

# Sur la déformabilité d'un corps à potentiel constant

Autor(en): **Soudan, Robert**

Objektyp: **Article**

Zeitschrift: **Archives des sciences physiques et naturelles**

Band (Jahr): **22 (1940)**

PDF erstellt am: **14.09.2024**

Persistenter Link: <https://doi.org/10.5169/seals-741692>

## **Nutzungsbedingungen**

Die ETH-Bibliothek ist Anbieterin der digitalisierten Zeitschriften. Sie besitzt keine Urheberrechte an den Inhalten der Zeitschriften. Die Rechte liegen in der Regel bei den Herausgebern.

Die auf der Plattform e-periodica veröffentlichten Dokumente stehen für nicht-kommerzielle Zwecke in Lehre und Forschung sowie für die private Nutzung frei zur Verfügung. Einzelne Dateien oder Ausdrucke aus diesem Angebot können zusammen mit diesen Nutzungsbedingungen und den korrekten Herkunftsbezeichnungen weitergegeben werden.

Das Veröffentlichen von Bildern in Print- und Online-Publikationen ist nur mit vorheriger Genehmigung der Rechteinhaber erlaubt. Die systematische Speicherung von Teilen des elektronischen Angebots auf anderen Servern bedarf ebenfalls des schriftlichen Einverständnisses der Rechteinhaber.

## **Haftungsausschluss**

Alle Angaben erfolgen ohne Gewähr für Vollständigkeit oder Richtigkeit. Es wird keine Haftung übernommen für Schäden durch die Verwendung von Informationen aus diesem Online-Angebot oder durch das Fehlen von Informationen. Dies gilt auch für Inhalte Dritter, die über dieses Angebot zugänglich sind.

Chaque branche admet l'autre comme fonction période, les fonctions  $h$  sont holomorphes autour de  $b$  ou de  $a$  respectivement.

La fonction  $f$  doit être solution d'une équation linéaire du second ordre à coefficients uniformes. En effet, si l'on écrit:

$$\begin{vmatrix} f & f_a & f_b \\ f' & f'_a & f'_b \\ f'' & f''_a & f''_b \end{vmatrix} \equiv 0 \quad \text{soit} \quad \varphi f'' - \varphi' f' + \psi f = 0$$

la fonction  $\varphi$  se forme facilement à partir des expressions ci-dessus

$$\varphi = f'_a f_b - f_a f'_b = f'_a h_a - f_a h'_a - \frac{f_a^2}{z-a};$$

elle est bien uniforme en  $a$  et aussi en  $b$ , de même pour  $\varphi'$  et  $\psi$ .

Le problème posé est ainsi ramené à trouver des solutions multiformes d'une équation linéaire du second ordre ayant deux branches au moins et telles que l'une admette l'autre comme fonction période. L'équation déterminante doit alors avoir une racine double entière et le groupe des substitutions des solutions une structure qu'il serait facile de dégager.

Mais existe-t-il des solutions de cette forme ? S'il n'en existait pas on pourrait conclure à une sorte de réciproque, tout au moins partielle, du théorème de Cauchy concernant les contours fermés.

Qui voudrait poursuivre cette recherche devrait tenir compte que les lignes C se laissent facilement ramener, en vertu même de la relation (1) à d'autres lignes de forme canoniques, telles que des droites et un certain nombre de lacets.

**Robert Soudan.** — *Sur la déformabilité d'un corps à potentiel constant.*

Nous nous proposons ici de traiter le problème suivant: Peut-on déformer un corps homogène sans que son potentiel ne change en aucun point de l'espace extérieur ? En particulier, nous montrerons que l'on peut déterminer une déformation

infinitésimale d'épaisseur proportionnelle à  $\varepsilon$  telle que la variation  $\Delta U$  du potentiel soit au plus de:

$$\Delta U \leq \varepsilon^n A$$

si nous nous plaçons à distance  $d \geq k > 0$  du corps.

Pour traiter ce problème, il est utile d'introduire les fonctions

$$F_v = \frac{1}{v} \int_v \frac{1}{r} dv$$

qui jouissent des propriétés faciles à établir:

$$(\alpha + \beta) F_{\alpha+\beta} = \alpha F_\alpha + \beta F_\beta$$

$$\lim_{\alpha \rightarrow 0} F_\alpha = \frac{1}{r}$$

$$\lim_{R \rightarrow \infty} R F_v = 1 .$$

Le problème est résolu si l'on peut déterminer la couche  $\Delta v$  telle que:

$$U_{\Delta v} = kU .$$

Cette relation implique en effet, en vertu des propriétés des fonctions  $F$ :

$$F_v = F_{\Delta v} .$$

Et:

$$F_v = F_{v+\Delta v} .$$

Si l'on choisit la masse intérieure à  $V'$  égale à la masse du corps primitif

$$U_v = U_{v+\Delta v} .$$

Il suffit donc, pour déterminer la solution de notre problème, de résoudre l'équation:

$$\varepsilon \int_s \delta L r d\sigma = \int_{\Delta s} \delta L r d\sigma . \quad (I)$$

On sait que l'on peut remplacer le premier membre par un potentiel de simple couche de densité  $\omega$  (qui est la densité obtenue par le balayage de Poincaré) analytique.

$$\int_0^{2\pi} \frac{\varepsilon \omega \rho L r}{\cos(n, \rho)} d\theta = \delta \int_0^{2\pi} d\theta \int_{\rho(\theta)}^{\rho(\theta)+\varepsilon i(\theta, \varepsilon)} \rho L r d\rho$$

On développe la deuxième intégrale du second membre en série, on pose :

$$i = \sum_0^n \varepsilon^h i_h(\theta)$$

on identifie les  $n$  premières puissances de  $\varepsilon$ . Les équations obtenues sont de la forme :

$$\int_0^{2\pi} i_h(\theta) \rho Lr d\theta = \sum_i^m \int_0^{2\pi} D_i(\theta) \frac{\partial^i}{\partial \rho^i} Lr d\theta .$$

Les fonctions  $D_i$  sont connues et analytiques.  $i_h$  est la fonction inconnue. Le deuxième membre représente une fonction harmonique hors de  $\Gamma$  et peut s'écrire, en tenant compte que :

$$\frac{\partial^i}{\partial \rho^i} Lr = \sum_{h=0}^i \frac{i!}{(i-h)! h!} \cos^{i-h} \theta \sin^h \theta \frac{\partial^i}{\partial x^{i-h} \partial y^h} Lr$$

$$\int_0^{2\pi} i_h \rho Lr d\theta = \sum_i^m \sum_{h=0}^i \frac{i!}{(i-h)! h!} \frac{\partial^i}{\partial x^{i-h} \partial y^h} \int_0^{2\pi} \cos^{i-h} \theta \sin^h \theta D_i(\theta) Lr d\theta .$$

Or l'intégrale du second membre représente un potentiel de densité analytique répartie sur un contour analytique et il existe un théorème de MM. Hadamard et E. Schmidt qui dit qu'un tel potentiel est prolongeable analytiquement au travers de  $\Gamma$ . Ainsi le second membre de nos équations représente une fonction harmonique prolongeable au travers de  $\Gamma$ , donc remplaçable par une densité de simple couche analytique  $D_0^i$  sur  $\Gamma$ . En identifiant les densités des deux membres, on détermine les  $n$  fonctions  $i_h$ . L'erreur de potentiel est proportionnelle à  $\varepsilon^n$  si on se limite au nième terme de

$$i(\theta, \varepsilon) = \Sigma \varepsilon^h i_h(\theta) .$$

Si on se limite au premier terme, on a :

$$i_0 = \frac{\omega}{\delta \cos(n, \rho)} .$$

La déformation correspond alors à une couche d'épaisseur proportionnelle à la densité de balayage de Poincaré. L'erreur de potentiel est proportionnelle à  $\varepsilon^2$ , c'est-à-dire stationnaire.

On pourrait vérifier directement cette propriété.

En posant dans l'équation I :

$$i(\theta, \varepsilon) = \sum_0^{\infty} \varepsilon^h i_h(\theta)$$

on peut déterminer chaque terme  $i_h$  de proche en proche, comme on l'a vu. En supposant que cette dernière série converge pour  $\varepsilon$  assez petit, nous aurions une famille de déformations à potentiel constant, car l'équation I serait identiquement satisfaite. La convergence du développement en série du second membre de l'équation I n'offrirait alors pas de difficultés.

On peut retrouver les résultats connus sur la déformation de la sphère en utilisant la méthode ci-dessus. Dans ce cas particulier, la série :

$$i(\theta, \varepsilon) = \sum_0^{\infty} \varepsilon^h i_h(\theta) \quad \text{converge.}$$

La résolution de l'équation I a pour conséquence la résolution du problème suivant : Soit une famille de couches d'épaisseurs données de paramètre  $\varepsilon$ , quelles densités faut-il distribuer à l'intérieur de ces couches pour qu'elles aient des potentiels  $\varepsilon U(x, y)$  de paramètre  $\varepsilon$  ?

**Emile Briner et Henri Hœffer.** — *Sur la production de l'al-déhyde formique au moyen de l'arc électrique en haute et en basse fréquence.*

Comme l'ont montré de nombreuses séries de recherches précédentes faites dans les laboratoires de chimie technique, théorique et d'électrochimie sur l'action chimique des décharges électriques, l'accroissement de fréquence de l'arc électrique et la réduction de pression des mélanges gazeux dans lesquels il jaillit améliorent très fortement les rendements énergétiques des