

Construction de fonctionnelles automorphes

Autor(en): **Wavre, R.**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences physiques et naturelles**

Band (Jahr): **8 (1926)**

PDF erstellt am: **11.08.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-742446>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

alors :

$$\int_0^1 (x-y)y^\alpha dy = \int_0^x (x-y)y^\alpha dy = \frac{x^{\alpha+2}}{(\alpha+1)(\alpha+2)} \quad \alpha > -1$$

et si

$$\varphi_0 = 1$$

on a

$$\varphi_1 = \sqrt{5} x^2, \quad \varphi_2 = \sqrt{9} x^4, \quad \varphi_3 = \sqrt{13} x^6,$$

$$\varphi_i = \sqrt{4i+1} x^{2i}$$

$$\int_0^1 \varphi_i(x) \varphi_{i+p}(x) dx = \frac{\sqrt{4i+1} \sqrt{4i+4p+1}}{4i+2p+1}$$

et

$$\lim_{p \rightarrow +\infty} \int_0^1 [\varphi_i(x) - \varphi_{i+p}(x)]^2 dx = 2 \quad \text{quel que soit } i \text{ fixe.}$$

Il est impossible d'extraire des $\varphi_i(x)$ une suite qui converge en moyenne.

R. WAVRE. — *Construction de fonctionnelles automorphes.*

Dans une note parue aux comptes rendus de l'Académie des Sciences (t. 182, p. 1317, séance du 31 mai 1926) j'ai construit des fonctionnelles automorphes relatives à un noyau symétrique de Fredholm.

Soient $N_n(y, x) = \sum \frac{\psi_i(x) \psi_i(y)}{\lambda_i^n}$ le noyau itéré d'ordre n d'un noyau symétrique et c_i les coefficients de Fourier d'une fonction $f_0(x)$, relatifs au système orthogonal $\psi_i(x)$. La fonction itérée d'ordre n , $f_n(x) = \int N_n(x, y) f_0(y) dy$ admet les coefficients $c_i \lambda_i^{-n}$; on peut convenir d'attribuer à n des valeurs non entières.

Soit alors F une fonction des seuls produits $c_i \lambda_i^m$ telle que l'intégrale

$$\Phi |f_0(x)| = \Phi(c_1, c_2, \dots) = \int_{m=-\infty}^{+\infty} F(c_1 \lambda_1^m, c_2 \lambda_2^m, \dots) dm$$

soit convergente. La fonctionnelle Φ est automorphe pour toute substitution $f_0 \rightarrow f_n$, quel que soit n ; c'est-à-dire que l'on a

$$\Phi |f_0(x)| = \Phi |f_n(x)|.$$

Son domaine fondamental est l'hypersphère $S: \sum c_i^2 = 1$.

Je voudrais ici indiquer un procédé plus général que celui indiqué dans la note rappelée pour construire effectivement des fonctionnelles Φ .

Soient $x_i, y_i, z_i, u_i, \dots$ des nombres tels que les séries suivantes convergent quel que soit m .

$$x = \sum_i x_i^2 c_i^2 \lambda_i^{2m}$$

$$y = \sum_i y_i^2 c_i^2 \lambda_i^{2m}$$

$$z = \sum_i z_i^2 c_i^2 \lambda_i^{2m}$$

$$u = \sum_i u_i^2 c_i^2 \lambda_i^{2m}$$

puis $f(y, z, u, \dots)$ une fonction telle que l'on ait

$$|f(y, z, u, \dots)| \leq f(x, x, x, \dots)$$

lorsque x, y, z, u, \dots ont les valeurs qui correspondent à une même valeur de m et telle de plus que l'intégrale

$$\int_0^{+\infty} f(x, x, x, \dots) dx$$

ait un sens.

Alors la fonctionnelle

$$\Phi |f_0(x)| = \int_0^{+\infty} f(y, z, u, \dots) dx = \int_{m=-\infty}^{+\infty} f(y, z, u, \dots) \frac{dx}{dm} \cdot dm$$

est automorphe. Voici donc un procédé très général de construction de fonctionnelles Φ .