Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles
Herausgeber: Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève
Band: 15 (1933)

Artikel: Sur la théorie des jets liquides en tenant compte de la capillarité
Autor: Weinstein, A.
DOI: https://doi.org/10.5169/seals-740644

Nutzungsbedingungen
Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

Conditions d'utilisation
L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

Terms of use
The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

Download PDF: 02.07.2025

ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch

La sensibilité pour le cuivre est de 0,006 γ [1] (dans 0,015 ccm). Notons que cette réaction n'est pas spéciale, et que le nickel donne une coloration violette, tandis que le cobalt provoque la formation d'un précipité fauve. Toutefois, le cuivre donnant un complexe interne presque noir, cette teinte couvre les autres, de telle sorte que leur présence ne gêne pas. On peut, d'autre part, déceler le cobalt, les complexes formés avec le nickel et le cuivre étant seuls solubles dans le cyanure de potassium. Enfin, le nickel se révélerait aisément par un développement dans la diméthylglyoxime.

Laboratoire de Minéralogie et de Pétrographie de l'Université de Genève, juillet 1933.

A. Weinstein. — *Sur la théorie des jets liquides en tenant compte de la capillarité.*

La théorie de l'écoulement d'un fluide parfait à travers un orifice pratiqué dans le fond d'un réservoir est une des parties les plus complètement étudiées de l'Hydrodynamique [2]. Cette théorie classique du *jet liquide* qui — vu la difficulté du problème — se borne à l'étude du mouvement plan en négligeant en même temps la pesanteur et la capillarité nous reproduit les traits essentiels de l'écoulement et, en particulier, le phénomène charactéristique de la contraction du jet; mais les frontières des jets obtenus présentent l'inconvénient bien connu d'avoir une *courbure infinie* à leur point de détachement de l'obstacle.

Nous nous proposons dans cette note de faire quelques

ment gris foncé, sauf sur la droite de la photographie, où elle forme des grains gris clair.

La deuxième microphotographie représente l'empreinte pour cuivre (redressée) de la même section polie. Seul, le minéral cupifère (chalcosine) a donné une image vert foncé.

[1] 1 γ = 1/1.000.000 gr (0,000001 gr).

[2] Pour la bibliographie, voir p. ex. U. Cisotti: *Idromeccanica Piana*, t. II, Milano 1921; H. Villat: *Mécanique des Fluides*, Gauthiers-Villars, Paris 1930; A. Weinstein: *Zur Theorie der Flussigkeitsstrahlen*, Math. Zeitschrift, t. 31, 1929.

observations sur le problème du jet en tenant compte de la capillarité du fluide. Remarquons en passant que les solutions classiques ne peuvent nous servir même comme approximations, car il faut s'attendre à ce que l'on ait sous l'influence de la capillarité des frontières à courbure partout finie. Soit $z = x + iy$ le plan du mouvement. Désignons par φ le potentiel de vitesse et par ψ la fonction de courant. Posons $f = \varphi + i\psi$. En choisissant convenablement les unités nous aurons une correspondance biunivoque et conforme entre le champ du mouvement que nous supposerons symétrique par rapport à l'axe des x et la bande B indéfinie $-\pi \leqq \psi \leqq \pi$ du plan f, de sorte qu'à $y = 0$ correspondra $\psi = 0$. Il suffira de considérer la partie supérieure $B_+ : \psi > 0$ de B. Les demi-droites $\varphi \leqq 0$, $\psi = \frac{\pi}{2}$ et $\varphi \leqq 0$, $\psi = \pi$ correspondront alors à la frontière (supérieure) du réservoir et à la frontière du jet.

Désignons par u et v les composantes de la vitesse et par $V = \sqrt{u^2 + v^2}$ sa valeur absolue. On aura sur la frontière du jet en vertu du principe de la conservation de l'énergie (théorème de Bernoulli) la condition [1]:

$$V^2 = 1 + ak \tag{1}$$

qui remplace la condition classique $V^2 = 1$. Nous avons désigné ici par k la *courbure* de la frontière du jet et par a une constante qui dépend de la nature du fluide. Le terme ak provient des forces capillaires. A l'infini en aval on aura $k = 0$, donc $V^2 = 1$. La vitesse V restant partout finie, la condition (1) nous montre qu'il en est de même pour la courbure.

La forme du jet étant inconnue *a priori*, nous allons introduire f comme variable indépendante et $z(f)$ comme fonction inconnue. On aura $|dz/df| = 1/V$.

Appliquons maintenant une relation purement géométrique qui existe entre les courbures k, k' de deux lignes l et l' qui

[1] Cette condition m'a été obligeamment indiquée par M. J. Ackeret. Voir p. ex. H. Poincaré, *Capillarité*, chap. I, Paris 1895.

se correspondent dans une représentation conforme[1]:

$$k = \mathrm{V}\left(k' + \frac{d \log \mathrm{V}}{dn'}\right)$$

dans le cas particulier où l désigne la frontière du jet et l' la demi-droite $\varphi \geqq 0$, $\psi = \pi$. On aura $k' = 0$, $dn' = d\psi$, donc $k = \mathrm{V}\frac{d \log \mathrm{V}}{d\psi}$, ce qui nous donnera au lieu de (1) l'équation $\mathrm{V}^2 = 1 + a\mathrm{V}\frac{d \log \mathrm{V}}{d\psi}$, c'est-à-dire la condition:

$$\frac{d \log \mathrm{V}}{d\psi} = \frac{1}{a}\left(\mathrm{V} - \frac{1}{\mathrm{V}}\right). \tag{2}$$

Il convient d'introduire maintenant comme inconnue au lieu de $z(f)$ la fonction $\omega(f)$ employé par M. Levi-Civita dans le cas classique: posons $w = df/dz = u - iv = e^{-i\omega}$; $\omega = \theta + i\tau$. Il est évident que $z(f)$ est relié à $\omega(f)$ par une quadrature. On aura $\mathrm{V} = e^{\tau}$, tandis que θ donnera la direction du courant. Avec ces notations la condition (2) prendra la forme:

$$\frac{d\tau}{d\psi} = \frac{1}{a}(e^{\tau} - e^{-\tau}) = \frac{2}{a}\sinh \tau \quad \text{pour} \quad \varphi \geqq 0,\ \psi = \pi. \tag{3}$$

Pour $\psi = 0$ on a la condition $\theta = 0$, les valeurs de θ restant dans une large mesure arbitraire sur la demi-droite $\varphi \leqq 0$, $\psi = \pi$. Leur choix déterminera, au moins qualitativement, la forme des parois du récipient.

Les valeurs de θ étant connues sur une partie du contour de B_+, on en déduit par dérivation les valeurs de $\frac{d\theta}{d\varphi}$, c'est-à-dire celles de $\frac{d\tau}{d\varphi}$. Le mouvement tendant à devenir uniforme à l'infini, on aura $\lim\limits_{\varphi=\pm\infty} \frac{d\tau}{d\varphi} = 0$ pour $0 \leqq \psi \leqq \pi$.

Nous pouvons donc en résumant formuler notre résultat. La théorie de l'écoulement d'un jet liquide en tenant compte de l'action de la capillarité revient à la résolution du problème

[1] A. Masotti, Rend. d. R. Accad. d. Lincei, 1932, 1° sem., pp. 519-524. La formule est d'une date relativement ancienne (voir p. ex. A. Masotti: *Sopra una notevole funzione*, Rend. d. Seminario Mat. e Fis., Milano, 1932, p. 23.

mathématique suivant: Déterminer une fonction harmonique τ dans la bande indéfinie B_+, ayant une dérivée normale $\frac{d\tau}{dn}$ égale à $\frac{2}{a}\sin h\tau$ sur la demi-droite $\varphi \geqq 0$, $\psi = \pi$ qui correspond à la ligne du jet, tandis que sur le reste du contour de B_+ cette dérivée est une fonction connue, nulle pour $\psi = 0$ ainsi qu'à l'infini et dont les valeurs sont largement arbitraires sur la demi-droite $\varphi < 0$, $\psi = \pi$ qui est l'image de la paroi du canal. (Nous avons désigné par n la normale extérieure de B_+.) Il faut s'attendre à ce que les méthodes de l'analyse moderne, notamment la théorie des équations intégrales non linéaires permettrons l'étude du problème que nous venons de préciser.

F. Chodat et M. Junquera. — *Les H_2 donateurs endocellulaires de la levure et leur variation en fonction de l'âge des cultures.*

Nous avons indiqué dans une note précédente nos premières observations sur la réduction du bleu de méthylène par la levure *(Endomyces anomalus)* aux dépens de ses H_2-donateurs endocellulaires.

Le présent travail a pour but de montrer comment varie la concentration du système « rédox » endocellulaire suivant l'âge de la culture.

L'*Endomyces anomalus* a été cultivé en milieu nutritif liquide sucré (20 cm³) dans des flacons de Freudenreich à la température de 25°. La composition de ce milieu, particulièrement propice à la croissance de cette espèce, était: eau distillée, 1000; glucose puriss, 30; phosphate acide de potassium, 1,36; sulfate de magnésium, 0,492; extrait sec de levure, 5 grammes.

Les levures sont séparées par centrifugation du milieu où elles ont végété 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 jours. Nous dirons de ces masses de cellules qu'elles ont respectivement 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 jours d'âge de culture.

Rappelons que le développement d'une culture en milieu liquide sucré comprend deux phases: la première, dite anabolique, dure jusqu'au moment où les ressources sucrées du milieu sont épuisées; l'autre phase, dite catabolique, succède