

**Zeitschrift:** Archives des sciences physiques et naturelles  
**Band:** 12 (1930)

**Artikel:** Index de couleur absolu et statistique stellaire  
**Autor:** Rossier, Paul  
**DOI:** <https://doi.org/10.5169/seals-741298>

### **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. [Siehe Rechtliche Hinweise.](#)

### **Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. [Voir Informations légales.](#)

### **Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. [See Legal notice.](#)

**Download PDF:** 16.10.2024

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, <https://www.e-periodica.ch>**

## Séance du 4 décembre 1930.

Paul Rossier. — *Index de couleur absolu et statistique stellaire.*

## I. — THÉORIE DE L'INDEX ABSOLU D'UN RÉCEPTEUR.

1. — *Hypothèses.*

Dans une note récente<sup>1</sup>, nous remarquons que les résultats des statistiques stellaires, sur la proportion des étoiles appartenant aux diverses classes spectrales, dépendent de la méthode utilisée pour l'obtention des documents; nous proposons d'éliminer cette cause d'arbitraire, en faisant intervenir l'index de couleur absolu, relatif au récepteur utilisé.

Rappelons que nous avons défini ainsi: la différence entre la magnitude d'une étoile, mesurée au moyen du récepteur considéré, et celle donnée par un récepteur intégral<sup>2</sup>.

Le calcul de l'index de couleur est facile en partant des hypothèses suivantes:

a) La répartition de l'énergie dans le rayonnement d'une étoile peut être représentée par l'équation spectrale de Wien<sup>3</sup>

$$e(\lambda) = c \lambda^{-5} e^{-\frac{b}{\lambda T}} \quad (1)$$

où  $b = 1,432$  si  $\lambda$  est mesuré en cm.

b) Les courbes de sensibilité des récepteurs considérés sont représentées analytiquement par des fonctions de la forme

$$\sigma(\lambda) = c \left( \frac{\lambda_0}{\lambda} e^{1 - \frac{\lambda_0}{\lambda}} \right)^n \quad (2)$$

<sup>1</sup> P. ROSSIER et G. TIERCY, *Sur la répartition des étoiles en fonction du type spectral*, Compte rendu de la Soc. de Physique, 1930 (3).

<sup>2</sup> P. ROSSIER, *Le problème de l'index de couleur*, Archives Sc. phys. et nat. (5), 12, p. 61 et 129; le même dans Publications de l'Observatoire de Genève, fasc. 11.

<sup>3</sup> Dans l'état actuel de la photométrie astronomique, la complication apportée par la formule de Planck ne se justifie pas suffisamment.

au moins dans le cas où le récepteur ne possède qu'un seul maximum de sensibilité.

$\lambda_0$  est la longueur d'onde du maximum de sensibilité;  $n$  est positif.

Ces hypothèses conduisent, pour l'index de couleur, à l'expression générale

$$M_1 - M_2 = I_{12} = 2,5 \log \left( \frac{n''\lambda'' + \frac{b}{T_0}}{n''\lambda'' + \frac{b}{T}} \right)^{4+n''} \left( \frac{n'\lambda' + \frac{b}{T}}{n'\lambda' + \frac{b}{T_0}} \right)^{4+n'} \quad (3)$$

Dans cette formule,  $n'$  et  $n''$  sont les exposants  $n$ ,  $\lambda'$  et  $\lambda''$  ces  $\lambda_0$  de la formule (2);  $T$  est la température effective de l'étoile considérée et  $T_0$  celle de l'étoile fondamentale (d'index nul).

## 2. — Expression analytique de l'index absolu.

La sensibilité de l'un des récepteurs est indépendante de  $\lambda$ . Cela revient à poser, dans la formule (2)

$$n = 0 \quad (4)$$

ce qui donne

$$\sigma(\lambda) = C \quad (5)$$

Annulons donc  $n''$  dans la formule (3). On trouve, en laissant tomber les accents:

$$M - M_{\text{bol}} = I(T) = 2,5 \log \left( \frac{T}{T_0} \right)^4 \left( \frac{n\lambda + \frac{b}{T}}{n\lambda + \frac{b}{T_0}} \right)^{4+n} \quad (6)$$

## 3. — Variation de $I$ avec la température $T$ .

On a

$$I(\infty) = +\infty \quad (7)$$

Pour le cas où  $T$  est très petit, remarquons que le degré d'infinité de la parenthèse d'exposant  $n + 4$  dépasse celui du quotient des températures.

Il vient donc

$$I(0) = +\infty \quad (8)$$

La fonction  $I(T)$  étant continue (pour  $T > 0$ , seul cas ayant une signification physique), elle doit admettre au moins un minimum.

Calculons sa dérivée

$$\frac{dI}{dT} = \frac{kn(4\lambda T - b)}{(n\lambda T + b)T} \quad (9)$$

La constante  $k$  est le quotient de 2,5 divisé par le module des logarithmes naturels

$$k = 1,08574 \quad (10)$$

La fonction  $I(T)$  possède un minimum unique correspondant à

$$T = \frac{b}{4\lambda} \quad (11)$$

La loi du déplacement de Wien, relative au maximum de l'émission d'un corps noir, s'écrit, dans nos hypothèses

$$T' = \frac{b}{5\lambda} \quad (12)$$

Divisons (11) par (12) en égalant les  $\lambda$ :

La température absolue de l'étoile d'index absolu minimum est les  $\frac{5}{4}$  de celle d'un radiateur intégral ayant son maximum d'émission pour la longueur d'onde du maximum de sensibilité du récepteur considéré.

Calculons encore

$$\frac{d^2I}{dT^2} = \frac{4\lambda(n\lambda + b)Tmn - mn(4\lambda T - b)(2n\lambda T + b)}{(n\lambda T + b)^2 T^2} \quad (13)$$

La fonction  $I(T)$  possède deux points d'inflexion définis par

$$4n\lambda^2 T^2 - 2n\lambda bT - b^2 = 0 \quad (14)$$

Appelons  $T'$  et  $T''$  les racines de l'équation (14):

$$T' \cdot T'' = -\frac{b^2}{4n\lambda^2} < 0 \quad (15)$$

Dans sa portion intéressante, la courbe ne comporte qu'un point d'inflexion, pour lequel

$$T = \frac{b}{4\lambda} \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{4}{n}} \right). \quad (16)$$

Le point d'inflexion correspond à une température plus de deux fois supérieure à celle de l'index minimum.

La courbe de I en fonction de T tourne sa concavité vers le haut pour les basses températures et vers le bas pour les températures élevées.

## II. — APPLICATION A L'ŒIL.

### 4. — Constantes de la fonction $\sigma(\lambda)$ .

Le choix des constantes  $\lambda_0$  et  $n$ , à introduire dans la formule (2) est assez délicat. Nous avons montré que la valeur  $n = 181$ , proposée par quelques physiciens<sup>1</sup> ne convient pas aux circonstances de l'observation astronomique; la cause en est probablement dans le fait que, pour les faibles intensités lumineuses qui interviennent en astrophotométrie, le maximum de sensibilité de l'œil pour le jaune est moins accusé que pour les éclaircissements usuels. Pour l'index photo-visuel, la valeur  $n = 49,2$  nous avait fourni d'excellents résultats, mais avec l'hypothèse supplémentaire que les deux exposants  $n'$  et  $n''$  de la formule (3) sont égaux. Tout ce qu'on peut affirmer, c'est que l'exposant  $n$  ne saurait être très différent de 49. La valeur correspondante de  $\lambda_0$  était

$$5,61 \cdot 10^{-5} \text{ cm.}$$

### 5. — Valeurs numériques de I.

Introduisons ces deux valeurs dans la formule (6). Il vient

$$I = 2,5 \log \left( \frac{T}{11000} \right) \left( 0,9542 + \frac{0,00497}{T} \right)^{53}. \quad (17)$$

<sup>1</sup> H. BOUASSE, *Emission, chaleur solaire*, p. 209. Delagrave (1925).

Nous prenons avec M. Graff  $T_0 = 11\,000$  pour la température des étoiles  $A_0$  (étoiles fondamentales) <sup>1</sup>.

Le minimum de  $I$  correspond à la température

$$T_1 = 6380 , \quad (18)$$

tandis que l'abscisse  $5,61 \times 10^{-5}$  cm du maximum d'émission, correspond à la température

$$T_2 = 5100 . \quad (19)$$

Le point d'inflexion est atteint pour la température

$$T_3 = 6380 \left( 1 + \sqrt{1 + \frac{4}{49}} \right) = 13\,000 , \quad (20)$$

qui correspond au type  $B_5$ .

Pour des étoiles très chaudes, l'index absolu de l'œil peut donc être considéré comme une fonction linéaire de la température

$$I(T) = 4,79 \cdot 10^{-4} (T - 11\,000) . \quad (21)$$

Avec l'échelle de températures de M. Graff, que nous avons déjà adoptée dans notre théorie générale, on trouve pour  $I$  les valeurs suivantes: Tableau I, colonne 2.

TABLEAU I.

1	2	3
$B_0$	+ 1,16	+ 1,17
$B_5$	+ 0,45	+ 0,45
$A_0$	0,00	0,00
$A_5$	— 0,28	— 0,29
$F_0$	— 0,44	— 0,44
$F_5$	— 0,50	— 0,49
$G_0$	— 0,52	— 0,47
$G_5$	— 0,44	— 0,40
$K_0$	— 0,28	— 0,21
$K_5$	— 0,11	— 0,02
M	+ 0,12	+ 0,25

<sup>1</sup> SCHEINER GRAFF, *Astrophysik*, page 362 (1922).

7. — *Variation des constantes.*

Nous allons montrer que  $I$  varie relativement peu avec les constantes de la courbe de sensibilité.

Dérivons en effet la fonction  $I(T)$  par rapport aux constantes  $\lambda$  et  $n$ . Il vient

$$\frac{dI}{d\lambda} = 2,5 \frac{nb(4+n) \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)}{\left( n\lambda + \frac{b}{T} \right) \left( n\lambda + \frac{b}{T_0} \right)} \quad (22)$$

$$\frac{dI}{dn} = 2,5 \left\{ \frac{\lambda b(4+n) \left( \frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right)}{\left( n\lambda + \frac{b}{T} \right) \left( n\lambda + \frac{b}{T_0} \right)} + \log \frac{n\lambda + \frac{b}{T}}{n\lambda + \frac{b}{T_0}} \right\} \quad (23)$$

Sauf pour les étoiles froides,  $T$  est de l'ordre de  $T_0$ . Même avec des valeurs passablement erronées des constantes de sensibilité de l'œil, les valeurs de  $I$  seront relativement précises, au moins pour les étoiles chaudes. A titre de contrôle, posons

$$\lambda = 5,5 \cdot 10^{-5} \text{ cm} \quad \text{et} \quad n = 181 .$$

Ces valeurs correspondent à un maximum de sensibilité très aigu dans le jaune. On obtient ainsi les nombres de la colonne 3 du tableau I. Jusqu'au type  $F_5$ , ils coïncident pratiquement avec ceux de la colonne 2 et n'en diffèrent au delà que de quantités de l'ordre de 0,1. Nous pouvons donc estimer à 0,1 magnitude l'ordre de grandeur des erreurs de  $I$ .

## III. — APPLICATION A LA STATISTIQUE STELLAIRE.

8. — *Magnitudes bolométriques extrêmes atteintes par une statistique stellaire.*

M. Seydl, dans son mémoire *The spectral Distribution of Stars*<sup>1</sup>, a compté les étoiles du Henry Draper Catalogue jusqu'à la magnitude visuelle 7,0. Le tableau II donne à 0,1 mag près

<sup>1</sup> Publications de l'Observatoire de Prague (1929).

les magnitudes bolométriques extrêmes atteintes dans cette statistique (colonne 2).

TABLEAU II.

1	2	3
B <sub>0</sub>	5,8	7,0
B <sub>5</sub>	6,5	6,3
A <sub>0</sub>	7,0	5,8
A <sub>5</sub>	7,3	5,5
F <sub>0</sub>	7,4	5,4
F <sub>5</sub>	7,5	5,3
G <sub>0</sub>	7,5	5,3
G <sub>5</sub>	7,4	5,4
K <sub>0</sub>	7,3	5,5
K <sub>5</sub>	7,1	5,7
M	6,9	5,9

Une statistique établie sur des documents acquis au moyen d'un récepteur intégral ne dépasserait pas la magnitude bolométrique 5,8. Les magnitudes visuelles correspondantes sont données dans la colonne 3.

Pour des raisons qui sont probablement d'ordre psychologique, les statistiques stellaires ne peuvent porter, dans l'état actuel de nos connaissances, que sur les classes spectrales et pas sur les types isolés. Nous attribuerons à chaque classe l'index relatif au type moyen de la classe soit celui du type d'indice 5.

Une statistique basée sur les magnitudes bolométriques devra donc porter, pour s'arrêter à la magnitude visuelle 7,0, sur les étoiles plus brillantes que les magnitudes visuelles suivantes (Tableau III, colonne 2).

TABLEAU III.

1	2	3	4	5	6	7
B	7,0	1002	1603	2482	1,60	1,55
A	6,2	1144	2043	3562	1,79	1,74
F	6,0	635	1177	2231	1,85	1,90
G	6,1	455	857	1678	1,88	1,96
K	6,4	1366	2475	4249	1,81	1,72
M	6,6	208	333	510	1,60	1,53

<sup>1</sup> P. ROSSIER et G. TIERCY, *Sur la répartition...*, loc. cit.



Les colonnes 3, 4, 5 donnent, d'après M. Seydl, les nombres d'étoiles contenues dans le Henry Draper Catalogue, et d'éclat supérieur aux magnitudes 6,0, 6,5 et 7,0.

### 9. — *Interpolation.*

Nous avons besoin des nombres d'étoiles que l'on obtiendrait si le tableau III était établi de dixième en dixième de magnitude. Pour les obtenir, on pourrait interpoler linéairement; mais dans le tableau III, les nombres d'étoiles relatifs à la magnitude 6,5 s'écartent passablement de la moyenne de ceux des deux colonnes voisines. Au contraire, les rapports des nombres d'étoiles de deux colonnes consécutives du tableau III sont sensiblement constants, pour chaque classe, comme on le voit dans les colonnes 6 et 7.

Nous admettrons donc pour le calcul des nombres  $N(m)$  d'étoiles d'éclat supérieur à la magnitude  $m$ , la formule suivante

$$N(m) = a \cdot b^m . \quad (24)$$

Les constantes  $a$  et  $b$  dépendent de la classe spectrale.

### 10. — *Essai d'une statistique basée sur les magnitudes bolométriques.*

La formule d'interpolation (24) appliquée aux nombres du tableau III donne les résultats suivants:

TABLEAU IV.

Classe	Limite	Nombre d'étoiles	Proportion	Proportion visuelle <sup>1</sup>
B	7,0	2482	32,5	12,3
A	6,2	1444	18,9	21,7
F	6,0	635	8,3	20,0
G	6,1	516	6,8	16,1
K	6,4	2196	28,8	26,6
M	6,6	363	4,8	3,3
Total		7636		

<sup>1</sup> D'après KAPTEYN; voir NEWCOMB-ENGELMANN, *Populäre Astronomie*, p. 575 (1922).

La comparaison des deux dernières colonnes du tableau IV montre combien la sensibilité réduite de l'œil pour les petites longueurs d'onde fausse les proportions, notamment pour les étoiles très chaudes, ou celles dont la température est voisine de celle du soleil. Il est d'ailleurs naturel que notre œil ait tendance à exagérer le nombre des étoiles du type solaire.

#### 11. — *Conclusions.*

En tout cas, pour les étoiles chaudes, l'ordre de grandeur et le signe de I semblent assez bien déterminés par les calculs précédents. Cependant, l'étude complète de la courbe de sensibilité des récepteurs utilisés dans les grands catalogues modernes est très désirable, pour le contrôle et l'extension des résultats précédents.

Il sied à coup sûr d'être extrêmement prudent dans les conclusions d'ordre cosmogonique que l'on pourrait être tenté de tirer de données statistiques. L'hypothèse, émise par quelques astronomes que dans l'évolution de Russel, le stade B est très court comparé aux autres ou que peu d'étoiles ont la masse suffisante pour y parvenir, semble quelque peu compromise par les considérations précédentes. Théoriquement, l'hypothèse qui consiste à attribuer une faible durée à un stade de température maximale se soutient mal, car c'est précisément lors d'un maximum que la température paraît devoir varier le plus lentement. Cette contradiction entre les statistiques anciennes et l'hypothèse de Russel semble pouvoir être levée par les calculs ci-dessus.

*Observatoire de Genève.*

#### **Charles Jung.** — *Albumine et globuline du sérum sanguin.*

Divers travaux récents ont étudié les protides du sang, spécialement en ce qui concerne le rôle de ces corps dans la pathogénie des œdèmes. Govearts, en particulier, a attaché une grande importance à ce qu'il a appelé la pression osmotique des protéines. Cette pression, mesurée au moyen d'un osmomètre

<sup>r</sup> J. BOSLER, *Astrophysique*, p. 525 (1929).