Sur l'équation de condition pour les extrema d'ionisation dans la couche périphérique d'une étoile variable

Il serait intéressant de pouvoir déterminer le rapport entre la substance produisant un effet vaso-moteur et la substance ayant une action sur les centres nerveux, mais nous ne connaissons pas la composition exacte de ces produits.

Laboratoire de Physiologie de la Faculté de Médecine de Genève.

G. Tiercy. — *Sur l'équation de condition pour les extrema d'ionisation dans la couche périphérique d'une étoile variable.*

Si l'on part de la formule bien connue de Saha pour le calcul du degré x d'ionisation, on trouve immédiatement que la condition pour que x soit extremum est:

$$\frac{dT_e}{T_e}\left[\frac{11610\,V_0}{T_e} + \frac{5}{2}\right] - \frac{dP}{P} = 0 \ , \qquad (1)$$

équation que nous avons déjà signalée dans le fascicule 23-24 de nos Publications, et où T_e représente la température effective et V_0 le potentiel d'ionisation d'un élément. Cette formule nous a servi à établir deux théorèmes sur les extrema d'ionisation dans les Céphéides; nous l'avions alors combinée avec l'expression:

$$X = \frac{L_1}{L_2} = \frac{1-\beta_1}{1-\beta_2} \cdot \left(\frac{T_{e,1}}{T_{e,2}}\right)^{\frac{4}{5}} \ , \qquad (2)$$

qui donne d'une façon approchée le rapport des flux totaux L_1 et L_2 relatifs à deux phases (1) et (2).

Nous voulons reprendre ici ce calcul, en remplaçant l'expression (2) par une expression plus complète. On connaît en effet la célèbre formule d'Eddington:

$$L \sim M^{\frac{7}{5}} (1-\beta)^{\frac{3}{2}} \mu^{\frac{4}{5}} T_e^{\frac{4}{5}} \ ; \qquad (3)$$

on a donc:

$$X = \frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{1-\beta_1}{1-\beta_2}\right)^{\frac{3}{2}} \cdot \left(\frac{\mu_1}{\mu_2}\right)^{\frac{4}{5}} \cdot \left(\frac{T_{e,1}}{T_{e,2}}\right)^{\frac{4}{5}} \ ; \qquad (4)$$

il faut préciser ici que le poids atomique moyen μ varie avec le temps, puisque l'ionisation varie; et comme μ et β sont liés entre eux par l'équation du 4^me degré:

$$1 - \beta - CM^2\beta^4\mu^4 = 0 \ , \tag{5}$$

où C est une constante, il en résulte que β varie aussi durant la variation de l'étoile.

Comme on a toujours:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{1-\beta_2}{1-\beta_1} \cdot \left(\frac{T_{e,1}}{T_{e,2}}\right)^4 ,$$

on obtient encore:

$$X = \frac{L_1}{L_2} = \left(\frac{1-\beta_1}{1-\beta_2}\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(\frac{\mu_1}{\mu_2}\right)^{\frac{4}{5}} \cdot \left(\frac{T_{e,1}}{T_{e,2}}\right)^{\frac{24}{5}} \cdot \frac{P_2}{P_1} \ . \tag{6}$$

Cela posé, on a aussi:

$$P = \frac{a}{3} \cdot \frac{T^4}{1-\beta} ,$$

d'où:

$$\frac{dP}{P} = \frac{4\,dT_e}{T_e} - \frac{d(1-\beta)}{1-\beta} \ . \tag{7}$$

Mais, à cause de (4), on peut écrire, en supprimant l'indice (2):

$$\left(\frac{1-\beta}{1-\beta_1}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{L}{L_1} \cdot \left(\frac{\mu_1}{\mu}\right)^{\frac{4}{5}} \cdot \left(\frac{T_{e,1}}{T_e}\right)^{\frac{4}{5}} ; \tag{8}$$

et l'équation (5) fournit l'expression:

$$\left(\frac{\mu_1}{\mu}\right)^{\frac{4}{5}} = \left(\frac{1-\beta_1}{1-\beta}\right)^{\frac{1}{5}} \cdot \left(\frac{\beta}{\beta_1}\right)^{\frac{4}{5}} ;$$

de sorte que (8) devient:

$$\left(\frac{1-\beta}{1-\beta_1}\right)^{\frac{3}{2}} = \frac{L}{L_1} \cdot \left(\frac{T_{e,1}}{T_e}\right)^{\frac{4}{5}} \cdot \left(\frac{1-\beta_1}{1-\beta}\right)^{\frac{1}{5}} \cdot \left(\frac{\beta}{\beta_1}\right)^{\frac{4}{5}} ,$$

d'où:

$$\left(\frac{1-\beta_1}{1-\beta}\right)^{\frac{17}{10}} = \frac{L}{L_1} \cdot \left(\frac{T_{e,1}}{T_e}\right)^{\frac{4}{5}} \cdot \left(\frac{\beta}{\beta_1}\right)^{\frac{4}{5}} ;$$

puis:

$$\frac{17}{10} \cdot \frac{d(1-\beta)}{1-\beta} - \frac{4}{5} \cdot \frac{d\beta}{\beta} = \frac{dL}{L} - \frac{4}{5} \cdot \frac{dT_e}{T_e} \; ;$$

$$\frac{17}{10} \cdot \frac{d(1-\beta)}{1-\beta} + \frac{4}{5} \cdot \frac{d(1-\beta)}{1-\beta} \cdot \frac{1-\beta}{\beta} = \frac{dL}{L} - \frac{4}{5} \cdot \frac{dT_e}{T_e} \; ;$$

$$\frac{d(1-\beta)}{1-\beta} \cdot \left[\frac{9\beta + 8}{10\beta}\right] = \frac{dL}{L} - \frac{4}{5} \cdot \frac{dT_e}{T_e} \, . \qquad (9)$$

Mais la loi de Pogson donne:

$$m - m_1 = 2{,}5 \log \frac{L}{L_1} \; ; \qquad \frac{dL}{L} = -\frac{2\,dm}{5 \log e} \; ;$$

et (9) devient:

$$\frac{d(1-\beta)}{1-\beta} = \frac{10\beta}{9\beta + 8}\left[-\frac{2\,dm}{5 \log e} - \frac{4}{5} \cdot \frac{dT_e}{T_e}\right] . \qquad (10)$$

En portant cette expression dans (7), on a:

$$\frac{dP}{P} = \frac{4\,dT_e}{T_e} + \frac{10\beta}{9\beta + 8}\left(\frac{2\,dm}{5 \log e} + \frac{4}{5} \cdot \frac{dT_e}{T_e}\right) \; ;$$

et l'équation (1) peut s'écrire comme suit:

$$\frac{dT_e}{T_e}\left[\frac{11610\,V_0}{T_e} - \frac{3}{2} - \frac{4}{5} \cdot \frac{10\beta}{9\beta + 8}\right] = \frac{10\beta}{9\beta + 8} \cdot \frac{2\,dm}{5 \log e} \, . \qquad (11)$$

En tenant compte de l'équation (5), on voit vite que la variation de β, pendant la variation lumineuse de l'étoile, sera faible; car μ ne peut varier beaucoup. Une fois adoptée la valeur convenable de β au voisinage d'un extremum d'ionisation, la fraction $\left(\frac{10\beta}{9\beta + 8}\right)$ prendra une certaine valeur numérique A, qui ne s'éloignera jamais beaucoup de 0,4 (valeur correspondant à $\beta = 0{,}5$).

Alors (11) devient:

$$\frac{dT_e}{T_e}\left[\frac{11610\,V_0}{T_e} - \frac{3}{2} - \frac{4\,A}{5}\right] = \frac{2\,A}{5 \log e}\,dm \, . \qquad (12)$$

Notons qu'en utilisant l'équation approchée (2) au lieu de (4), on obtiendrait une égalité analogue à (12), mais avec $A = 1$.

Cette formule (12) est commode, car les dm sont connus par la courbe de lumière, et les T_e par l'intermédiaire de la courbe des vitesses radiales.

Les conditions (1) et (12) conduisent aux deux théorèmes rappelés plus haut:

1° La phase de l'ionisation maxima a lieu après celle de température maxima (par l'équation (1)).

2° La phase de l'ionisation maxima précède celle du maximum de lumière (par l'équation (12)).

En effet, l'équation (12) ne peut être satisfaite que si dT_e et dm ont le même signe, c'est-à-dire avant le maximum lumineux.