**Zeitschrift:** Archives des sciences physiques et naturelles

**Herausgeber:** Société de Physique et d'Histoire Naturelle de Genève

**Band:** 17 (1935)

**Artikel:** Remarque sur l'équation différentielle du second ordre que l'on rencontre dans les cas d'équilibre polytropique des sphères gazeuses

**Autor:** Tiercy, G.

**DOI:** https://doi.org/10.5169/seals-741589

**Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist die Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften auf E-Periodica. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Zeitschriften und ist nicht verantwortlich für deren Inhalte. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern beziehungsweise den externen Rechteinhabern. Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen sowie auf Social Media-Kanälen oder Webseiten ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Mehr erfahren

**Conditions d'utilisation**

L'ETH Library est le fournisseur des revues numérisées. Elle ne détient aucun droit d'auteur sur les revues et n'est pas responsable de leur contenu. En règle générale, les droits sont détenus par les éditeurs ou les détenteurs de droits externes. La reproduction d'images dans des publications imprimées ou en ligne ainsi que sur des canaux de médias sociaux ou des sites web n'est autorisée qu'avec l'accord préalable des détenteurs des droits. En savoir plus

**Terms of use**

The ETH Library is the provider of the digitised journals. It does not own any copyrights to the journals and is not responsible for their content. The rights usually lie with the publishers or the external rights holders. Publishing images in print and online publications, as well as on social media channels or websites, is only permitted with the prior consent of the rights holders. Find out more

**Download PDF:** 11.07.2025

**ETH-Bibliothek Zürich, E-Periodica, https://www.e-periodica.ch**

Nous avons étudié le vieillissement dans les conditions susdécrites à deux températures: 6° et 25°. La table ci-jointe donne les résultats de cette expérience faite simultanément aux deux températures, en deux séries pour chacune. Les chiffres correspondant aux millimètres cubes d'oxygène consommé durant 40 minutes par la masse de levures employée (atmosphère d'air).

| Age en heures | 6° | | 25° | |
|---|---|---|---|---|
| | Série E | Série F | Série E | Série F |
| 3 | 393,3 | 258,5 | — | — |
| 22 | 303,4 | 267,0 | 168,5 | 142,0 |
| 51 | 331,5 | 295,5 | 143,2 | 116,5 |
| 72 | 295,0 | 261,4 | 101,1 | 82,4 |
| 168 | 236,0 | 210,2 | 101,1 | 88,1 |

Ces mesures faites avec une souche de l'*Endomyces anomalus* montrent qu'à basse température, 6°, la diminution du pouvoir respiratoire est lente et faible. A 25° le vieillissement se manifeste au bout de 24 heures déjà et réduit de 50% environ au bout de 48 heures l'activité respiratoire initiale.

Des expériences de conservation de la même levure dans un phosphate potassique primaire sucré à raison de 5% de glucose montreront si à la température relativement basse de 6°, la présence ou l'absence de glucose dans le liquide de conservation joue un rôle dans le vieillissement.

*Laboratoire de Bactériologie et de Fermentation de l'Institut de Botanique générale, Genève.*

**G. Tiercy.** — *Remarque sur l'équation différentielle du second ordre que l'on rencontre dans les cas d'équilibre polytropique des sphères gazeuses.*

On sait que la pression de radiation a été introduite dans les équations du problème par M. C. Bialobrzeski en 1913 [1]. C'est de cette date qu'il faut faire partir la période actuelle dans

[1] *Sur l'équilibre thermodynamique d'une sphère gazeuse libre.* Bull. Acad. des Sc. de Cracovie, A, 1913, p. 264.

l'histoire des problèmes d'équilibre thermodynamique stellaire. Ayant introduit la pression de radiation, M. Bialobrzeski a admis que l'équilibre de l'étoile avait un caractère polytropique, et que l'on pouvait poser notamment:

$$\left\{ \begin{array}{l} T = \Theta \cdot \rho^{\mathcal{K}-1} , \\ P = C \cdot \rho^{\mathcal{K}} , \end{array} \right. \tag{1}$$

où $\Theta$ serait une constante, comme C; c'est d'ailleurs ce qui arrive dans la théorie des équilibres polytropiques d'Emden [1], où l'on ignore la pression de radiation $p'$.

M. Bialobrzeski remarque que l'équation différentielle qui relie la densité $\rho$ au rayon $r$ est assez compliquée, sauf si l'on choisit la classe polytropique $n = 3$, qu'il admet pour la suite de son analyse $\left(\mathcal{K} = \frac{4}{3}\right)$; l'équation différentielle est alors une équation d'Emden à trois termes. Je voudrais préciser par cette note que l'hypothèse $\Theta = \text{const.}$, qui revient d'ailleurs à l'hypothèse $\beta = \text{const.}$ de M. Eddington, entraîne nécessairement la valeur $n = 3$ pour la classe polytropique; de sorte que, si l'on admet que $\Theta$ soit une constante, il n'y a pas lieu d'écrire une équation différentielle générale pour $n$ quelconque.

On a eu en effet les relations connues:

$$\left\{ \begin{array}{l} P = \dfrac{p}{\beta} = \dfrac{R}{\beta\mu} \cdot \rho T , \\ P = \dfrac{p'}{1-\beta} = \dfrac{aT^4}{3(1-\beta)} , \end{array} \right. \tag{2}$$

d'où l'on tire:

$$T = \left[\frac{3R(1-\beta)}{a\beta\mu}\right]^{\frac{1}{3}} \cdot \rho^{\frac{1}{3}} ; \tag{3}$$

cette égalité est valable, quelle que soit l'hypothèse sur $\beta$. La comparaison de (3) avec (1) montre qu'on peut poser:

$$\Theta = \left[\frac{3R(1-\beta)}{a\beta\mu}\right]^{\frac{1}{3}} ; \tag{4}$$

[1] Gaskugeln, 1907.

d'où il suit que si l'on suppose $\Theta = \text{const.}$, on a aussi $\beta = \text{const.}$ Et simultanément, il faut alors prendre:

$$\mathcal{K} - 1 = \frac{1}{3}, \quad \mathcal{K} = \frac{4}{3}, \quad n = 3, \tag{5}$$

car on sait que l'exposant $\mathcal{K}$ de (1) est lié à la classe $n$ par l'égalité:

$$n = \frac{1}{\mathcal{K} - 1}.$$

On peut se demander si, dans (3), on ne pourrait pas avoir aussi bien une relation comme la suivante:

$$\left(\frac{1-\beta}{\beta}\right)^{\frac{1}{3}} = \rho^z \tag{6}$$

entre $\beta$ et $\rho$; cette relation représenterait une loi de variation de $\beta$ en fonction du rayon; et l'on obtiendrait pour T:

$$T = \left[\frac{3R}{a\mu}\right]^{\frac{1}{3}} \cdot \rho^{z+\frac{1}{3}} = \Theta_z \cdot \rho^{z+\frac{1}{3}},$$

avec $\Theta_z = \text{const.}$

Mais, dans ces circonstances, la valeur de la pression P totale s'exprimerait par:

$$P = \frac{R}{\mu}\rho T + \frac{a}{3}T^4 = \frac{R}{\mu}\Theta_z \cdot \rho^{z+\frac{4}{3}} + \frac{a}{3}\Theta_z^4 \cdot \rho^{4z+\frac{4}{3}};$$

et pour que cette pression totale soit de la forme $P = C\rho^{\mathcal{K}}$, il faudrait nécessairement avoir, quelle que soit $\rho$:

$$\rho^z = \rho^{4z};$$

c'est-à-dire que la seule valeur admissible pour $z$ est $z = 0$.

Cela signifie que, si l'on veut représenter P par la forme polytropique (1), *avec* $\Theta = \textit{const.}$ *dans l'expression de* T, on ne peut accepter que la combinaison des égalités (4) et (5), qui entraîne $\beta = \text{const.}$

Ainsi l'hypothèse $\Theta = \text{const.}$ est inséparable de la classe polytropique $n = 3$. Et l'on sait que, dans ce cas, l'équation différentielle du problème est une équation d'Emden.