.

Quand on considère l'électron comme un point mathématique, on a, vu que

$$\varepsilon = \int\int\int \rho\, d\xi\, d\eta\, d\zeta \ ,$$

$$\mathrm{E}_x = \varepsilon \frac{\partial \varphi}{\partial u_0} \ ; \quad \mathrm{E}y = \frac{\varepsilon}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial u_0} \ ; \quad \mathrm{E}z = \frac{\varepsilon}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \cdot \frac{\partial \varphi}{\partial w_0} ,$$

où

$$\left(\frac{\partial \varphi}{\partial u_0} , \frac{\partial \varphi}{\partial v_0} , \frac{\partial \varphi}{\partial w_0} \right)$$

$$\left[\left(\frac{1}{r^3} + \frac{x}{r^2} \right) (u - u_0)(v - v_0)(w - w_0) - \frac{1}{2} \frac{(a, b, c)}{r} \right] c^{-xr + \frac{a}{2}(u - u_0) + \frac{b}{2}(v - v_0) + \frac{c}{2}(w - w_0)} .$$

En posant:

$$(\mathrm{E}_u , \mathrm{E}_v , \mathrm{E}_w) = \varepsilon \left(\frac{\partial \varphi}{\partial u_0} , \frac{\partial \varphi}{\partial v_0} , \frac{\partial \varphi}{\partial w_0} \right)$$

on obtient les relations de M. Einstein:

$$\mathrm{E}_x = \mathrm{E}_u \ ; \quad (\mathrm{E}y , \mathrm{E}z) = \frac{(\mathrm{E}_v , \mathrm{E}_w)}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} .$$

Pour E_x, E_y, E_z on a enfin des expressions qui ne diffèrent presque pas des relations obtenues dans l'article cité:

$$(E_x\,,\ E_y\,,\ E_z)$$

$$= \left[(E_{ox}\,,\ E_{oy}\,,\ E_{oz}) \left(1 + \varkappa R \,.\, \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2} \sin^2(Rv)}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \right) \right.$$

$$\left. - \frac{\varepsilon}{2} \frac{a,\, b,\, c}{R} \,.\, \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2} \sin^2(Rv)}} \right] e^{-\varkappa R \frac{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2} \sin^2(Rv)}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}} \; e^{\frac{a}{2} \frac{x-\xi}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + \frac{b}{2}(y-\eta) + \frac{c}{2}(z-\zeta)}$$

où

$$(E_{ox}\,,\ E_{oy}\,,\ E_{oz})$$

$$= \frac{\varepsilon}{R^3} \frac{1 - v^2/c^2}{\left[\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2} \sin^2(Rv)} \right]^3} \,.\, [(x - \xi),\ (y - \eta),\ (z - \zeta)]\ .$$

Quant à l'énergie du champ électromagnétique de l'électron en mouvement accéléré, on remarque aisément qu'elle a la même expression que dans l'article cité, car l'expression du champ électromagnétique a subi une correction qui n'introduit pas de nouveaux termes dans l'expression de l'énergie.