

Sur la diffraction par un corps de révolution : éclairé selon son axe par une source lumineuse punctiforme : cas d'un corps noir, dans le vide, et d'une source de lumière monochromatique, à rayonnement identique dans toutes les directions

Autor(en): Barreca, P.

Objektyp: Article

Zeitschrift: Archives des sciences physiques et naturelles

Band (Jahr): 18 (1936)

PDF erstellt am: 13.09.2024

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-743065>

Nutzungsbedingungen

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

Haftungsausschluss

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Sur la diffraction par un corps de révolution, éclairé selon son axe par une source lumineuse punctiforme

(Cas d'un corps noir, dans le vide, et d'une source de lumière
monochromatique,
à rayonnement identique dans toutes les directions)

PAR

P. BARRECA

(Avec 1 fig.).

1. *Résumé.* — Dans ce travail, on cherche à résoudre, par des procédés classiques, l'équation indéfinie de l'optique dans le cas particulier, énoncé ci-dessus, cas qui comprend aussi celui d'une sphère.

2. — Soient s_1, s_2, s_3 les valeurs numériques (ou scalaires) des trois composantes du vecteur lumineux suivant les trois axes cartésiens Ox, Oy, Oz ¹; supposons ici d'autre part que la propagation de la lumière soit une propagation de force électrique et de force magnétique selon la théorie classique. On aura²:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 s}{\partial z^2} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 s}{\partial t^2}, \quad (1)$$

t étant le temps, s chacun des s_1, s_2, s_3 et c la vitesse de propagation; dans le vide, cette dernière est identique pour toutes les couleurs tandis que dans l'air, elle est presque la même.

¹ L'origine des axes étant toujours à distance finie.

² P. DRUDE, *Précis d'optique*, tome II, page 20, édit. 1912, Gauthier-Villars, Paris.

Comme cette équation est en effet triple, il n'est pas besoin d'envisager le cas de la lumière polarisée.

La solution générale de l'équation (1) est due à M. E. T. WITTAKER³, mais nous envisagerons seulement la lumière monochromatique d'intensité invariable, agissant depuis un temps infini. La solution suivante du même auteur (*ibidem*, § 5, 2^o) est alors applicable. Appelons n la fréquence. La solution doit être:

$$f(x, y, z) \cdot e^{2\pi nit + i\mu(x, y, z)} = V(x, y, z) \cdot e^{2\pi nit}, \quad (2)$$

où f et μ sont certaines fonctions réelles et V une fonction complexe, l'amplitude et la phase devant dépendre des coordonnées, et cette dernière aussi sinusoidalement du temps. Cela change l'équation (1) en:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} + \left(\frac{2\pi n}{c}\right)^2 \cdot V(x, y, z) = 0. \quad (3)$$

Pour une forme arbitraire des corps-obstacles et des sources, la solution en est⁴:

$$V = \int_{\theta_0=0}^{\theta_0=\pi} \int_{\varphi_0=-\pi}^{\varphi_0=+\pi} e^{\pm i \frac{2\pi n}{c} (x \cos \theta_0 + y \sin \theta_0 \cos \varphi_0 + z \sin \theta_0 \sin \varphi_0)} \cdot Y(\theta_0, \varphi_0) d\theta_0 d\varphi_0. \quad (4)$$

Si l'on envisage les points $y = z = 0$, on voit aisément que le signe de l'exposant doit être négatif lorsque la lumière marche vers les x qui croissent, puisque sa phase doit alors être en retard dans le cas des x croissants, tandis qu'au contraire il doit être positif lorsque la lumière marche vers les x négatifs. Soit c toujours positif. Cela n'entraîne pas la supposition que les sources soient situées de l'un des côtés plutôt que de l'autre, car on peut envisager le cas d'un faisceau de lumière conver-

³ E. T. WITTAKER, *On the partial differential equations of mathematical Physics*, Math. ann., t. 57, p. 342, 1903.

⁴ Dans le mémoire de M. Wittaker, il n'y a pas de coefficient $\frac{2\pi n}{c}$, puisqu'il choisit une unité de temps qui cache ce coefficient.

gente (par exemple lorsqu'elle sort d'une lentille convergente), qui serait diffracté par un corps, avant le point de convergence. Dans l'équation (4), θ_0 et φ_0 sont des angles auxiliaires d'une signification quelconque, qui disparaîtront lorsque l'intégration sera accomplie. La fonction $Y(\theta_0, \varphi_0)$ est arbitraire, car on n'a point encore choisi de cas particulier, ni même supposé qu'il s'agisse de diffraction.

3. — Ici nous pouvons donner une vérification, presque une démonstration, de l'équation (4). Premièrement, par deux dérivations par rapport aux variables x, y, z , on voit que l'équation (3) est satisfaite. Deuxièmement, les variables θ_0, φ_0 , qui n'existent pas dans le problème physique, disparaissent lorsque l'intégration est accomplie. Troisièmement, si l'on songe que $\frac{n}{c} = \frac{1}{\lambda}$, λ étant la longueur d'onde, on voit, en changeant x, y, z , sans changer ni θ_0 , ni φ_0 , ni λ , que chaque fois que la quantité écrite entre parenthèses devient un multiple entier de λ , l'angle que multiplie i redevient le même, ce qui veut dire qu'il y a aussi une périodicité dans l'espace dans la phase du différentiel à intégrer. Quatrièmement, la fonction arbitraire, qu'il faut introduire dans de pareils problèmes, ne doit pas agir sur les résultats des dérivations dont on vient de parler, qui ne doivent pas en dépendre; c'est pour cela que cette fonction arbitraire doit être un multiplicateur, qui ne dépend pas des coordonnées des points variables et donnés de l'espace. En variant de façon arbitraire pendant l'intégration, ce multiplicateur arbitraire fait varier arbitrairement *en grandeur et phase* chacun des complexes infiniment petits et en nombre infini qui composent l'intégrale. Partant, si Y est complexe, la solution ci-dessus est générale et peut-être d'une généralité excédante.

4. — Nous pouvons avancer dans le calcul de (4) en remarquant que x, y, z sont les projections, sur les axes, du segment de droite ρ , joignant le point donné à l'origine. Appelons $\rho, \theta_1, \varphi_1$, les coordonnées géographiques du point par rapport à cette origine; θ_1 étant la distance angulaire du point à l'axe positif Ox . Les coefficients qui multiplient x, y, z , par contre.

sont les projections d'un autre segment de droite R, de longueur un et de direction variable indépendamment, c'est-à-dire que θ_0 et φ_0 sont les coordonnées géographiques de la droite R (collatitude et longitude). Comme on a :

$$\begin{aligned} \cos(\rho, R) = & \cos(\rho, x) \cdot \cos(R, x) + \\ & + \cos(\rho, y) \cdot \cos(R, y) + \cos(\rho, z) \cdot \cos(R, z), \end{aligned}$$

on a aussi :

$$V = \int_{\theta_0=0}^{\theta_0=\pi} \int_{\varphi_0=-\pi}^{\varphi_0=+\pi} e^{\pm 2\pi i \frac{\text{projection } \rho \text{ sur } R}{\lambda}} \cdot Y(\theta_0, \varphi_0) \cdot d\theta_0 d\varphi_0 \dots (5)$$

Il faut que la partie réelle de Y et sa partie imaginaire, aient, toutes les deux, les dimensions d'une racine carrée d'une puissance lumineuse, racine divisée par une longueur; en effet, la moitié du carré du module de V doit être une clarté exprimable en lux, tandis que l'exposant de e doit être toujours un nombre abstrait, ainsi que toute l'exponentielle.

Cas particulier du corps de révolution, noir, dans le vide, éclairé selon son axe par une source punctiforme à rayonnement identique dans toutes les directions.

5. — Nous pouvons tirer quelque avantage des données particulières de notre problème, étudier aussi des conditions restrictives de la fonction arbitraire Y et enfin, tâcher d'intégrer sans particulariser :

A. Dans notre problème, il y a un axe de révolution Ox. Partant, Y(θ_0 , φ_0) doit tout à l'entour de cet axe prendre les mêmes valeurs, même si l'on veut supposer de la lumière polarisée dans un plan quelconque. Voilà pourquoi Y ne doit pas dépendre de φ_0 ; appelons alors cet Y $\psi(\theta_0)$ et écrivons V_r au lieu de V pour nous rappeler que, dorénavant, il s'agit du problème d'un corps de révolution :

$$V_r = \int_{\theta_0=0}^{\theta_0=\pi} \int_{\varphi_0=-\pi}^{\varphi_0=+\pi} e^{\pm 2\pi i \frac{\text{projection } \rho \text{ sur } R}{\lambda}} \cdot \psi(\theta_0) \cdot d\theta_0 d\varphi_0 \dots$$

L'intégration par rapport à φ_0 est restée, car la projection rappelée dans cette équation dépend aussi bien de ρ , θ_1 , φ_1 , c'est-à-dire du point donné A, que des coordonnées θ_0 , φ_0 d'un point auxiliaire P de la sphère de rayon un.

Remarquons qu'il est:

$$2\pi i \frac{\text{projection}}{\lambda} = 2\pi i \frac{\rho}{\lambda} \cos \gamma ,$$

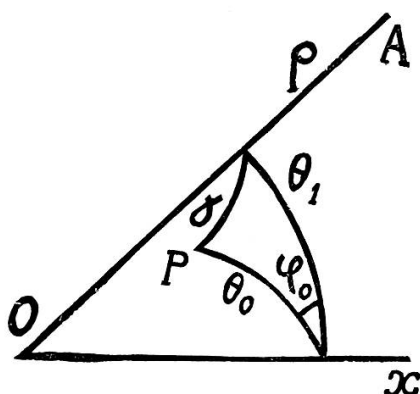


Fig. 1.

d'après la figure 1; $\cos \gamma$ peut être positif ou négatif. Comme la lumière est distribuée d'une façon uniforme tout à l'entour, il est suffisant de ne considérer que les points A qui sont dans le plan du premier méridien ($\varphi_1 = 0$). On a:

$$\cos \gamma = \cos \theta_1 \cos \theta_0 + \sin \theta_1 \sin \theta_0 \cos \varphi_0$$

c'est-à-dire:

$$e^{\pm 2\pi i \frac{\rho}{\lambda} \cos \gamma} = e^{\pm 2\pi i \frac{\rho}{\lambda} \cos \theta_1 \cos \theta_0} \cdot e^{\pm 2\pi i \frac{\rho}{\lambda} \sin \theta_1 \sin \theta_0 \cos \varphi_0}$$

et, pour plus de commodité, nous laisserons à la première de ces exponentielles sa forme, tandis que nous changerons la deuxième en expression trigonométrique:

$$e^{\pm 2\pi i \frac{\rho}{\lambda} \cos \theta_1 \cos \theta_0} \left\{ \cos \left(2\pi \frac{\rho}{\lambda} \sin \theta_1 \sin \theta_0 \cos \varphi_0 \right) \pm \right. \\ \left. \pm i \sin \left(2\pi \frac{\rho}{\lambda} \sin \theta_1 \sin \theta_0 \cos \varphi_0 \right) \right\} .$$

Maintenant l'intégration par rapport à φ_0 peut ne porter plus que sur ce facteur trigonométrique, c'est-à-dire :

$$V_r = \int_{\theta_0=0}^{\theta_0=\pi} e^{\pm 2\pi i \frac{\rho}{\lambda} \cos \theta_1 \cos \theta_0} \cdot \psi(\theta_0) d\theta_0 \int_{\varphi_0=-\pi}^{\varphi_0=+\pi} \left\{ \cos \left(2\pi \frac{\rho}{\lambda} \sin \theta_1 \sin \theta_0 \cos \varphi_0 \right) \pm \right. \\ \left. \pm i \sin \left(2\pi \frac{\rho}{\lambda} \sin \theta_1 \sin \theta_0 \cos \varphi_0 \right) \right\} d\varphi_0 . \quad (6)$$

Evaluons séparément la partie réelle M et la partie imaginaire N de la deuxième intégrale, en considérant que lorsque φ_0 prend toutes les valeurs possibles dans l'intégration, c'est seulement $\cos \varphi_0$ qui change, en prenant chaque fois deux valeurs égales et de signe contraire. En prenant le sinus des petites parenthèses, on aura encore des grandeurs égales deux à deux et de signe opposé, et en choisissant des $d\varphi_0$ tous égaux, on voit que N est zéro. Voici ce qu'on trouvera pour M. Comme on a ⁵ :

$$\text{bessel}_0(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(z \sin \omega) d\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi \cos(z \cos \omega) d\omega$$

et aussi :

$$M = \int_{-\pi}^0 + \int_0^{+\pi} = 2 \int_0^\pi , \quad \text{etc.,}$$

on voit aisément qu'on aura :

$$M = 2\pi \text{bes}_0 \left(2\pi \frac{\rho}{\lambda} \sin \theta_1 \sin \theta_0 \right)$$

et, partant :

$$V_r = 2\pi \int_{\theta_0=0}^{\theta_0=\pi} e^{\pm 2\pi i \frac{\rho}{\lambda} \cos \theta_1 \cos \theta_0} \cdot \text{bes}_0 \left(2\pi \frac{\rho}{\lambda} \sin \theta_1 \sin \theta_0 \right) \cdot \psi(\theta_0) \cdot d\theta_0 . \quad (7)$$

⁵ E. PASCAL, *Repertorio di matematiche superiori*, 1^{re} édit. Milan, éditeur Hoepli.

Nous avons écrit bes_0 , au lieu de « fonction de Bessel d'ordre zéro ». C'est une notation qui ressemble à d'autres bien connues : \log , \sin , tang , c'est-à-dire une abréviation du nom de la fonction, si ce nom est bien caractéristique. Peut-être serait-il bon d'en user ainsi dans d'autres cas encore.

Dans (7), on envisage un plan méridien quelconque, par exemple le premier méridien. Si nous faisons usage non pas de coordonnées polaires ρ et θ_1 , mais de coordonnées cartésiennes r et x dans ce plan, il suffit d'écrire r au lieu de $(\rho \sin \theta_1)$ et x au lieu de $(\rho \cos \theta_1)$.

B. Dans notre problème, la source lumineuse est un seul point de l'axe et rayonne également dans toutes les directions. Cela nous autorise à particulariser tout de suite la fonction $\psi(\theta_0)$. Soit L la puissance lumineuse de cette source; la clarté en chaque point de l'espace doit être proportionnelle à L ; par conséquent, la clarté étant la moitié du carré du module V , si l'on appelle m un coefficient de proportionnalité que nous évaluerons plus tard, on pourra écrire :

$$\psi(\theta_0) = m \sqrt{2L} \cdot F(\theta_0) ,$$

où $F(\theta_0)$ est une autre fonction arbitraire, qui ne dépend plus de L , mais seulement de la forme et de la position du corps-obstacle; cette fonction est en général complexe (voir § 3).

Si d est l'abscisse (positive ou négative) de la source sur l'axe, si nous déplaçons axialement d'une petite longueur l'origine des abscisses, toutes les abscisses iront croître (ou décroître) de cette longueur, de même que d . Mais physiquement, nous n'avons rien de nouveau, c'est-à-dire que l'augmentation de l'abscisse x du point donné et celle de d doivent se neutraliser l'une l'autre. Pareillement doivent être neutralisées les augmentations ainsi produites dans les abscisses x_0, x_1, x_2, \dots , des points de l'obstacle, abscisses x_0, x_1, x_2, \dots , et aussi ordonnées r_0, r_1, r_2, \dots , desquelles doit aussi dépendre la fonction $F(\theta_0)$. Il s'agit de deux compensations bien distinctes, car $F(\theta_0)$ est arbitraire.

A cet effet, il est nécessaire et suffisant d'écrire $(x - d)$ et $(x_0 - d), (x_1 - d), (x_2 - d), \dots$, là où, jusqu'ici, nous avons

écrit x, x_0, x_1, \dots . Cela équivaut aussi à dire que, dans la fonction $F(\theta_0)$, il y avait un facteur caché :

$$e^{\mp 2\pi i \frac{d}{\lambda} \cos \theta_0}$$

ainsi qu'un autre facteur complexe

$$H\left(\theta_0, 2\pi \frac{x_0 - d}{\lambda}, 2\pi \frac{x_1 - d}{\lambda}, \dots, 2\pi \frac{r_0}{\lambda}, 2\pi \frac{r_1}{\lambda}, \dots\right)$$

qui ne dépend de d que de cette seule façon.

Ecrivons alors $V_{r,p}$ au lieu de V_r , pour marquer qu'il s'agit dorénavant du problème d'un corps de révolution et d'une source punctiforme. La division par $\frac{\lambda}{2\pi}$ des longueurs entre parenthèses est nécessaire en raison d'une loi de similitude parfaite qui résulte de la remarque suivante. L'équation (1), l'équation qui exprime la forme et la position de l'obstacle et l'équation qui exprime la distribution de la lumière en fonction de la direction et pour chaque point, d'une source quelconque, résolvent parfaitement chaque problème de diffraction. Or, si l'on change l'unité de longueur et l'unité de temps proportionnellement, c étant invariable, toutes les solutions numériques des trois équations restent vraies.

Le facteur $\frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi \frac{n}{c}$ provient de l'équation (3) ci-dessus, substituée à l'équation (1) (voir aussi la note 6). Dans la plupart des formules de diffraction, il est aisé de voir que les arguments des fonctions sont des longueurs divisées par $\frac{\lambda}{2\pi}$, ou d'autres nombres abstraits. Pour le demi-plan, le coefficient 2π , dans la solution de A. Sommerfeld, est caché, parce qu'on ne le voit pas dans la limite variable u_1 de l'intégrale; cela est dû à la définition particulière des fonctions de Fresnel:

$$\int_0^u \cos\left(\frac{\pi}{2} u^2\right) \cdot du, \quad \int_0^u \sin\left(\frac{\pi}{2} u^2\right) \cdot du;$$

⁶ Pour d'autres démonstrations, voir P. BARRECA, *Deduzione della legge sperimentale delle durate dei colori crepuscolari delle nuvole e probabile discriminazione tra la teoria di uno schermo diffrangente macroscopico e quella di schermi microscopici (pulviscolo)*. R. Acc. dei Lincei, 1929, 1^o, 54.

en changeant la variable d'intégration, on aurait de nouveau ce 2π . D'autres transformations dans les solutions des problèmes de diffraction sont encore possibles, qui font également disparaître $\frac{2\pi}{\lambda}$.

Il est donc ⁷:

$$V_{r,p} = 2\pi m \sqrt{2L} \int_{\theta_0=0}^{\theta_0=\pi} e^{\pm 2\pi i \frac{x-d}{\lambda} \cos \theta_0} \cdot \text{bes}_0 \left(2\pi \frac{r}{\lambda} \sin \theta_0 \right) \times \\ \times H \left(\theta_0, 2\pi \frac{x_0-d}{\lambda}, 2\pi \frac{x_1-d}{\lambda}, \dots, 2\pi \frac{r_0}{\lambda}, 2\pi \frac{r_1}{\lambda}, \dots \right) d\theta_0. \quad (8)$$

Il serait aisé de simplifier quelque peu cette équation, en prenant toujours pour origine des axes cartésiens le point où se trouve la source ($d = 0$); mais en procédant ainsi, nous ne pourrions plus nous occuper (par des procédés appropriés) du cas particulier d'un faisceau de lumière parallèle ($d = \infty$).

C. Remarque: En supposant unique la source punctiforme, nous venons de supposer qu'il ne se produit pas d'autre lumière, ni diffusée, ni réfléchié, etc., c'est-à-dire que le corps-obstacle est supposé être noir.

D. Comme nous avons voulu n'envisager qu'une valeur de c unique (voir B ci-dessus), mais n variable, il s'agit en toute rigueur du vide.

E. Tâchons maintenant d'évaluer m au moyen d'un cas particulier, c'est-à-dire lorsque l'obstacle s'évanouit en rapetissant infiniment, ou même en s'éloignant infiniment de nous le long de l'axe de révolution. L'équation (8) doit toujours être vraie, mais elle doit reproduire les ondes sphériques libres qu'il y a maintenant.

⁷ Les abscisses x_0, x_1, \dots , peuvent être en nombre infini, lorsque le corps-obstacle de révolution, c'est-à-dire sa ligne méridienne, sont donnés au moyen d'un croquis, sans équation ni indication des propriétés géométriques pour le caractériser parfaitement. Il faut pour cela que, dans H, il y ait des intégrales le long de la ligne méridienne, étendues à toute la dite ligne. Mais si la ligne méridienne est suffisamment caractérisée par une définition et quelques paramètres, il suffira de peu de variables dans H.

Comme il n'y a plus de corps-obstacle, nous pouvons maintenant faire tourner à notre aise l'ancien axe des x et même l'amener toujours de la source au point envisagé chaque fois. La fonction H dont nous ferons alors usage n'est pas celle de l'équation (8) (si l'axe avait été immobile) car, en en usant ainsi, nous nous bornerons chaque fois à envisager des points qui, avec l'équation (8), ne seraient que des points de l'axe. Dans l'équation (8) nous aurons maintenant $d = 0$, r nouveau $= r_1 = 0$; on a donc:

$$\text{bes}_0\left(2\pi\frac{r_1}{\lambda}\sin\theta_0\right) = 1$$

car:

$$\text{bes}_0(z) = 1 - \frac{z^2}{2^2} + \frac{z^4}{2^2 \cdot 4^2} - \dots$$

La longueur qui était $(x - d)$ dans l'équation générale (8), c'est-à-dire la distance axiale du point donné à la source, si r était l'ancienne ordonnée, va devenir:

$$b = \sqrt{(x - d)^2 + r^2}$$

et si nous voulons essayer la fonction réelle:

$$H(\theta_0, \dots) = \sin\theta_0,$$

l'équation (8) se change en:

$$V_{r,p} \text{ spécial} = 2\pi m \sqrt{2L} \int_{\theta_0=0}^{\theta_0=\pi} e^{\pm 2\pi i \frac{b}{\lambda} \cos\theta_0} \cdot \sin\theta_0 \cdot d\theta_0.$$

Ecrivons:

$$z = \pm \frac{2\pi i}{\lambda} b$$

et faisons remarquer qu'il est:

$$\begin{aligned} \frac{1}{z} \int_{\theta_0=0}^{\theta_0=\pi} e^{z \cos\theta_0} \cdot z \sin\theta_0 \cdot d\theta_0 &= - \frac{1}{z} \int_{z \cos\theta_0=+z}^{z \cos\theta_0=-z} e^{z \cos\theta_0} d(z \cos\theta_0) = \\ &= \frac{1}{z} \int_{z \cos\theta_0=-z}^{z \cos\theta_0=+z} e^{z \cos\theta_0} \cdot d(z \cos\theta_0) = \frac{1}{z} (e^{+z} - e^{-z}), \end{aligned}$$

c'est-à-dire :

$$V_{r,p} \text{ spécial} = \frac{2\pi m \sqrt{2L}}{\pm \frac{2\pi i}{\lambda} b} \left(e^{\pm \frac{2\pi i}{\lambda} b} - e^{\mp \frac{2\pi i}{\lambda} b} \right).$$

C'est la représentation de deux trains d'ondes sphériques, dont l'un marche vers la source et l'autre en sort, si l'on fait :

$$m = + \frac{i}{\lambda},$$

car b est la distance du point considéré à la source.

C'est un résultat tout à fait général, car on y aboutit toujours en partant de corps-obstacles de forme arbitraire, pourvu qu'ils soient de révolution. Nous avons obtenu seulement des ondes stationnaires; si nous avons choisi une fonction H *complexe*, *appropriée*, nous aurions obtenu des ondes progressives.

Résultats.

6. — On a donc :

$$V_{r,p} = \frac{2\pi i}{\lambda} \sqrt{2L} \int_{\theta_0=0}^{\theta_0=\pi} e^{\pm 2\pi i \frac{x-d}{\lambda} \cos \theta_0} \cdot \text{bes}_0 \left(2\pi \frac{r}{\lambda} \sin \theta_0 \right) \times \\ \times H \left(\theta_0, 2\pi \frac{x_0-d}{\lambda}, 2\pi \frac{x_1-d}{\lambda}, \dots, 2\pi \frac{r_0}{\lambda}, 2\pi \frac{r_1}{\lambda}, \dots \right) d\theta_0. \quad (9)$$

On peut aussi faire l'intégration tout en restant dans le cas général, c'est-à-dire sans choisir le corps de révolution et la fonction complexe H , en usant de la formule bien connue :

$$\int a^v f(v) \cdot dv = a^v \left(\frac{f(v)}{\log a} - \frac{f'(v)}{\log^2 a} + \frac{f''(v)}{\log^3 a} - \dots \right) + \text{const. arb.} \quad (10)$$

On prendra pour variable d'intégration l'exposant de notre exponentielle. Mais on obtient des séries peu convergentes, à moins de recourir à des procédés particuliers.

Cas particulier.

7. — S'il s'agit d'un obstacle sphérique, les données caractéristiques sont le rayon R_0 , l'abscisse S_0 du centre et, comme l'origine des abscisses ne doit pas avoir d'influence (§ 5, B), les seuls paramètres de $H(\theta_0, \dots)$ seront:

$$2\pi \frac{S_0 - d}{\lambda}, \quad 2\pi \frac{R_0}{\lambda}$$

ou deux fonctions quelconques de ces deux. On peut avoir:

$$(S_0 - d) \begin{matrix} \geq \\ \leq \end{matrix} R_0,$$

c'est-à-dire que la source peut aussi être à l'intérieur de la sphère (lumière convergente, sortant d'une lentille, rencontrant la sphère avant sa réunion). Il est bon de faire remarquer que si $d = \infty$ ou $S_0 = -\infty$, cela ne produit pas le même effet, car d se trouve à plusieurs endroits de l'équation (9).

Dans chacun des trois cas:

$$R_0 = 0, \quad S_0 = \infty, \quad (S_0 - d) = 0,$$

il n'y a plus de diffraction.

J'adresse beaucoup de remerciements à M. le professeur E. Cherbuliez, directeur des *Archives*, qui s'est donné la peine de faire moins mauvais mon texte français.

Reggio en Calabre, 8 novembre 1935.
