Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles

Band: 14 (1932)

Artikel: Nouveaux exemples de polydromies de potentiels newtoniens prolongés

Autor: Wavre, R.

DOI: https://doi.org/10.5169/seals-740856

α_{I}: 10-50%, caséine α_{II}: 5-60%, caséine γ: 5-12%) ont été constatées d'abord avec différents échantillons de caséine pure du commerce; elles se sont retrouvées dans les préparations de caséine obtenues par nous-mêmes à partir de lait frais.

Laboratoire de chimie organique de l'Université.

R. Wavre. — *Nouveaux exemples de polydromies de potentiels newtoniens prolongés.*

1. — Envisageons une masse homogène de densité ρ remplissant la région R commune à deux sphères de rayon a_1 et a_2. Le potentiel newtonien créé dans l'espace extérieur par cette masse attirante est une branche d'une fonction harmonique multiforme Ψ qui admet le cercle F intersection des deux sphères, comme ligne de ramification avec la fonction période:

$$\omega = \frac{4}{3}\pi\rho\left(\frac{a_1^3}{r_1} - \frac{a_2^3}{r_2}\right) + 2\pi\rho\left(a_2^2 - a_1^2\right) + \frac{2\pi\rho}{3}\left(r_1^2 - r_2^2\right) ;$$

r_1 et r_2 représentent les distances du point argument aux centres des deux sphères. La fonction Ψ n'admet aucune autre singularité dans l'espace réel que la ligne F et les deux pôles de la fonction période situés aux centres des deux sphères.

2. — Supposons la frontière de la région R de l'exemple précédent chargée d'une densité superficielle constante et les deux sphères de même rayon a. La fonction Ψ correspondante à cette simple couche admettra encore la ligne de ramification F avec la fonction période

$$\omega = 4\pi\rho a^2\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)$$

et aucune autre singularité dans tout l'espace réel que les deux pôles aux centres des sphères.

3. — Considérons une *demi-sphère homogène* de rayon a de densité ρ. Soit oz l'axe de symétrie et ox, oy le plan équatorial qui limite le volume envisagé. Le potentiel créé admet le grand cercle F arête de ce corps comme ligne de ramification avec la fonction période

$$\omega = 2\pi\rho a^2 - \frac{2\pi\rho}{3}(r^2 - 3z^2) - \frac{4}{3}\pi\rho\frac{a^3}{r} .$$

Il n'y a pas d'autre singularité que F et le pôle de la fonction période au centre de la sphère.

4. — Pour le *quart de la sphère* les fonctions périodes pour les arêtes qui sont des arcs de grand cercle sont les mêmes que précédemment, pour l'intersection suivant l'axe oy des deux plans rectangulaires limites l'on trouve la fonction période:

$$\omega = 2\pi\rho(z^2 - x^2) .$$

5. — Soit V un volume limité par deux plans se coupant suivant une ligne droite F et formant un angle dièdre quelconque.

La fonction période du potentiel de V pour un lacet tracé autour de F sera

$$\omega = 2\pi\rho\left(d_1^2 - d_2^2\right)$$

d_1 étant la distance au plan d'entrée et d_2 la distance au plan de sortie.

6. — Envisageons un volume formé par la partie d'une sphère située d'un côté d'un plan $z = 0$. La fonction période pour l'intersection F du plan et de la sphère est

$$\omega = 2\pi\rho a^2 - \frac{2\pi}{3}\rho(r^2 - 3z^2) - \frac{4}{3}\pi\rho\frac{a^3}{r} .$$

et il n'y a pas d'autre singularité que le pôle au centre de la sphère.

Les résultats 3, 4, 5, 6 ont été obtenus par l'emploi du principe de symétrie de Schwarz pour le prolongement analytique des fonctions harmoniques.

Dans notre note précédente nous avons remarqué que les fonctions périodes ne dépendent que des matières situées sur le circuit décrit par le point argument. En conséquence les résultats 1, 5 et 6 permettent de calculer les périodicités pour toutes les intersections des plans et des sphères qui limitent le volume envisagé.

Pour un cube, par exemple, le potentiel n'admet que les arêtes comme singularité avec des fonctions périodes faciles à calculer. Nous croyons pouvoir affirmer que tout volume limité exclusivement par des sphères et des plans engendre un potentiel qui n'admet dans le corps d'autre singularité que les arêtes de la surface qui limite le volume et des pôles aux centres des sphères. Les arêtes sont des lignes de ramification et les périodes se calculent comme indiqué ci-dessus.

Ainsi nous aurions notamment achevé l'étude des polydromies des potentiels pour tous les polyèdres.

H. Lagotala. — *Au sujet de l'échelle stratigraphique des Calcaires du Niari (Congo français).*

Delhaye et Sluys [1] dans leur étude de la région du Niari et du Djoué ont appliqué aux formations calcaires les subdivisions qu'ils avaient établies pour le Bas-Congo belge. Babet [2] a repris les 3 subdivisions fondamentales de Delhaye et Sluys n'en modifiant que les détails. L'échelle stratigraphique selon Babet serait:

[1] DELHAYE et SLUYS, *La région métallifère du Niari et du Djoue (Afrique équatoriale française).* Publ. rel. au Congo belge. Année 1921-1922. Annexe au t. XLV des Annales de la Soc. géol. de Belgique.

[2] BABET, V., *Observations géologiques dans la partie méridionale de l'Afrique équatoriale française.* Paris, Larose, 1932.