Potentiel newtonien en fonctions multiformes

P. Dive et R. Wavre. — *Potentiel newtonien et fonctions multiformes.*

Nous voudrions donner un exemple d'*un potentiel newtonien ordinaire qui coïncide dans une certaine région avec une branche de fonction harmonique multiforme.*

Appelons homoïde une couche homogène comprise entre deux ellipsoïdes concentriques et homothétiques et rappelons que Newton a démontré que l'attraction d'un homoïde est nulle dans la cavité intérieure. Envisageons, maintenant, deux homoïdes identiques qui se coupent et soit R la région commune aux deux cavités. Soit, enfin, e les courbes d'intersection des ellipsoïdes.

Les deux corps créent le même potentiel constant dans R. Retranchons, ensuite, la partie commune P aux deux corps et soient h_1 et h_2 les parties restantes.

Les potentiels newtonien créés par h_1 et par h_2 seront encore identiques dans R, mais plus constants,

$$\mathrm{U}(x, y, z) = \mathrm{U}_{h_1} = \mathrm{U}_{h_2} .$$

Le potentiel U_{h_1} est harmonique dans l'espace entier sauf sur h_1.

Le potentiel U_{h_2} est harmonique dans l'espace entier sauf sur h_2.

La fonction harmonique U est donc prolongeable analytiquement dans l'espace entier sauf peut-être sur les courbes e, communes à h_1 et h_2.

Soit Φ la fonction harmonique ainsi définie par prolongement analytique. Si Φ était univoque elle serait bornée au voisinage des courbes e donc prolongeable au travers de e. Elle serait, alors, univoque et harmonique dans l'espace entier et nulle, comme les potentiels, à l'infini. Φ serait alors identiquement nulle et l'intégrale de Gauss montrerait que h_1 a une masse nulle, ce qui n'est pas. Φ n'est donc pas univoque et admet les courbes e comme lignes de ramification.

On voit, par là, l'importance des données topologiques, dans ce genre de question.